

Е. Ю. Кузьменкова

(ГТУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДЕКСА ВРАЩЕНИЯ ХАРАКТЕРА $\chi \in X$ И ВЫЧИСЛЕНИЕ $\text{ind } \chi^{-1}$ ДЛЯ СЛУЧАЯ ГРУПП

Пусть X – группа характеров, G – компактная связная абелева группа. Если в группе X имеется наименьший положительный элемент χ_1 , то через X^i будем обозначать (бесконечную циклическую) подгруппу группы X , порожденную этим элементом. Пусть X_+ – положительный конус. $X_- = X \setminus X_+ = X_+^{-1} \setminus \{1\}$. Тогда X может быть представлена в следующем виде:

$$X = (X_+ \setminus X^i) \amalg X^i \amalg (X_- \setminus X^i).$$

Введем следующие определения.

Пусть X линейно упорядочена. Из [1, теорема 2] следует, что если существует наименьший положительный характер χ_1 , то $X^i = \{\chi_1^n : n \in \mathbb{Z}\}$ и $\text{ind } \chi_1^n = n$. Расширим данное определение для всей X .

Определение. 1) если $\chi \in X_+ \setminus X^i$, тогда $\text{ind } \chi := +\infty$.

2) в случае, когда $\chi \in X_- \setminus X^i$, $\text{ind } \chi := -\infty$.

Была сформулирована и доказана следующая лемма:

Лемма. $\forall \xi \in X$ справедливо следующее равенство:

$$\text{ind } \xi^{-1} = -\text{ind } \xi.$$

Доказательство. Возможны следующие случаи:

1) Пусть $\xi \in X^i$, $\xi = \chi_1^n$, $\text{ind } \xi = n$.

Тогда $\xi^{-1} = \chi_1^{-n}$, $\text{ind } \xi^{-1} = -n = -\text{ind } \xi$.

2) Пусть $\xi \in X_+ \setminus X^i$, $\text{ind } \xi := +\infty$.

Тогда $\xi^{-1} \in X_- \setminus X^i$, а $\text{ind } \xi^{-1} = -\infty = -\text{ind } \xi$.

3) Пусть $\xi \in X_- \setminus X^i$, $\text{ind } \xi := -\infty$.

Тогда $\xi^{-1} \in X_+ \setminus X^i$, а $\text{ind } \xi^{-1} = +\infty = -\text{ind } \xi$.

Что и требовалось доказать.

Материалы XIX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 21–23 марта 2016 г.

ЛИТЕРАТУРА

1 Миротин, А. Р. Фредгольмовы и спектральные свойства тёплицевых операторов в пространствах H^p над упорядоченными группами / А. Р. Миротин // Математический сборник. – 2011. – Т. 202, №5. – С. 101–116.