

О турбулентном тепло- и массообмене

М. Д. МИЛЛИОНЩИКОВ

УДК 523.542.

Задача о турбулентном тепло- и массообмене в пристеночных слоях рассматривалась неоднократно [1—3]. Особый интерес эта проблема вызвала после того, как было обнаружено, что обычные представления о характере обмена не смогли объяснить поведение закона тепло-массообмена при значениях числа Прандтля P , равного отношению молекулярных коэффициентов кинематической вязкости и температуропроводности $P = \nu/\kappa$, значительно больше единицы.

Между тем некоторые вещества, для которых эти процессы экспериментально изучались, характеризуются значениями числа Прандтля 3000 и более. Анализ экспериментальных данных для широкого диапазона значений числа P (0,5—3000) проведен в работе Дайслера [1]. В этой же работе построена специальная теория тепло-массообмена, которая при соответствующем выборе некоторых констант приводит к хорошему согласию с экспериментальными данными во всем обследованном интервале значений числа Прандтля.

Дайслер рассматривает ламинарный подслой как область взаимодействия молекулярного и турбулентного обменов, характеризующихся величиной скорости, расстоянием от стенки и коэффициентом кинематической вязкости. В области разившейся турбулентности принимается логарифмический профиль. Этим достигается количественно лучшее описание профиля скорости, чем при наложении линейного профиля в ламинарном подслое и чисто логарифмического профиля.

Однако из этой теории общая зависимость тепло-массообмена от числа Прандтля, включая и его малые значения, не вытекает.

Поведение числа Нуссельта при больших значениях числа Прандтля принято Дайслером в виде закона пропорциональности числа Нуссельта числу Прандтля в степени $1/4$.

Асимптотическое поведение закона теплообмена с других позиций до Дайслера рассматривалось Л. Д. Ландау и В. Г. Левичем [2]. Их теория соответствует идее П. Л. Капицы [4, 5] о существовании в пристеночных слоях устойчивых волновых движений жидкости. При больших значениях числа Прандтля теплопроводность в вязком слое весьма мала, и поэтому турбулентные пульсации, возникающие в этом слое, создают турбулентный перенос, сравнимый с молекулярным уже на расстояниях от стенки, значительно меньших, чем толщина гидродинамического ламинарного подслоя. Таким образом, толщина теплового (или диффузионного) ламинарного подслоя, т. е. слоя, в котором турбулентным обменом можно пренебрегать, является, вообще говоря, функцией молекулярной теплопроводности. Весьма общие предположения теории по существу сводятся к трем допущениям:

- 1) продольная составляющая пульсационной скорости u' изменяется так же, как и усредненная скорость, т. е. пропорционально расстоянию от стенки;
- 2) частота пульсаций не зависит от расстояния от стенки;
- 3) коэффициент корреляции между поперечной составляющей скорости и поперечным масштабом переноса не зависит от расстояния от стенки.

При этих предположениях для продольной пульсации скорости справедливо соотношение [2]

$$u' \sim v_* \frac{y}{\delta_0},$$

где v_* — динамическая скорость; δ_0 — толщина гидродинамического ламинарного подслоя.

Ответственная за перенос тепла и массы поперечная составляющая скорости по оценке из условий неразрывности течения имеет в той

же пристеночной области порядок величины

$$v' \sim v_* \left(\frac{y}{\delta_0} \right)^2.$$

Величина пути переноса в поперечном направлении пропорциональна v' , т. е. изменяется в зависимости от y по такому же закону, что и поперечная составляющая скорости, т. е. пропорциональна y^2/δ_0 .

Перенос тепла в поперечном направлении пропорционален произведению поперечной составляющей скорости и средней величины пути переноса в поперечном направлении, т. е.

$$\chi_T \sim v_* \delta_0 \left(\frac{y}{\delta_0} \right)^4,$$

где χ_T — коэффициент турбулентной теплопроводности.

Определяя величину δ_0 из соотношения

$$v \sim v_* \delta_0,$$

имеем

$$\chi_T = \text{const } v \left(\frac{y}{\delta_0} \right)^4.$$

Определяя расстояние от стенки $y = \delta'_0$ как толщину, на которой турбулентная теплопроводность имеет порядок величины χ — молекулярной теплопроводности, получаем формулу В. Г. Левича

$$\delta'_0 = c \delta_0 P^{-1/4}. \quad (1)$$

Из этого соотношения непосредственно вытекает предельная формула закона теплопроводности при больших значениях числа P [2], которая подтверждается экспериментальными данными Дайслера. Для малых и промежуточных значений числа P предельная формула неприемлема.

Прежде чем перейти к новым построениям, отметим, что, как известно, при значении числа $P = 1$ толщины ламинарного и теплового слоев не различаются по величине. На этом основании в соотношении (1) полагаем $c = 1$, т. е. имеем

$$\delta'_0 = \delta_0 P^{-1/4} \text{ при } P \geq 1. \quad (2)$$

При значениях числа Прандтля, меньших единицы, в пределах ламинарного подслоя δ_0 оказываются пренебрежимо малыми как турбулентные касательные напряжения, так и турбулентный перенос тепла и массы.

Следовательно, при $P < 1$ величина δ'_0 , определяемая как расстояние от стенки, на котором начинает проявляться турбулентный перенос

тепла и массы, будет равна толщине δ_0 гидродинамического ламинарного подслоя, т. е.

$$\delta'_0 = \delta_0 \text{ при } P < 1. \quad (2')$$

Отметим, что принятая в формуле (1) постоянная, равная единице, является единственной экспериментальной величиной, полученной из тепловых измерений, которую мы используем при дальнейших построениях.

Рассмотрение турбулентного течения в трубе и законов сопротивления, проведенное в работах [6—9], показало, что использование принципа суперпозиции молекулярной и различных видов турбулентной вязкости позволяет дать весьма точное описание поведения скоростей и коэффициентов сопротивления не только в области сильно развитой турбулентности, но и в области значений числа Рейнольдса, где влиянием молекулярной вязкости пренебрегать нельзя. Это дает основание полагать, что использование принципа суперпозиции коэффициентов молекулярного и турбулентного обменов может оказаться плодотворным и для задач тепло- и массообмена.

Обе задачи — о теплообмене и о массообмене — совершенно аналогичны, и мы для определенности будем рассматривать задачу о теплообмене и затем, изменяя лишь обозначения, перейдем к задаче о массообмене.

Обозначим q поток тепла в направлении к плоской стенке, вдоль которой течет поток со скоростью u (y).

Тогда имеем

$$q = -(\kappa + \rho c_p \epsilon_T) \frac{dT}{dy}, \quad (3)$$

где T — абсолютная температура, $T = T(y)$; $\kappa = \rho c_p \chi$ — коэффициент молекулярной теплопроводности; ϵ_T — коэффициент турбулентного обмена; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Согласно гипотезе Рейнольдса,

$$\epsilon_T = \nu_T,$$

где ν_T — коэффициент кинематической турбулентной вязкости.

Несколько обобщая гипотезу Рейнольдса, имеем*

$$\epsilon_T = a' v_* (y - \delta'_0).$$

Обобщение заключается в том, что толщина теплового ламинарного слоя δ'_0 , вообще говоря, не равна толщине δ_0 ламинарного подслоя для

* См. работы [6, 7].

поля скоростей, а величина a' определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} a' &= \text{const} = a \text{ при } y > \delta'_0; \\ a' &= 0 \text{ при } y \leq \delta'_0. \end{aligned}$$

Интегрируя уравнение (3), получаем формулу для распределения температуры

$$\frac{\Delta \tilde{T}}{\beta} = \frac{1}{a'} \ln [1 + a'P(\eta - \delta')] + \delta'P, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{q}{\rho c_p T_0 v_*}; \quad \eta = \frac{y v_*}{v}; \quad T_0 = T(0); \\ \delta &= \frac{\delta_0 v_*}{v}; \quad \delta' = \frac{\delta'_0 v_*}{v}; \quad \Delta \tilde{T} = 1 - \frac{T}{T_0}. \end{aligned}$$

Формула (4) для распределения температуры аналогична по своей структуре формуле для распределения скоростей [6]

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{a} \ln [1 + a(\eta - \delta)] + \delta. \quad (5)$$

Формулы (4) и (5) совпадают, если $P = 1$, и соответственно $\delta' = \delta$.

Величина δ , так же как и величина a , была определена в работе [6] из экспериментальных данных по измерению распределения скорости в пристеночном слое и в трубах. Хорошее согласие с гидродинамическим экспериментом получено при $\delta = 7,8$ и $a = 0,39$.

Используя формулу (2), получаем из формулы (4)

$$\frac{\Delta \tilde{T}}{\beta} = \frac{1}{a} \ln [1 + Pa(\eta - \delta \cdot P^{-1/4})] + \delta \cdot P^{3/4}. \quad (6)$$

Формула (6) дает распределение температур в зависимости от η и числа P .

При значениях констант $a = 0,39$ и $\delta = 7,8$, найденных из гидравлических измерений, были рассчитаны профили температур и проведено сравнение с экспериментальными данными работ [1, 10, 11].

К сожалению, в нашем распоряжении оказались данные измерений профиля скоростей лишь при значениях числа Прандтля, близких к единице. Профиль температур, определенный по формуле (6), хорошо описывает весь диапазон расстояния от стенки.

При значениях числа Прандтля, значительно отличающихся от единицы, т. е. в диапазоне $0,5 < P < 3000$, был обследован экспериментально закон теплообмена в виде зависимости числа Стентона от числа Прандтля [1].

Число Стентона S определяется формулой

$$S^{-1} = \frac{u_{cp}}{v_*} \cdot \frac{\tilde{T}'_{cp}}{\beta}. \quad (7)$$

Отметим, что обычно при обработке экспериментальных данных применяется усреднение, взвешенное по расходу в данном сечении, т. е. по формуле

$$\frac{\Delta \tilde{T}'_{cp}}{\beta} = \frac{\int_0^{\eta_0} \frac{\Delta \tilde{T}}{\beta} \cdot \frac{u}{v_*} (\eta_0 - \eta) d\eta}{\int_0^{\eta_0} \frac{u}{v_*} (\eta_0 - \eta) d\eta}, \quad (8)$$

что равносильно определению числа S формулой

$$S^{-1} = \frac{2}{\eta_0^2} \int_0^{\eta_0} \frac{\Delta \tilde{T}}{\beta} \cdot \frac{u}{v_*} (\eta_0 - \eta) d\eta,$$

где $\eta_0 = \frac{rv_*}{v}$; r — радиус трубы.

Формулы (5) и (6) позволяют в явном виде оценить различие между усреднением по формуле (8) и простым усреднением по формуле

$$\frac{\Delta \tilde{T}'_{cp}}{\beta} = \frac{2}{\eta_0^2} \int_0^{\eta_0} \frac{\Delta \tilde{T}}{\beta} (\eta_0 - \eta) d\eta. \quad (9)$$

В частности, при $P = 1$ имеем

$$\Delta \tilde{T}'_{cp} \approx \Delta \tilde{T}'_{cp} \left[1 + \frac{5}{4a^2} \left(\frac{\beta}{\Delta \tilde{T}'_{cp}} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

При достаточно больших значениях $\frac{\Delta \tilde{T}'_{cp}}{\beta}$ второе слагаемое в формуле (10) мало и с большой степенью точности можно полагать

$$\Delta \tilde{T}'_{cp} = \Delta \tilde{T}'_{cp}. \quad (11)$$

При больших значениях числа Прандтля точное значение величины $\Delta \tilde{T}'_{cp}$ в законе теплообмена не играет большой роли и погрешности ее вычисления несущественны. На этом основании мы проводили расчеты, исходя из усреднения температуры по формуле (9).

Отметим, что использование формулы усреднения (8) не вносит существенных осложнений, но делает результат менее обозримым. С другой стороны, усреднение по формуле (8) должно быть сохранено при вычислении теплового

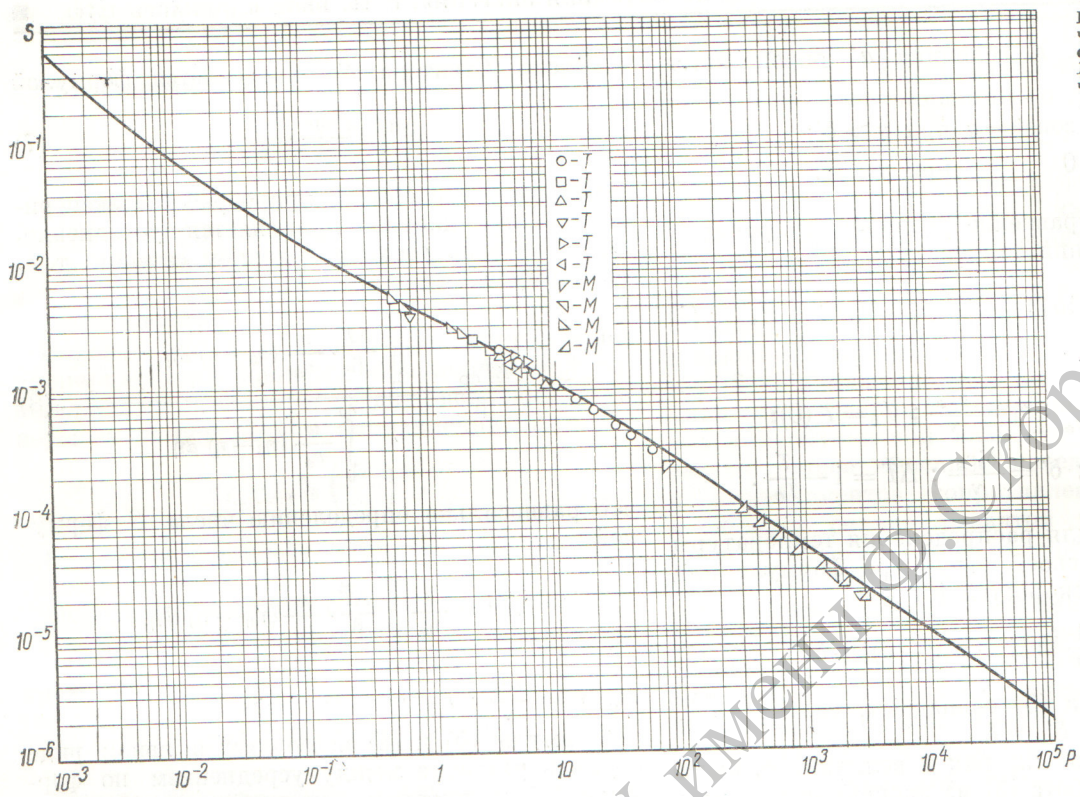


Рис. 1. Зависимость числа Стенона S от числа Прандтля P при значении числа Рейнольдса $R=10\ 000$.

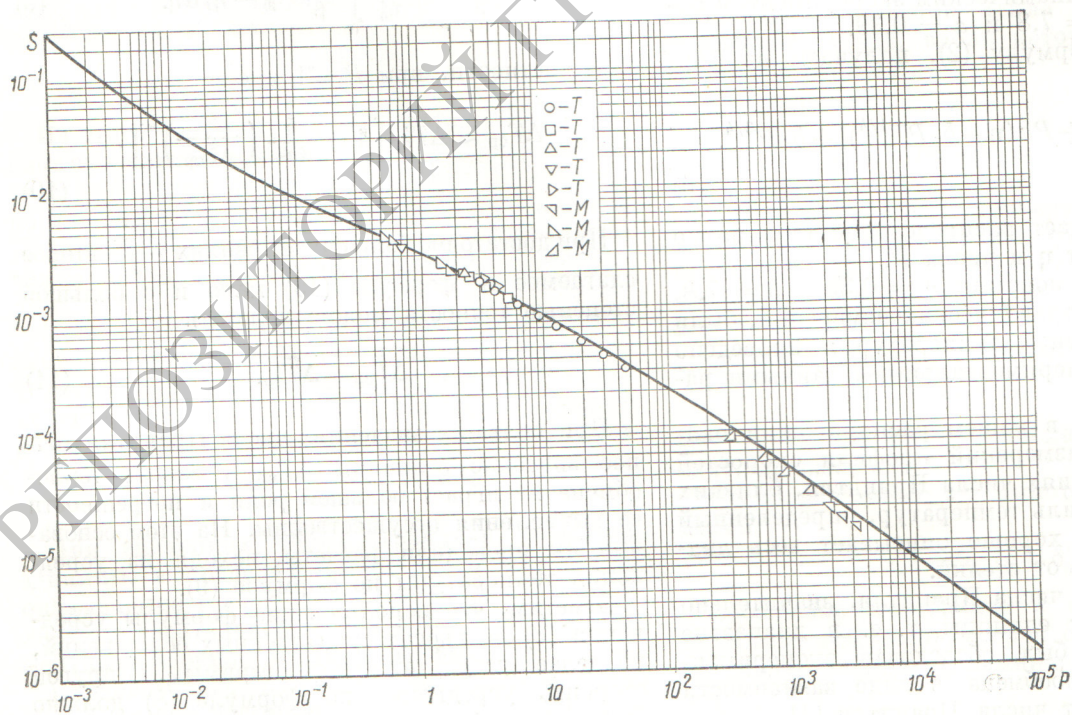
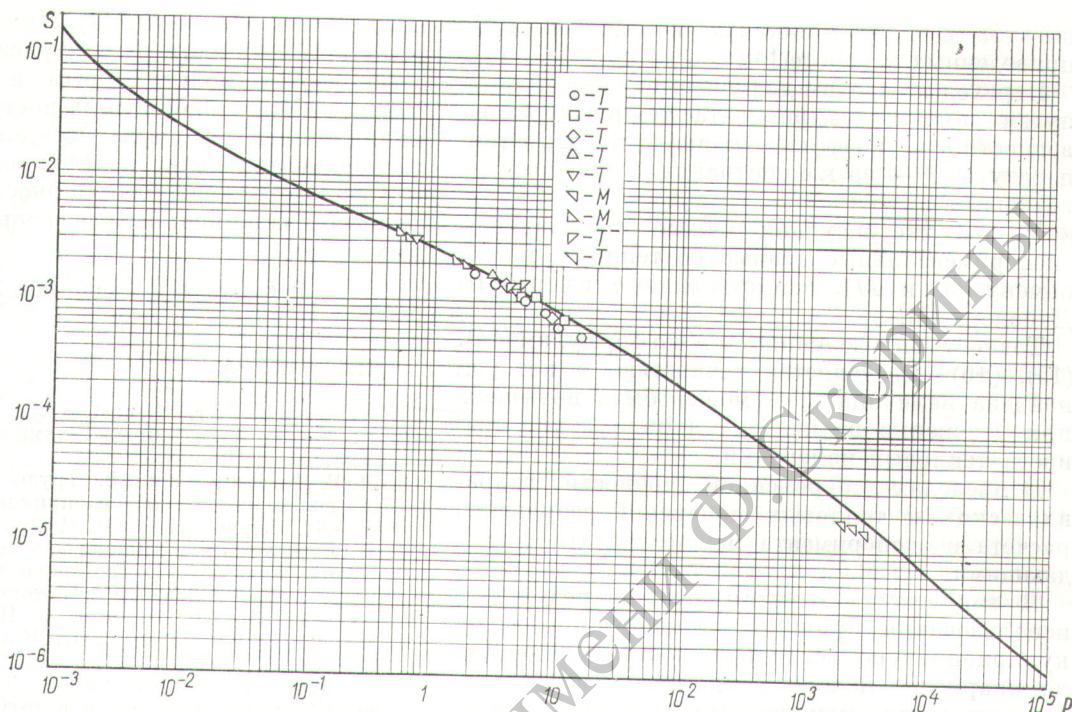


Рис. 2. Зависимость числа Стенона S от числа Прандтля P при значении числа Рейнольдса $R=25\ 000$.

Рис. 3. Зависимость числа Стентона S от числа Прандтля P при значении числа Рейнольдса $R=50\ 000$.



баланса, так как погрешности в вычислении продольно переносимого потока полностью сохраняются в вычислениях теплового баланса.

С учетом указанных замечаний о правиле усреднения и принимая во внимание, что

$$\frac{u_{\text{ср}}}{v_*} = \frac{2}{\eta_0^2} \int_0^{\eta_0} \frac{1}{a} \{ \ln [1 + a(\eta - \delta)] + \delta \} \times (\eta_0 - \eta) d\eta = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}, \quad (12)$$

где λ — коэффициент сопротивления, получаем

$$\frac{\Delta \bar{T}_{\text{ср}}}{\beta P} = \delta_1 - \frac{\delta_1^2}{\eta_0} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\delta_1^3}{\eta_0^2} + \frac{2}{a_1^2 \eta_0} \times \left[1 + \frac{a_1 \delta_1 - 1}{a_1 \eta_0} \right] \left[\alpha (\ln \alpha - 1) + 1 \right] + \frac{2}{a_1^3 \eta_0^2} \left[\frac{\alpha^2}{2} \left(\ln \alpha - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{4} \right], \quad (13)$$

где $a_1 = aP$; $\delta_1 = \delta \cdot P^{-1/4}$; $\alpha = 1 + a_1(\eta_0 - \delta_1)$; $\eta_0 = \frac{rv_*}{\nu}$; r — радиус трубы, или приближенно

$$\frac{\Delta \bar{T}_{\text{ср}}}{\beta} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} + (P^{3/4} - 1) \delta + \frac{1}{a} \ln P + \varepsilon, \quad (13')$$

где ε — малая поправка.

Следовательно, для числа S для больших значений числа Прандтля можно записать с большой точностью формулу

$$S^{-1} = \frac{8}{\lambda} \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \left[(P^{3/4} - 1) \delta + \frac{1}{a} \ln P \right] \right\}. \quad (14)$$

Соответственно для числа Нуссельта N , равного $N = S \cdot R \cdot P$, имеем

$$N^{-1} = \frac{8}{\lambda R \cdot P} \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \times \left[(P^{3/4} - 1) \delta + \frac{1}{a} \ln P \right] \right\}. \quad (15)$$

Для значений числа Прандтля, меньших единицы, где $\delta'_0 = \delta_0$, точная формула для числа S имеет вид

$$S^{-1} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \left\{ \frac{1}{a} \ln [1 + aP(\eta - \delta)] + \delta \right\}. \quad (16)$$

На рис. 1—3 представлены результаты расчетов по формуле (14) при значениях коэффициентов $a = 0,39, \delta = 7,8$, найденных из гидродинамических экспериментов, и при соответствующих этим же значениям коэффи-

циентов a и δ величинах коэффициента λ , приведенных в работе [6].

Переход к задачам диффузии осуществляется путем замены коэффициента температуропроводности χ на коэффициент диффузии D , а температуры T — на концентрацию C переносимого вещества.

На этих же рисунках точками представлены экспериментальные данные по тепло- и массообмену (T и M), заимствованные из работы Дайслера [4].

Точность определения S и N по формулам (14), (15), (16) определяется точностью, с которой найдена величина δ , и может быть повышена при уточнении величины δ и повышении точности тепловых измерений.

В пределах современной точности гидравлических и тепловых измерений результаты расчета и эксперимента можно считать совпадающими.

В заключение отметим, что в результате использования принципа суперпозиции молекулярной и турбулентной вязкости и концепции ламинарного подслоя, имеющего различную толщину для гидродинамики и для тепло-массообмена, получено описание процесса турбулентного тепло- и массообмена в широком диапазоне чисел Прандтля. При этом получено хорошее количественное совпадение с экспериментальными данными в широком интервале значений числа Прандтля без использования каких-либо констант, полученных из тепловых измерений, за исключением постоянной $c = 4$,

приведенной в формуле (4). При этом не возникло необходимости рассматривать взаимодействие между молекулярным и турбулентным обменами или прибегать к построению интерполяционных формул с дополнительными экспериментальными коэффициентами.

Автор выражает благодарность И. С. Кудрявцевой за помощь в проведении вычислительных работ.

Поступила в Редакцию 28/VIII 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Deissler. Report NASA 1210, 1954.
2. В. Г. Левич. Физико-химическая гидромеханика. М., «Наука», 1962.
3. Л. Г. Лойцянский. Труды Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1962 г.
4. П. Л. Капица. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости. I. Свободное течение. II. Течение в соприкосновении с потоком газа и теплопередача. ЖЭТФ, 18, вып. 1, 1948.
5. П. Л. Капица и С. П. Капица. ЖЭТФ, 19, вып. 2 (1949).
6. М. Д. Миллионщиков. Турбулентное течение в пограничном слое и в трубах. М., «Наука», 1969.
7. М. Д. Миллионщиков. «Атомная энергия», 28, 206 (1970).
8. М. Д. Миллионщиков. «Атомная энергия», 28, 317 (1970).
9. М. Д. Миллионщиков. «Атомная энергия», 29, 16 (1970).
10. В. Pinkel. Trans. ASME, 76, No. 2 (1954).
11. R. Deissler. Trans. ASME, 76, No. 1 (1954).

Особенности деформации урана при растяжении с постоянной скоростью

А. И. ВОЛОЩУК, В. Ф. ЗЕЛЕНСКИЙ, Ю. Ф. КОНОТОП, Ю. Т. МИРОШНИЧЕНКО

УДК 621.039.543.4:621.039.544.57

Ускоренное распухание урана под облучением при температурах 400—500° С связано с воздействием напряжений радиационного роста. Независимо от действующего механизма образования больших пор [1, 2] распухание определяется в конечном итоге характером релаксации этих напряжений в конкретных условиях облучения. Изучение механизма деформации урана вызывает значительный интерес [3—6].

Ниже излагаются результаты изучения характеристик растяжения и структур деформированных образцов урана реакторной чистоты (~0,3 вес. % примесей) и сплава на его основе,

содержащего дополнительно 0,5 вес. % окиси бериллия.

Результаты экспериментов

Свойства образцов при растяжении. Исследования проведены на цилиндрических разрывных образцах с длиной рабочей части 15 мм и диаметром 3 мм. Образцы приготовлены из прутков, которые после технологической обработки подвергались закалке из β -фазы.

Судя по кривым растяжения (рис. 1), скорости деформационного упрочнения урана и сплава при 360° С одинаковы, что свидетель-