И. С. Ковалева
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ОПЕРАТОР МАРКОВА – СТИЛТЬЕСА В ПРОСТРАНСТВАХ $H^p(D)$ И $L^p(0,1)$

В работе доказывается ограниченность оператора Маркова-Стилтьеса в пространствах $H^p(D)$ и $L^p(0,1)$ $(1<p<\infty)$, получены оценки нормы этого оператора.

Определение. Оператор Маркова-Стилтьеса в пространстве Харди $(1<p<\infty)$ задается следующим соотношением

$$Sf(z):=\int_0^1 \frac{f(t)}{1-tz}dt.$$

Мы будем отождествлять пространства Харди $H^p(D)$ и $H^p(T)$ (см., например, [2]).

Теорема 1. Оператор Маркова – Стилтьеса определен в $H^p(T)$ $(1<p<\infty)$ и является ограниченным ганкелевым с матрицей Гильберта в стандартном базисе. Его норма удовлетворяет неравенствам

$$\pi \le \|S\|_{H^p\to H^p} \le \frac{\pi}{\sin\frac{\pi}{\max\{p,q\}}}.$$

В частности, при *p=2* $\|S\| = \pi$, а спектр оператора S чисто непрерывный, совпадает с существенным спектром и равен $[0, \pi]$.

Ниже через S обозначен оператор Маркова – Стилтьеса в пространстве $(1 < p < \infty)$. Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. Оператор Маркова – Стилтьеса ограничено действует в $(1 < p < \infty)$ и

$$\|S\|_{L^p \to L^p} \le \pi \cdot ctg \frac{\pi}{2\max\{p, q\}} .$$

При $p = 2$ имеем

$$\|S\|_{L^2 \to L^2} = \pi .$$

ЛИТЕРАТУРА

1 Böttcher, A. Analysis of Toeplitz / A. Böttcher, B. Silbermann. – Springer, 1990. – 512 p.

2 Duren, P. L. Theory of H^p spaces / P. L. Duren // Pure and Applied Mathematics. – 1970. – Vol. 38. – 277 p.

3 King, F.W. Hilbert transforms: in 2 Vol. / F.W. King. – Cambridge University Press, 2009. – Vol. – 858 p.