

УДК 37.02:371.13:378.147:51(09)

## Психологические, педагогические и организационные аспекты математических турниров корректирующей направленности

В.Г. ЕРМАКОВ

Проведено сопоставление психологических, педагогических и организационных аспектов авторской концепции турниров по математике с принципами теории развивающего образования, представлены примеры использования этих турниров в качестве инструмента целенаправленной педагогической коррекции учебно-воспитательного процесса.

**Ключевые слова:** математическое образование, авторская концепция математических турниров, развивающее образование, методы корректирующего обучения, история математики, проблемы контроля, синергетика.

Comparison of psychological, pedagogical and organizational aspects of the author's conception of tournaments in mathematics with the principles of the theory of developmental education is held. Examples of using these events as a tool of focused pedagogical correction of educational process are presented.

**Keywords:** mathematics education, author's concept of mathematical tournaments, developing education, methods of correction training, History of Mathematics, control problems, synergetic.

Математические соревнования имеют долгую историю, они отличаются по форме и своим функциям. Особенностью авторских турниров с самого начала была и остается их явно выраженная направленность на разрешение текущих проблем, возникающих в процессе обучения учащихся. Первый такой турнир с усиленной корректирующей составляющей был проведен на математическом факультете Гомельского государственного университета в рамках преподавания курса «Обыкновенные дифференциальные уравнения» в 1977 г. Он понадобился в связи со сложившейся ситуацией: когда учебный процесс перешел в стабильный режим, а студенты перестали испытывать значительные трудности в изучении курса, их учебная активность снизилась, включая и активность в обосновании проводимых операций, что предвещало опасный переход к поверхностному, формальному изучению материала. Для противодействия такому развитию событий турнир между группами студентов был организован так, чтобы на первый план вышла не оригинальность решения нестандартных задач, как в традиционных олимпиадах, а степень обоснованности решения обычной учебной задачи.

Главную часть соревнования составляли индивидуальные турниры в каждой паре участников из разных команд. Они обменивались условиями трех задач, которые можно было брать только из известного всем и заранее подготовленного организаторами набора из 30 задач по узкой теме. Так как среди них были и задачи, решенные на предыдущих занятиях, то к содержательному участию в турнире могли подготовиться все студенты без исключения. Защищать свое решение требовалось в дискуссии с соперником, в этом и заключался основной «нерв» соревнования. Если к общему мнению по поводу решения прийти не удавалось, то в спор вмешивались эксперты – члены жюри. Для создания комфортных психологических условий интеллектуального соперничества все результаты участников суммировались в каждой команде, так что победителем (вместе с группой) мог оказаться и тот участник, который личное сражение проиграл. Для событийного разнообразия в рамках турнира проводились разминка, конкурс капитанов, а для представителей команд и стандартная олимпиада с задачами по той же теме, однако состав этих задач заранее не объявлялся. Эти организационные моменты были призваны простимулировать более глубокое изучение данной темы на этапе подготовки к турниру – с тем, чтобы вывести каждого учащегося на границу своих наличных возможностей, а после этого уже самой атмосферой состязательности мобилизовать его на преодоление этой границы.

Студент из группы, не участвовавшей в турнире, С.Д. Бодрунов, впоследствии ставший членом совета директоров Корпорации «Аэрокосмическое оборудование», в газете «Гомельскі

університэт» (№ 10 (249) от 26.03.1977 г.) назвал турнир новой формой коллоквиума и отметил, что, по мнению победителей и побежденных, уровень их знаний по данному курсу повысился.

В 1987 г. коллектив кафедры математического анализа провел аналогичные соревнования между четырьмя группами студентов в рамках курса математического анализа. Они были многоступенчатыми, с переходящим кубком и с достаточно узкой тематикой, которая при переходе от этапа к этапу не менялась. Легко было видеть, что на финише этих соревнований в данной теме никаких секретов для студентов практически не осталось. Отдаленные последствия проведенного мероприятия обнаружились после завершения изучения курса математического анализа этим и следующим потоками студентов. При обсуждении на заседании кафедры разительных контрастов между итоговыми результатами обучения студентов лектор, курировавший оба потока, отметил, что все средства активизации учебной деятельности студентов в обоих случаях были одинаковыми, но на одном потоке турнир был проведен, а на другом нет. По его мнению, именно в этом и состояла главная причина отличий.

Удачные идеи, как правило, не являются уникальными, поскольку являются ответом, порой единственно возможным, на схожие проблемы или потребности. Удивительный по своему масштабу исторический аналог нашелся и в данном случае. Без особой натяжки его можно считать следствием возросшей общественной потребности в развитой личности, порождаемой зарождающимся капитализмом. Речь идет о знаменитом поединке между Антонио Марио Фиоре и Никколо Тарталья, который произошел в Италии в 1535 г. и выделился захватывающим сюжетом и крупным математическим достижением [1, с. 17]. Фиоре решил воспользоваться тайной решения некоторых уравнений третьей степени, которую доверил ему его учитель Сципион Дель Ферро, и вызвал на турнир Тарталью. Форма соревнований, распространенных в ту пору, была простой: соперники обменивались 30 задачами (любопытное совпадение!) и в течение 50 дней должны были передать свои решения нотариусу. «Призовой фонд» был символическим, побежденный должен был накормить парадным обедом столько друзей победителя, сколько задач тот сумеет решить. Опытный Тарталья надеялся одержать над Фиоре легкую победу. Его не смутило даже то, что все задачи Фиоре содержат уравнения 3-ей степени, поскольку после работ Луки Пачоли считалось, что такие уравнения нельзя решить общей формулой. Когда отведенное время почти истекло, до Тартальи дошли слухи, что Фиоре обладает таинственным способом решения этих уравнений. Он приложил титанические усилия и за восемь дней до назначенного срока, который истекал 12 февраля, нашел желанный способ. За два часа Тарталья решил все задачи. Противник его не решил ни одной. Четыре года спустя, после долгих уговоров Тарталья сообщил свой метод Джероламо Кардано, а еще через 6 лет — в 1545 г. Кардано опубликовал его в своей книге «Великое искусство». Появление этой книги означало, что через тысячу лет после заката античной математики и после трех веков ученичества европейские математики смогли получить результаты, которых не знали ни математики Древней Греции, ни математики Востока. Отметим, что это исторически значимое событие было тесно связано с мощным всплеском личностной активности, который был инициирован поединком.

После такого подкрепления описываемый вид математических соревнований использовался нами в целях корректирующего обучения с еще большей решительностью. Интересен эксперимент, проведенный студенткой 5-го курса Т.В. Медведевой в 1994 г. в 5, 6 и 8 классах сельской школы, в которой она приступила к работе по просьбе руководителей управления образованием. Ее попытки справиться с тяжелой ситуацией в этих классах результатов не давали. Тогда ей было рекомендовано приступить к целенаправленной коррекционной работе и начать ее с проведения математических индивидуально-командных турниров во внеучебное время. В этом случае тематику турниров можно было подбирать с ориентацией не на программу обучения, а на реальный уровень подготовки учащихся, сколь бы низким он ни был. После накопления положительных эмоций, связанных с решением усложняющихся задач, соревнования по просьбе учащихся были перенесены на уроки, а их тематика приблизилась к изучаемому материалу. На волне общего воодушевления студентка провела в каждом классе по каждой теме все виды соревнований, описание которых сумела найти в литературе. За 4 месяца такой работы обычные режимы управления учебным процессом были восстановлены, традиционные формы контроля потеряли свой разрушительный потенциал, во всех

классах исчезли неудовлетворительные отметки, появились хорошие и даже отличные отметки. В конце учебного года ученики при использовании учителем игровых форм непосредственно на уроке смогли в процессе решения специально подобранных задач самостоятельно доказывать теоремы из учебника по геометрии. Успех повлиял и на учительницу. Оценивая итоги эксперимента, она сказала: «Я теперь могу идти работать в любую школу, я знаю, что мне делать». Важно подчеркнуть, что кардинально изменить успеваемость, мотивацию к учению и характер учебной деятельности учащихся ей удалось, в том числе, благодаря повышенной гибкости управления учебно-воспитательным процессом.

При помощи нелинейных моделей управления заметных результатов удается достигать и на коротких отрезках времени. Так, однажды состоялась острая дискуссия руководителя педагогической практики со студентами и учителями, считавшими, что из-за уменьшения числа часов на выполнение той же программы формальный подход к обучению математике альтернативы не имеет. Для доказательства ошибочности этого тезиса было предложено провести турнир между классами по описанной выше схеме и проследить за его последствиями.

Уже на этапе подготовки к турниру некоторые ученики стали приносить на тренировки оригинальные задачи по этой теме и сильно огорчались, узнав, что в силу введенных ограничений предлагать их соперникам нельзя. На одном из уроков ученики под руководством практиканта решили по этой теме 15 задач «со звездочкой», а раньше, по словам учительницы, больше 3–4 таких задач за урок не решали. Турнир удивил присутствовавших учителей длительной активностью учеников. После турнира в класс победителей пришли записываться два ученика с низким уровнем подготовки. На вопрос учителя о причине такого их решения ответили: «Мы знаем, что здесь проводятся турниры и с их помощью можно выучить математику, так мы хотим выучить математику». Практикант, отличившийся при проведении турнира, стал учителем и проводит разнообразные математические соревнования регулярно. В последние 10 лет его ученики постоянно и успешно участвуют в городских и областных олимпиадах по математике.

Положительные результаты многолетнего использования этого дидактического средства, с одной стороны, подтверждают, что резервы для совершенствования математического образования не исчерпаны, с другой стороны, они оправдывают проведение более детального анализа причин эффективности турниров. Провести его можно, сопоставляя отдельные элементы данного средства с известными достижениями теории и практики развивающего образования.

Роль задач в укреплении личностной составляющей образования была очерчена в статье [2] при исследовании одного из дидактических принципов методической системы Л.В. Занкова, а именно, принципа обучения на повышенном уровне трудности. Главный момент здесь состоит в том, что успешное решение задачи, которая находится на границе возможностей учащегося, дает ему основание для повышения самооценки, а это, в свою очередь, порождает каскад личностно значимых перестроек. Но тут есть и опасность: если учащийся с задачей не справится, то ситуация для него может ухудшиться. Поэтому главная методическая проблема в использовании таких задач заключается не в их подборе, а в предупреждении отрицательных последствий от вполне вероятных неудач в решении задачи. В авторском варианте турнира, рассчитанном на участие всех без исключения учащихся, страховка от таких последствий особенно важна и обеспечивается заданными условиями. Одно из них заключается в том, что учащийся может предъявлять сопернику только те задачи, которые умеет решать сам. Это предполагает предварительную подготовку к турниру, во время которой учащийся может обращаться за помощью к товарищам или к тренеру. Они же его и подстраховывают. Вторым условием является использование ограниченного набора задач, что само по себе увеличивает шансы на успех в решении задачи, предложенной соперником. При определенной активности учащийся может решить все эти задачи заранее. В этих условиях неудача не может означать ничего иного, кроме косвенного назидания самому себе: возможности для подготовки не нужно было упускать.

Эти нюансы следует иметь в виду и в обычном учебном процессе. Одна из начинающих учителей, пытаясь исправить ситуацию в классе, в котором были собраны ученики с самой слабой подготовкой, то есть те, кто не попал ни в один из «классов с уклонами», предложила ученикам приходить по субботам «решать трудные задачи, но без журнала». Последствия решения за-

дач «без журнала» оказались впечатляющими, но одновременно и вполне прогнозируемыми.

Еще одним «спусковым крючком» цепной реакции позитивных перемен может послужить открытая в теории развивающего образования особая роль становления учащегося субъектом учебной деятельности. Как отмечают В.В. Давыдов, В.И. Слободчиков и Г.А. Цукерман, «чтобы учить, изменять себя, человек должен, во-первых, знать о своей ограниченности, во-вторых, уметь переходить границы своих возможностей. Обе составляющие умения учиться являются рефлексивными по своей природе» [3, с. 14]. В концепции авторского турнира эти аспекты как раз и были основополагающими. Но для их широкого использования в учебном процессе необходимо учитывать, что обучение учащегося умению переходить границы своих возможностей порой бывает очень трудной педагогической задачей. В особенности это касается математического образования. Широкое применение в математике аксиоматического метода и ряд других причин привели к появлению понятий высокого уровня абстракции. Самостоятельное их осмысление учащимися практически недостижимо, а полноценная пропедевтика таких понятий под руководством педагога затруднена из-за недостатка времени. Как показано в статье [4], для выхода из этой тупиковой ситуации программу пропедевтики, которая неизбежно будет неполной, уместно соединить с программой корректирующего обучения, чтобы с ее помощью сначала укрепить личностную составляющую обучения, а затем на основе более высокой активности учащихся решать содержательные проблемы с необходимым ускорением и суммарной экономией времени. В случае особо сложных понятий и/или при больших пробелах в подготовке учащегося такие переходы от личностной составляющей к содержательной придется осуществлять многократно, и тогда речь нужно вести о поэтапном и многошаговом формировании рефлексии учащегося. Без опоры на обратные связи эта схема нереализуема, и это накладывает дополнительные требования к системе текущего контроля. Принципиальная возможность построения формирующего, развивающего текущего контроля обоснована в монографии [5], а конкретные способы его организации указаны в статье [6].

При всей значимости названных эффектов психологического свойства на их долговременное позитивное влияние рассчитывать трудно, поскольку этот ресурс личности постоянно уменьшается под нарастающим давлением противоречия между личностью и культурой, выражающегося в растущем объеме актуальной информации, в большом числе понятий высокого уровня абстракции, в нетривиальной динамике межличностных отношений и иных серьезных факторах. Отсюда, в частности, следует, что корректирующее обучение, понимаемое в широком смысле этого слова, в современных условиях должно стать необъемлемой составной частью эффективного управления учебно-воспитательным процессом [7]. У этого сценария развития управления образовательными процессами, к которому подталкивают объективные обстоятельства, есть узкое место – такая ноша по величине ответственности и трудозатрат может оказаться для педагога практически непосильной. Но во всей этой ситуации есть еще один важный внутренний ресурс, опора на который позволяет прогнозировать также появление эффектов иного, синергетического, свойства.

Важная часть этого ресурса хорошо известна, она открыта 25 столетий тому назад и заключается в использовании научного аппарата, благодаря которому удается систематизировать, упорядочивать и сжимать информацию на основе связей между фактами до приемлемого «человекообразного» уровня [8]. Как выразился один из математиков, теорем – тысячи, методов доказательства – сотни, а идей доказательства – десятки. Похожее высказывание находим и у Стефана Банаха, одного из создателей современного функционального анализа. В предисловии к своему учебнику по функциональному анализу он написал: «Я просмотрел тысячу теорем и увидел, что это не тысяча теорем, а одна». Отсюда следует, что погружение в детали обоснования утверждений до уровня идей не может быть простым делом, так как требует обращения многократных процедур сжатия материала на основе ряда последовательных обобщений, но именно благодаря такому погружению и появляется возможность воспринимать новые теоремы данной серии как почти очевидные. Конструкция рассматриваемого турнира и по первоначальной задумке, и по исполнению как раз и была ориентирована на привлечение максимального внимания студентов к связям между фактами, так как ничем иным защитить свое решение перед соперником невозможно.

Стоит отметить, что появлению науки, которое произошло в истории человечества только один раз и во времени и в пространстве, способствовало демократическое устройство

городов полисов Древней Греции, инициировавшее развитие культуры дискуссий между политическими партиями и философскими школами. Исходя из этого исторического прецедента, можно предположить, что для успешной трансляции актуальной информации при смене поколений диалоговая культура не менее важна, чем поддержание положительной Я-концепции учащегося и формирование у него необходимой начальной подготовки в конкретных предметных областях. Суть дела состоит здесь в том, что для требуемого погружения в систему связей между фактами до уровня базовых идей сократовский метод диалога подходит наилучшим образом.

В подтверждение этого предположения можно сослаться на многолетний опыт решения острой проблемы адаптации первокурсников к обучению в университете. В рамках курса математического анализа весьма действенным оказался следующий прием. В цепи теорем, которая ведет от начала курса к теореме Тейлора – основной теореме дифференциального исчисления, выделялись нескольких связанных участков с требованием полного их усвоения каждым студентом. Проверка такого усвоения, проводившаяся в течение семестра и на экзамене, сводилась к тщательному обсуждению в режиме диалога всех деталей и нюансов доказательства утверждений. На это уходило много времени, но положительные последствия очень часто с лихвой перекрывали затраченные усилия. Механизм закрепления во времени позитивного влияния на учебный процесс наглядно раскрылся в разговоре с одной из студенток. Во втором семестре задания для максимально строгой проверки их усвоения студентам не предлагались, чтобы не воспитывать у них интеллектуальное иждивенчество, поэтому контроль за этой составляющей учебной деятельности студентов сводился к мотивирующим беседам общего плана. На вопросы о том, работает ли она над доказательствами теорем и удастся ли ей разобрать их самостоятельно, студентка ответила утвердительно, а на вопрос, помогает ли ей в этом работа, проведенная в первом семестре, дала развернутый ответ: «Сначала я пытаюсь понять, какие встречные вопросы мне может задать преподаватель, нахожу их, готовлю на них ответы, а после этого все доказательство становится абсолютно ясным». Таким образом, наиболее значимым для этой студентки оказалось не умение что-либо доказывать и не знание конкретных фактов, а именно нацеленность на достаточную по своей полноте проверку качества проводимых рассуждений.

Разумеется, это важно не только для тех, кто начинает изучать математику, а и для всех, кто пытается в ней чего-то достичь. Ж. Адамар в известной книге «Исследование психологии процесса изобретения в области математики» описывает свои «мучительные усилия мысли», которые требуются ему для того чтобы увидеть доказательство теоремы как что-то единое. Этот целостный образ должен напоминать ему, как соединяются все звенья доказательства. Чтобы избежать ошибки, которая могла бы перечеркнуть многолетний труд, Кеплер при отыскании законов движения планет повторял 10-страничные вычисления по 70 раз!

Авторский вариант турнира по математике оказался удачным и в этом отношении. Так как игра строится вокруг отыскания слабостей в обосновании своего решения соперником, то в итоге она стала хорошим полигоном для упражнений в определении минимального, но достаточного уровня контроля качества проводимых операций. Осознание роли этого контроля принципиально важно и для учебной, и для профессиональной деятельности в области математики. Здесь уместно упомянуть нетривиальную гипотезу, высказанную П.Я. Гальпериным еще в 1958 г. в статье «К проблеме внимания», которая впоследствии получила экспериментальную проверку и подтверждение. Согласно этой гипотезе внимание представляет собой идеальную, сокращенную и автоматизированную форму действий контроля. По мнению Гальперина, необходимость содержательной характеристики внимания как особой формы человеческой деятельности гениально предугадал Ламетри, который утверждал: «Гений – это внимание», «Внимание – это контроль».

В качестве иллюстрации к выводу о том, что «учить вниманию означает учить контролировать свою деятельность» академик РАО, доктор психологических наук Н.Н. Нечаев в одной из своих публичных лекций сослался на мемуары Федора Шаляпина. В книге «Маска и душа» (1932 г) Шаляпин пишет: «Когда я пою, воплощаемый образ предо мною всегда на смотрю. Он перед моими глазами каждый миг. Я пою и слушаю, действую и наблюдаю. Я никогда не бываю на сцене один... На сцене два Шаляпина. Один играет, другой контролирует. "Слишком много слез, брат, – говорит корректор актеру. – Помни, что плачешь не ты, а плачет персонаж. Убавь слезу". Или же: "Мало, суховато. Прибавь"».

Из приведенных сведений и соображений вытекает, что расслоение деятельности на основную деятельность и контроль основной деятельности необходимо и целесообразно как в плане поддержания устойчивости основной деятельности, так и в плане ее постоянного психологических подкрепления. По этой причине формирование профессионального внимания становится важным элементом профессионального творчества. Отметим, что согласно разработанной Н.Н. Нечаевым теории поэтапного формирования профессионального творчества [9], в современных условиях главной ценностью и целью должно быть формирование высшего уровня творчества – творчества не интуитивно-случайного, а сознательно-необходимого.

Таким образом, проведенный анализ простейшего дидактического средства подтверждает наличие реальных возможностей для того, чтобы даже слабые педагогические воздействия на учебно-воспитательный процесс имели значительные позитивные последствия и в ближайшей, и в более отдаленной перспективе. Для этого названные педагогические воздействия должны быть резонансными. В содержательном отношении они могут опираться на учет сложной структуры математического знания, а в психологическом отношении – на осознание роли внимания как деятельности контроля качества основной деятельности. Представляется, что при активной жизненной позиции педагога эти опоры могут помочь ему в существенном повышении эффективности своей педагогической деятельности, которая ввиду сложности образовательных процессов по необходимости должна быть именно творческой деятельностью.

### Литература

1. Гиндикин, С.Г. Рассказы о физиках и математиках / С.Г. Гиндикин – 3-е изд., расширенное. – М. : МЦНМО, 2001. – 448 с.
2. Ермаков, В.Г. Методология межпредметного взаимодействия при подготовке учителя-предметника в условиях кризиса системы образования / В.Г. Ермаков // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2013. – № 3 (78). – С. 60–66.
3. Давыдов, В.В. Младший школьник как субъект деятельности / В.В. Давыдов, В.И. Слободчиков, Г.А. Цукерман // Вопросы психологии. – 1992. – № 3–4. – С. 14–19.
4. Ермаков, В.Г. Функции и структура задач при локальном обращении аксиоматических теорий / В.Г. Ермаков // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2012. – № 2 (72). – С. 45–52.
5. Ермаков, В.Г. Развивающее образование и функции текущего контроля : в 3 ч. / В.Г. Ермаков. – Гомель : ГГУ им. Ф.Скорины, 2000. – 778 с.
6. Ермаков, В.Г. Контроль в системе математического образования: проблемы и пути их разрешения / В.Г. Ермаков // Математика в высшем образовании. – 2009. – № 7. – С. 95–108.
7. Ермаков, В.Г. О методологии и методике корректирующего обучения / В.Г. Ермаков, М.В. Таланкина // Христианский гуманизм и его традиции в славянской культуре : сб. статей. – Вып. 9. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2014. – С. 98–103.
8. Ермаков, В.Г. История математики и современное математическое образование / В.Г. Ермаков // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2014. – № 2 (83). – С. 67–72.
9. Нечаев, Н.Н. Профессионализм как основа профессиональной мобильности / Н.Н. Нечаев. – М. : Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2005. – 92 с.