В. И. Мурашко
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

КРИТЕРИЙ W-СВЕРХРАЗРЕШИМОСТИ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ

В работе рассматриваются только конечные группы. Р. Бэр [1, с. 197] доказал, что группа G сверхразрешима тогда и только тогда, когда $x^{p-1}y = yx^{p-1}$ для всех $p \in \pi(G)$ и для всех примарных элементов x, y группы G таких, что порядок x взаимно прост с p, $y \in G'$ и y – p-элемент.

В работе [2] был введён класс w-сверхразрешимых групп $w\mathbf{U}$ – класс групп, силовские подгруппы которых $\mathbf{P}$-субнормальны. Отметим, что всякая сверхразрешимая группа w-сверхразрешима, а обратное утверждение не верно. По аналогии с классом сверхразрешимых групп, класс всех w-сверхразрешимых групп является наследственной насыщенной формацией, обладающей силовской башней сверхразрешимого типа.

Важным свойством сверхразрешимой группы является нильпотентность её коммутанта. Отметим, что обобщенный коммутант w-сверхразрешимой группы G нильпотентен, т.е. $G/\mathrm{F}(G)$ имеет абелевые силовские подгруппы. Однако, не всякая группа с абелевыми силовскими подгруппами w-сверхразрешима. Все вышесказанное приводит нас к следующему обобщению теоремы Бэра.

Теорема. Группа G w-сверхразрешима тогда и только тогда, когда $x^{p-1}y = yx^{p-1}$ для всех $p \in \pi(G)$ и для всех примарных элементов x, y группы G таких, что порядок x взаимно прост с p, $y \in G^{w\mathbf{U} \cap \mathbf{A}}$ и y – p-элемент.

ЛИТЕРАТУРА

1 Between Nilpotent and Soluble / H.G Bray [et al.]; ed. M. Weinstein. – Passaic: Polygonal Publishing House, 1982. – 240 p.

2 Васильев, А. Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сиб. мат. журн. – 2010. – Т. 51, № 6. – С. 1270–1281.