

А. Д. Русаков
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)
НЕАБЕЛЕВОСТЬ ПОЛИАДИЧЕСКИХ
ГРУППОИДОВ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

В заметке под полиадическими группоидами специального вида понимаются l -арные группоиды $\langle A^k, \eta_{s, \sigma, k} \rangle$ с l -арной операцией $\eta_{s, \sigma, k}$, которая была определена в [1]. Частными случаями l -арной операции $\eta_{s, \sigma, k}$ являются две полиадические операции, которые Э. Пост определил и изучал в [2]. Конструкция, которую он использовал при построении своих m -арных операций, допускает различные обобщения [3].

Основным результатом является следующая

Теорема 1. Пусть подстановка $\sigma \in \mathbf{S}_k$ не является тождественной, n -арный группоид $\langle A, \eta \rangle$ обладает такими элементами a, e_1, \dots, e_{n-1} , что

$$a \neq e_1, \eta(ae_1 \dots e_{n-1}) = a, \eta(e_1e_1 \dots e_{n-1}) = e_1, \eta(e_{n-1}e_1 \dots e_{n-1}) = e_{n-1}.$$

Тогда l -арный группоид $\langle A^k, \eta_{s, \sigma, k} \rangle$ не является абелевым.

Если в теореме 1 для $n \geq 3$ положить $a = e_{n-1}$, то верна

Теорема 2. Пусть подстановка $\sigma \in \mathbf{S}_k$ не является тождественной, n -арный группоид $\langle A, \eta \rangle$, где $n \geq 3$, обладает такими элементами e_1, \dots, e_{n-1} , что

$$e_1 \neq e_{n-1}, \eta(e_1e_1 \dots e_{n-1}) = e_1, \eta(e_{n-1}e_1 \dots e_{n-1}) = e_{n-1}.$$

Тогда l -арный группоид $\langle A^k, \eta_{s, \sigma, k} \rangle$ не является абелевым.

Если в теоремах 1 и 2 n -арный группоид $\langle A, \eta \rangle$ заменить n -арной полугруппой (n -арной группой) $\langle A, \eta \rangle$ и потребовать, чтобы нетожд-

Материалы XIX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 21–23 марта 2016 г.

дественная подстановка $\sigma \in \mathbf{S}_k$ удовлетворяла условию $\sigma^l = \sigma$, то получим новые результаты, в которых вместо l -арного группоида $\langle A^k, \eta_{s, \sigma, k} \rangle$ будет фигурировать l -арная полугруппа (l -арная группа) $\langle A^k, \eta_{s, \sigma, k} \rangle$.

Имеет место также следующая

Теорема 3. Пусть нетождественная подстановка $\sigma \in \mathbf{S}_k$ удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, n -арная группа $\langle A, \eta \rangle$ имеет не менее двух элементов. Тогда l -арная группа $\langle A^k, \eta_{s, \sigma, k} \rangle$ не является абелевой.

ЛИТЕРАТУРА

1 Гальмак, А. М. О полиадических операциях на декартовых степенях / А. М. Гальмак, А. Д. Русаков / Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2014. – №3. – С. 35–40.

2 Post, E. L. Polyadic groups / E. L. Post // Trans. Amer. Math. Soc. – 1940. – Vol. 48, №2. – P. 208–350.

3 Гальмак, А. М. Многместные операции на декартовых степенях / А. М. Гальмак. – Минск: Изд. центр БГУ, 2009. – 265 с.