

К вопросу о построении каскадов для разделения многокомпонентных изотопных смесей

Н. А. КОЛОКОЛЬЦОВ, В. П. МИНЕНКО, Б. И. НИКОЛАЕВ,
Г. А. СУЛАБЕРИДЗЕ, С. А. ТРЕТЬЯК

УДК 621.039.3

В настоящее время, главным образом в связи с потребностями ядерной энергетики, возрастает интерес к разделению многокомпонентных смесей, следовательно, и к теории построения разделительных многокомпонентных каскадов, причем требуется выделять не только крайние по массам изотопы, но и промежуточные или группы промежуточных изотопов. Трудность построения таких каскадов состоит в том, что концентрации изотопов промежуточных масс стремятся к максимуму внутри каскада [1, 2].

В предлагаемой работе обсуждаются схемы каскадов непрерывного профиля (НПК), позволяющие выделять промежуточные изотопы, и моделирование этих каскадов реальными, состоящими из секций с постоянными потоками. Будем называть эти каскады прямоугольно-ступенчатыми каскадами (ПСК). Для упрощения выкладок рассмотрим только симметричные каскады, в которых разделившиеся в ступени потоки направляются в последующую и предыдущую ступени.

Систему уравнений переноса m -компонентной изотопной смеси для отборной части каскада с произвольным распределением межступенчатых потоков L можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_i}{ds} &= N_i \sum_{j=1}^m \varepsilon_{ij} N_j - \frac{P}{L(s)} (N_i^P - N_i), \\ i &= 1, 2, \dots, m-1; \\ \sum_{j=1}^m N_j &= 1, \end{aligned} \right\} (1)$$

где N_i — молярная концентрация i -го компонента в s -ступени; P — поток в отборе каскада; N_i^P — концентрации в отборе; ε_{ij} — коэффициенты обогащения пары изотопов $i-j$, обладающие свойствами аддитивности

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ir} + \varepsilon_{rj}$$

и антисимметричности

$$\varepsilon_{ij} = -\varepsilon_{ji}.$$

В дальнейшем будем считать, что изотопы занумерованы в порядке возрастания масс.

В работе [3] концентрации $N_i(s)$ заменяются функциями $\varphi_i(s)$, а система уравнений (1) при непрерывной функции $L(s)$ приводится к одному

уравнению Вольтерра относительно одной из этих функций:

$$\begin{aligned} \varphi_i(s) + \sum_{j=1}^m \frac{PN_j^P}{L(s)} \int_0^s \varphi_i(t) e^{\varepsilon_{ji}(s-t)} dt &= \\ &= \sum_{j=1}^m \frac{N_j^f L^f}{L(s)} e^{\varepsilon_{ji} s} \end{aligned} \quad (2)$$

и к $(m-1)$ -соотношению вида

$$\varphi_j(s) = \varphi_i(s) e^{\varepsilon_{ij} s}, \quad (3)$$

где L^f и N_j^f — поток и концентрации в точке подачи питания при $s=1$, удобно произвести замену $s = s^P - l$, где s^P — число ступеней в отборной части, после чего уравнения (2), (3) переищутся в виде

$$\begin{aligned} \varphi_i(l) - \sum_{j=1}^m \frac{PN_j^P}{L(l)} \int_0^l \varphi_i(t) e^{\varepsilon_{ji}(t-l)} dt &= \\ &= \sum_{j=1}^m \frac{N_j^P L(0)}{L(l)} e^{-\varepsilon_{ji} l}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\varphi_j(l) = \varphi_i(l) e^{\varepsilon_{ji} l}, \quad (5)$$

причем $L(0)$ — поток при $l=0$, т. е. на отборном конце.

Функции $\varphi_i(l)$ связаны с концентрациями и потоком в каскаде соотношением

$$N_i(l) L(l) = \frac{N_i^P L(0) + N_i^P P \int_0^l \varphi_i(t) dt}{\varphi_i(l)}. \quad (6)$$

Если ввести обозначения $N_i L = \chi_i$, то

$$\sum_{j=1}^m \chi_j(l) = L(l), \quad (7)$$

и, следовательно,

$$N_i(l) = \frac{\chi_i(l)}{\sum_{j=1}^m \chi_j(l)}. \quad (8)$$

Для каждого заданного распределения потоков в каскаде $L(l)$ функции $\varphi_i(l)$ и соответственно $N_i(l)$ определяются однозначно.

Рассмотрим НПК, удовлетворяющие условию

$$\varphi_i(l) = e^{Q_i l}, \quad (9)$$

где Q_i — некоторые постоянные, которые, согласно соотношениям (5), должны быть связаны условием

$$Q_i - Q_j = \varepsilon_{ij}. \quad (10)$$

Соответственно только одна из величин Q_i может быть выбрана произвольно. Для сокращения НПК, удовлетворяющие выражению (9), будем называть Q -каскадами.

В стремлении минимизировать суммарный поток каскада естественно принято, что поток на конце равен нулю:

$$L(0) = 0. \quad (11)$$

Подставляя (9) в соотношения (6) и (7) и учитывая (11), получаем

$$\chi_i(l) = \frac{PN_i^P}{Q_i} (1 - e^{-Q_i l}); \quad (12)$$

$$L(l) = P \sum_{j=1}^m \frac{N_j^P}{Q_j} (1 - e^{-Q_j l}). \quad (13)$$

Уравнения (12), (13) дают распределение концентраций и потока в отборной части Q -каскада.

Аналогичные уравнения можно записать и для отвальной части:

$$\chi_i(l) = \frac{WN_i^W}{Q_i} (e^{Q_i l} - 1); \quad (14)$$

$$L(l) = W \sum_{j=1}^m \frac{N_j^W}{Q_j} (e^{Q_j l} - 1), \quad (15)$$

где W — величина потока в отвале; N_i^W — концентрация i -го изотопа в точке отвала; $l = s^W - s$.

С помощью полученных соотношений (12) — (15) и выражения (8) можно выразить концентрации в отборе N_i^P и в отвале N_i^W через концентрации в точке питания N_i^F :

$$N_i^P = \frac{Q_i N_i^F}{1 - e^{-Q_i s^P}} \left/ \sum_{j=1}^m \frac{Q_j N_j^F}{1 - e^{-Q_j s^P}} \right.; \quad (16)$$

$$N_i^W = \frac{Q_i N_i^F}{e^{Q_i s^W} - 1} \left/ \sum_{j=1}^m \frac{Q_j N_j^F}{e^{Q_j s^W} - 1} \right. \quad (17)$$

Следует подчеркнуть, что концентрации в точке подачи питания каскада N_i^F в общем случае не равны концентрациям в потоке питания N^F . Такое равенство возможно только при условии несмещения концентраций в питании.

Используя уравнения материальных балансов

$$\left. \begin{aligned} PN_i^P + WN_i^W &= FN_i^F; \\ P + W &= F, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

можно из уравнений (16) и (17) исключить N_i^F и выразить N_i^P и N_i^W через концентрации в потоке питания N_i^F :

$$N_i^P = \frac{1 - e^{-Q_i s^W}}{e^{-Q_i s^P} - e^{-Q_i s^W}} N_i^F \left/ \sum_{j=1}^m \frac{1 - e^{-Q_j s^W}}{e^{-Q_j s^P} - e^{-Q_j s^W}} N_j^F \right.; \quad (19)$$

$$N_i^W = \frac{e^{-Q_i s^P} - 1}{e^{-Q_i s^P} - e^{-Q_i s^W}} N_i^F \left/ \sum_{j=1}^m \frac{e^{-Q_j s^P} - 1}{e^{-Q_j s^P} - e^{-Q_j s^W}} N_j^F \right. \quad (20)$$

Полученные формулы (19) и (20) показывают, что Q -каскады позволяют концентрировать изотопы определенной части изотопного спектра при соответствующем выборе величины Q_i . Это вытекает из следующих рассуждений. Предположим для определенности, что для i -го изотопа параметр $Q_i > 0$. Кроме того, естественно принять, что мы имеем дело с длинными каскадами, у которых s^P и s^W велики. При оценке эффекта разделения мы будем иметь резкое различие в поведении изотопов, для которых Q_j больше или меньше нуля.

Для случая $Q_j > 0$ из выражения (19) в предположении, что знаменатели в этих формулах одинаковы, нетрудно получить оценочные соотношения:

$$\frac{N_i^P}{N_j^P} \approx \frac{N_i^F}{N_j^F}. \quad (21)$$

Аналогично, если $Q_j < 0$, то на основании выражения (19) запишем

$$\frac{N_i^P}{N_j^P} \gg \frac{N_i^F}{N_j^F}. \quad (22)$$

Для обеднительной части каскада аналогичные оценки получаются при $Q_i < 0$.

Если требуется выделить в отборе некоторый промежуточный изотоп с заданным номером i , то для этого величина Q_i принимается равной

$$Q_i = k\varepsilon_i, \quad i+1 \approx k\varepsilon_0 (M_{i+1} - M_i), \quad (23)$$

где k — некоторая величина, значение которой пока выбирается произвольно в интервале $0 < k < 1$; ε_0 — коэффициент обогащения пары

изотопов, отличающихся по массе на единицу; M_i — молекулярный вес i -го компонента смеси. Тогда, согласно выражениям (21) и (40), концентрации всех изотопов с номером $j < i$ будут возрастать при разделении в таком же соотношении, как концентрация i -го изотопа. Концентрации всех изотопов с номером $j > i$ будут резко падать.

Следует отметить, что Q -каскады позволяют разделять все изотопы данного элемента на две группы, причем в первой группе концентрации всех изотопов одновременно растут, а во второй группе — резко падают.

Расчет каскадов рассматриваемого типа показал, что для получения наименьшего суммарного потока ΣL величину k следует выбирать равной половине.

Из полученных результатов непосредственно следует, что в одном Q -каскаде нельзя неограниченно увеличивать концентрацию промежуточного изотопа в отборе, поскольку сумма концентраций обогащаемых изотопов не должна превышать единицу.

С помощью двух каскадов можно решить задачу о получении любого практически чистого промежуточного изотопа. При этом первый каскад выделяет группу изотопов, в которой требуемый промежуточный компонент является крайним, а второй отсекает оставшиеся ненужные компоненты.

Необходимо отметить, что в работе [4] для выделения промежуточных изотопов предлагается использовать так называемые M^* -каскады, получаемые исходя из несколько других соображений, но приводящие к аналогичным результатам. Следует еще раз подчеркнуть, что Q -каскады не являются идеальными каскадами, поскольку в них осуществляется смешение концентраций на входах, поэтому их эффективность следовало бы сравнивать с некоторым «эталонным» каскадом, в котором таких смешений не происходит. Введение эталонного каскада обсуждается в работе [5].

В настоящей работе рассмотрена другая практически важная задача: возможно ли, имея рассчитанный на заданные параметры НПК, в частности Q -каскад, заменить его каскадом, состоящим из прямоугольных секций, т. е. ПСК, так, чтобы выходные концентрации сохранились. Возможность такой замены не очевидна, поскольку влияние нарушения теоретического профиля на различные компоненты смеси, вообще говоря, не одинаково. Аналитическое решение системы (1) для секций ПСК с $L = \text{const}$ дано в работах [3, 6]. Однако при рас-

чете реального каскада с помощью ЭВМ более целесообразно проводить численное интегрирование системы (1) непосредственно.

Сформулируем задачу расчета ПСК следующим образом: требуется найти параметры каскада, соответствующего Q -каскаду по выходным концентрациям и имеющего заданный к. п. д. *. Искомыми параметрами каскада являются: число секций, поток L и число ступеней в каждой секции.

В отличие от двухкомпонентного ПСК, в котором заданную концентрацию в отборе всегда можно получить в многокомпонентном каскаде посредством изменения потока, т. е. одного параметра, нужно получить $m - 1$ заданных концентраций. Однако анализ расчета нескольких ПСК на заданный отбор показал, что любой участок НПК можно заменить секцией постоянной ширины с подобранным соответствующим образом потоком, сохраняя неизменными концентрации всех компонентов на концах секций.

В соответствии с этим результатом поставленная задача — замена НПК на ПСК с такими же выходными параметрами — может быть всегда решена, а подбором числа секций можно обеспечить заданный к. п. д.

Расчет проводится в следующей последовательности.

1. На заданные параметры рассчитывается НПК. Это может быть, в частности, Q -каскад, но может быть и какой-либо другой НПК.

2. В соответствии с требуемым к. п. д. ориентировочно выбирается число секций и проводится разбиение НПК на участки. Для фиксирования границы секции на этой границе задается концентрация одного из изотопов, равная соответствующей концентрации в НПК. Для фиксирования границы рекомендуется выбирать тот изотоп, концентрация которого изменяется вдоль каскада монотонно.

3. В соответствии с распределением потоков в НПК в каждой секции задается некоторый начальный поток и находятся концентрации остальных компонентов смеси на стыках. Варьированием величины потока в каждой секции добиваются совпадения всех концентраций на стыке с соответствующими концентрациями в НПК и находят соответствующее число ступеней в каждой секции.

* В данном случае под к. п. д. подразумевается отношение суммарного потока Q -каскада (НПК) к суммарному потоку соответствующего ПСК.

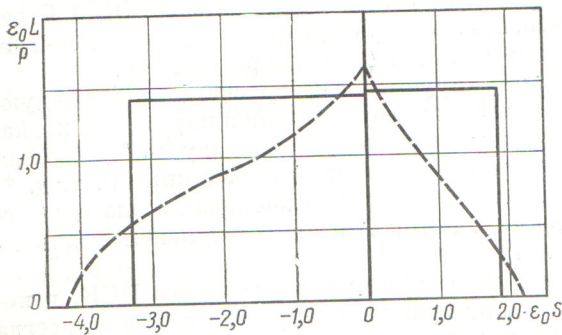


Рис. 1. Двухсекционный ПСК для разделения изотопов вольфрама с $\eta = 78,5\%$.

4. Затем определяется к. п. д.:

$$\eta = \frac{\sum_{\text{по НПК}} L}{\sum_{\text{по ПСК}} L}$$

Внешние параметры НПК для разделения изотопов вольфрама [4]

i	M_i	N_i^F	N_i^P	N_i^W
1	180	0,0014	10^{-9}	0,0028
2	182	0,2646	0,0009	0,5363
3	183	0,1440	0,0238	0,2678
4	184	0,3060	0,4180	0,1906
5	186	0,2840	0,5573	0,0025

5. При несовпадении к. п. д. с заданной величиной проводится повторный расчет с уточненным числом секций.

Возможность использования предлагаемой методики расчета проверена на нескольких изо-

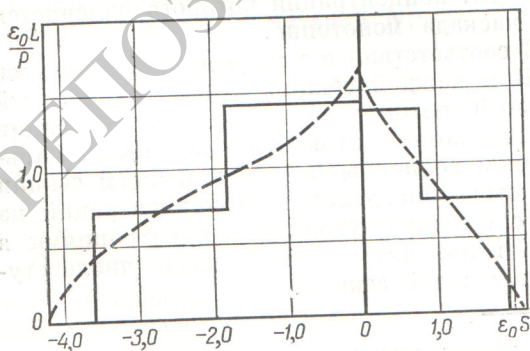


Рис. 2. Четырехсекционный ПСК для разделения изотопов вольфрама с $\eta = 91\%$.

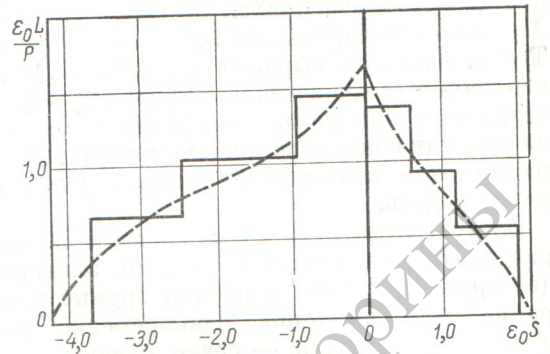


Рис. 3. Шестисекционный ПСК для разделения изотопов вольфрама с $\eta = 94,6\%$.

топных смесях. Расчеты проводились на ЭВМ М-20 по стандартной программе решения системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага.

В качестве примера приведены результаты расчета ПСК, моделирующего НПК для разделения изотопов вольфрама (в виде газообразного

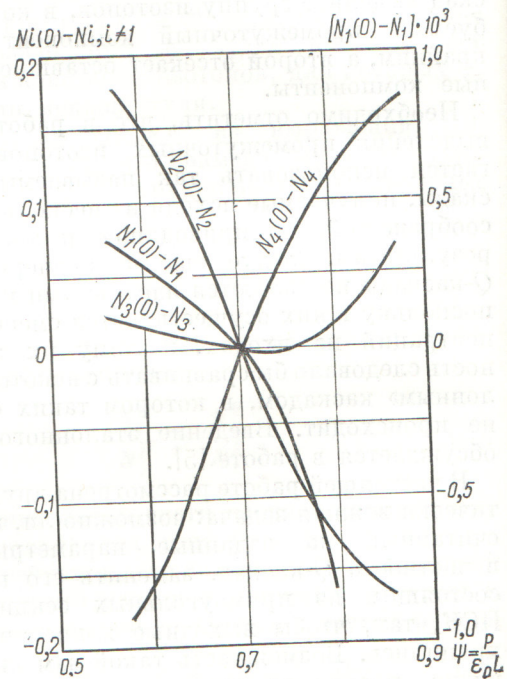


Рис. 4. Изменение граничной концентрации N_i в секции ПСК в зависимости от $\frac{P}{\epsilon_0 L} [N_i(0)]$ — значение концентрации i -го компонента, выбранное в соответствующей точке НПК.

соединения WF_6), внешние параметры которого даны в таблице. Расчет такого каскада приведен в работе [4]. На рис. 1—3 представлены схемы моделирующих ПСК при двух, четырех и шести секциях постоянной ширины (пунктирной линией на рисунках обозначено распределение потоков в соответствующем НПК). Выходные концентрации во всех трех случаях практически совпали с концентрациями на выходе НПК.

На рис. 4 показаны возможности замены участка НПК секций ПСК. Видно, что разности граничных концентраций изотопов на участке одновременно стремятся к нулю при одном и том же значении L (на рисунке отложены $\frac{P}{\epsilon_0 L}$).

Таким образом, доказано, что подбором числа секций можно получить практически любой к. п. д.

Поступила в Редакцию 6/VII 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Schumacher, K. Clusius. *Helv. chim. acta*, 36, 949 (1953).
2. J. Meinrenken. *Z. Naturforsch.* A, 23, № 2 (1968).
3. Р. Я. Кучеров, В. П. Миненко. «Атомная энергия», 19, 360 (1965).
4. S. Levin. *J. Chim. phys. et phys. chim. biol.*, 60, No. 1—2 (1963).
5. Н. А. Колокольцов и др. «Атомная энергия» 29, 128 (1970).
6. A. Narten *Z. Naturforsch.* a. 20a, No. 5 (1965).

Накопление многозарядных ионов в ступке релятивистских электронов

М. Л. ИОВНОВИЧ, М. М. ФИКС

УДК 622.039.521:621.039.55

В настоящее время интенсивно разрабатывается предложенный в работе [1] метод коллективного ускорения ионов. В основу метода положена возможность получения устойчивых электронно-ионных ступок. При определенных условиях время жизни ступки оказывается достаточным для его эффективного ускорения как целого. В процессе создания и во время ускорения ионы удерживаются в ступке пространственным зарядом электронов. Поскольку скорость поступательного движения ионов и электронов одинакова, то энергия иона больше энергии электрона в $\frac{M}{m\gamma} A$ раз, где m и M — массы покоя электрона и нуклона соответственно; A — массовое число иона; γ — релятивистский фактор электрона в покоящемся ступке. Поэтому возможно ускорение ионизованных тяжелых атомов до больших энергий [2, 3].

Процесс создания двухкомпонентного ступка происходит следующим образом. Сначала во внешнем магнитном поле формируется тонкое кольцо релятивистских электронов. На этом этапе ионы практически отсутствуют в ступке; накопление их происходит после того, как электронное кольцо по существу сформируется. Накопление ионов обсуждалось ранее в работах [2, 3]. В настоящей статье рассмотрен процесс накопления многозарядных ионов тяжелых атомов в тонком электронном кольце с большим радиусом R и малым a .

Накопление ионов одноатомного газа в ступке релятивистских электронов

Пусть нейтральные атомы с достаточно малой кинетической энергией попадают внутрь ступки релятивистских электронов; в результате столкновений с последними они ионизируются.

Одновременно с этим происходит изменение потенциальной энергии иона, находящегося в поле объемного заряда электронов. Это изменение потенциальной энергии, вызванное увеличением заряда тяжелой частицы, в среднем намного больше передаваемой ей при столкновении кинетической энергии. Поэтому подавляющая часть образующихся ионов будет захвачена потенциальной ямой электронного кольца.

При последующих столкновениях с электронами заряд удерживаемых внутри кольца ионов будет увеличиваться. Вероятность многократной ионизации, когда в одном акте взаимодействия заряд частицы увеличивается более чем на единицу, значительно меньше однократной. Поэтому ионизацию будем считать ступенчатой, а именно: частицы с зарядом Z образуются из ионов с зарядом $Z - 1$. Кроме того, естественно пренебречь процессами рекомбинации между ионами всех зарядностей и релятивистскими электронами.

Изменение усредненной по объему ступки плотности нейтральных атомов n_0 в единицу