В. А. Дерачиц, М. В. Кулагина
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ЛИНЕЙНАЯ ДИСКРЕТНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрена задача оптимального управления дискретной системы в форме:

$$c'x(t_1) \to \max,$$

$$x(t+1) = Ax(t) + bu(t),$$
$$x(0) = x_0,\ Hx(t_1) = g, \tag{1}$$
$$f_* \le u(t) \le f^*, t \in T = \{0,1,\ldots,t_1-1\},$$

где $c, b, x_0 \in R^n$, $g \in R^m$, $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R, |u(t)| \le 1, t \in T$, $A \in R^{n\times n}$, $H \in R^{m\times n}$, $rank\ H = \ m < n,\ f_*,\ f^*$ – заданные числа.

Понятие допустимого, оптимального управления, соответствующих им траекторий, оценки субоптимальности вводятся стандартно.

Множество $T_{op} \subset T, |T_{op}| = m,$ назовем опорой, если $\det P \ne 0,$ где $P = P(I, T_{op}) = \big(H(I_{op}, I\big)F(t_1, t)b, t \in T_{op})$ – опорная $m \times m$-матрица, $I = \{1,\ldots,m\}$. Пара $\{u,\ T_{op}\}$ из допустимого управления и опоры – опорное управление задачи (1).

Введена функция $\psi(t), t \in T$ – решение сопряженной системы
$$\psi(t-1) = \psi(t) + A'\psi(t), t \in T, \psi(t-1) = c - H'(I_{op}, I)\nu(I_{op}),$$
где ν – вектор потенциалов.

Сформулирован критерий оптимальности в следующем виде

Теорема. Для оптимальности опорного управления $\{u,\ T_{op}\}$ достаточно, чтобы выполнялось соотношение
$$\Delta(t) = -\psi'(t)b \ge 0 \quad при \quad u(t) = f_*; \quad \Delta(t) = -\psi'(t)b \le 0 \quad при \quad u(t) = f^*;$$
$$\Delta(t) = -\psi'(t)b = 0 \quad при \quad f_* < u(t) < f^*, t \in T \setminus T_{op},$$
а в случае невырожденности и необходимы.

Рассмотрен алгоритм адаптивного метода для данной задачи, который представляет собой замену опорного управления $\{u,\ T_{on}\}$ на новое опорное управление $\{\bar{u},\ T_{on}\}$, причём так, чтобы при этом монотонно увеличивалась значение целевой функции и уменьшалась оценка субоптимальности. Замена опоры проводится по правилу длинного шага, поскольку это более полно учитывает специфику данной задачи оптимального управления. Программно реализован данный алгоритм, приведен пример, иллюстрирующий работу данного метода.