

Соответствующая кривая на рис. 3 совпадает со сплошной линией.

Для сравнения полученных данных с результатами время-пролетных измерений представляется интерес обработать последние по аналогичной схеме. С этой целью цифровые данные из работы [3] для диапазона  $0 < E_n < 1$  МэВ были преобразованы в эквидистантную форму по энергии и параметризованы с помощью выражений (4) и (5). При  $\chi^2 = 0,56$  и  $0,54$   $T = 1,15 \pm 0,03$  и  $T_1 = 0,96 \pm 0,03$  соответственно. Видно, что эти данные удовлетворительно согласуются с соответствующими величинами, полученными в настоящей работе при использовании  ${}^6\text{Li}$ -спектрометра.

Таким образом, можно сказать, что результаты измерения спектра нейтронов спонтанного деления  ${}^{252}\text{Cf}$   ${}^6\text{Li}$ -спектрометром на полупроводниковых счетчиках подтверждают обнаруженное методом времени пролета превышение числа нейтронов в области малых энергий по сравнению с оценкой, основанной на экстраполяции данных из области более высоких энергий по закону  $\sqrt{E} \exp(-E/T)$ . Одной из возможных причин наблюдаемого явления может служить наличие изотропного компонента нейтронов в л. с. к.

Авторы считают своим долгом выразить признательность Б. Д. Кузьминову и В. С. Старину

скому за обсуждение полученных результатов, А. И. Гончару за помощь в постановке эксперимента, а также А. В. Лукашкину, И. А. Горюхову и Л. В. Егоровой за участие в работе.

Поступила в Редакцию 24/II 1976 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Meadows J. «Phys. Rev.», 1967, v. 157, p. 1076.
2. Замятин Ю. С. и др. In: Proc. IAEA Symp. «Nucl. Data for Reactors — 1970». Helsinki, 15—19 June 1970, p. 183.
3. Eeki L. e.a. In: Proc. IAEA Symp. «Prompt Fission Neutron Spectra». Vienna, 25—27 Aug. 1971, p. 81.
4. Блинов М. В. и др. В сб.: Труды конф. «Нейтронная физика». Ч. 4. Обнинск, изд. ОНТИ ФЭИ, 1974, с. 138.
5. Иванов О. И., Сафонов В. А. «Атомная энергия», 1974, т. 36, вып. 5, с. 307.
6. Серегина Е. А., Дьяченко П. П. В сб.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерные константы. Вып. 19. М., Атомиздат, 1975, с. 10.
7. Overley J., Sedock R., Ehlers D. «Nucl. Phys.», 1974, v. 221, p. 573.
8. Karooi S., Kamanna R., Ramo Rao R. «Phys. Rev.», 1963, v. 131, p. 283.
9. Searyvag K., Bergheim K. «Nucl. Phys.», 1963, v. 45, p. 12.
10. Vowman H. e.a. «Phys. Rev.», 1962, v. 126, p. 2120.
11. Пиксайкин В. М., Дьяченко П. П., Кудачева Л. С. Программа III Всесоюз. конф. по нейтронной физике. Киев, 9—13 июня 1975, с. 35.

УДК 621. 039. 3

К теории разделительных каскадов, состоящих из элементов с несколькими выходами

ДЖАНДЖАВА Б. Ш., КАМИНОВИЧ В. А., ЛАГУНЦОВ Н. И., СУЛАБЕРИДЗЕ Г. А., ЧУЖИНОВ В. А.

В настоящей работе проводится дальнейшее развитие теории разделительных каскадов, состоящих из элементов с многими выходами [1], в частности исследуется разделительная способность элементов с тремя выходами и предлагается общая методика расчета оптимальных схем соединения подобных элементов.

Схема элемента изображена на рис. 1. Процесс обогащения описывается соотношениями:

$$\delta^+ = \varepsilon_0 c (1 - c) \frac{E+B}{D} \ln \frac{L}{E+B}; \quad (1)$$

$$\delta^0 = \varepsilon_0 c (1 - c) \left( \frac{B}{E} \ln \frac{L}{B} - \frac{E+B}{E} \ln \frac{L}{E+B} \right); \quad (2)$$

$$\delta^- = \varepsilon_0 c (1 - c) \ln \frac{L}{B}; \quad (3)$$

где  $\varepsilon_0$  — равновесный коэффициент обогащения, определяющий эффект и зависящий от режима работы элемента и конкретного метода разделения.

Примем, что удельная ценность смеси с концентрацией  $c$  определяется некоторой функцией  $\Phi(c)$ . Тогда разделительная способность находится из соотношения

$$\delta U = \kappa \theta L \Phi(c + \delta^+) + (1 - \kappa) \theta L \Phi(c + \delta^0) + (1 - \theta) L \Phi(c - \delta^-) - L \Phi(c). \quad (4)$$

Поскольку при разделении изотопов величины  $\delta^+$ ,  $\delta^0$  и  $\delta^-$  малы, функции  $\Phi(c + \delta^+)$ ;  $\Phi(c + \delta^0)$  и  $\Phi(c - \delta^-)$  могут быть разложены в ряд в окрестности  $c$ . Сохраняя члены второго порядка,

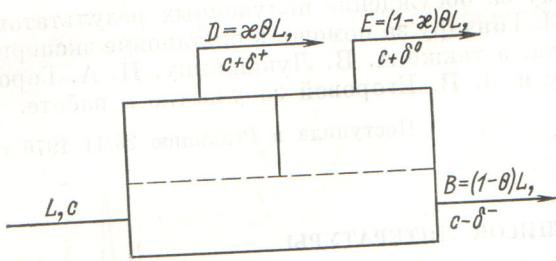


Рис. 1. Разделительный элемент с тремя выходами

перепишем равенство (4) в виде

$$\delta U = \frac{1}{2} [\kappa \theta L \delta^{+2} + (1 - \kappa) \theta L \delta^{02} + (1 - \theta) L \delta^{-2}] \times \frac{d^2 \Phi}{dc^2} \quad (5)$$

Подставив в выражение (5) формулы (1)–(3) и выделив члены, не зависящие от концентрации, разделительную способность для двух крайних случаев — аппаратов с постоянным входным потоком  $L$  и аппаратов с постоянным потоком легкой фракции  $L' = E + D$  — представим соответственно как

$$\delta U = \frac{L \varepsilon_0^2}{2} \chi_1^L; \quad L = \text{const}, \quad (6)$$

где

$$\chi_1^L = \frac{1 - \kappa \theta}{(1 - \kappa) \theta} \left[ \frac{1 - \kappa \theta}{\kappa} \ln^2 \frac{1}{1 - \kappa \theta} - 2 \frac{(1 - \theta) \kappa}{1 - \kappa \theta} \times \ln \frac{1}{1 - \kappa \theta} \ln \frac{1}{1 - \theta} + (1 - \theta) \ln^2 \frac{1}{1 - \theta} \right], \quad (7)$$

и

$$\delta U = \frac{L' \varepsilon_0^2}{2} \chi_1^{L'}; \quad L' = \theta L = \text{const}, \quad (8)$$

откуда

$$\chi_1^{L'} = \frac{1}{\theta} \chi_1^L, \quad (9)$$

а числовой индекс при  $\chi$  указывает на число перегородок для деления потока легкой фракции.

Следует отметить, что при  $\kappa \rightarrow 0$  и  $\kappa \rightarrow 1$ , т. е. когда элемент с тремя выходами вырождается в обычный, выражения для  $\chi$  переходят в известные соотношения для элементов с двумя выходами [2, 3].

Рассмотрим произвольную схему соединения элементов в каскад, когда обогащенный поток  $D_s$  из  $s$ -элемента поступает на вход последующего  $s + k$ -элемента, а обедненный поток  $B_s$  — на вход последующего  $s - (p - 1)$ -элемента, где  $k$  и  $(p - 1)$  — целые числа больше нуля.

Поток  $E_s$  подается на вход  $k + m$ -элемента, где  $m$  — любое целое число.

Очевидно, что  $k$  по абсолютной величине должно быть меньше  $m$  и  $(p - 1)$ . Если поток  $E_s$  подается вперед и при этом  $m = k$ , элемент вырождается в обычный. При  $|m| > k$  в сечении каскада с большей концентрацией ценного компонента подается поток с меньшим его содержанием, что представляется нецелесообразным. Аналогичная картина наблюдается при  $|m| \geq (p - 1)$ .

В изотопном приближении можно считать, что разность концентраций между соседними элементами — величина малая и равна  $dc/ds$  [1]. Кроме того, поскольку параметры несимметричности являются не очень большими числами ( $k \ll S, m \ll S$  и  $(p - 1) \ll S$ , где  $S$  — число элементов в каскаде), можно предположить, что на участке каскада между  $(s - k)$ - и  $s + (p - 1)$ -элементами величина  $c(1 - c)$  для изотопов изменяется слабо, так что

$$\begin{aligned} \delta_{s+1}^+ &= \delta_{s-2}^+ = \dots \delta_{s-k}^+ = \delta^+; \\ \delta_{s\pm 1}^0 &= \delta_{s\pm 2}^0 = \dots \delta_{s+m}^0 = \delta^0; \\ \delta_{s+1}^- &= \delta_{s+2}^- = \dots \delta_{s-(p-1)}^- = \delta^-. \end{aligned}$$

В пределах того же участка каскада будем считать, что величина потоков от элемента к элементу изменяется мало, поэтому

$$\begin{aligned} D_{s-1} &= D_{s-2} = \dots D_{s+k} = D; \\ E_{s\pm 1} &= E_{s\pm 2} = \dots E_{s+m} = E; \\ B_{s+1} &= B_{s+2} = \dots B_{s+(p-1)} = B. \end{aligned}$$

Тогда уравнения баланса полных потоков и потоков легкой фракции могут быть записаны в виде

$$kD + mE - (p - 1)B = P; \quad (10)$$

$$kD\delta^+ + mE\delta^0 + (p - 1)E\delta^- -$$

$$- \frac{1}{2} \frac{dc}{ds} [k^2 D + m^2 E + (p - 1)^2 E] = P(c_p - c). \quad (11)$$

Подставляя в формулу (10) соотношения для потоков  $D, E$  и  $B$ , согласно рис. 1, и учитывая, что  $P \ll L$ , получаем

$$\kappa \theta + m(1 - \kappa)\theta - (p - 1)(1 - \theta) = 0, \quad (12)$$

откуда

$$\theta = (p - 1) / [(k - m)\kappa + m + p - 1]. \quad (13)$$

Отметим, что, поскольку по определению  $0 < (\kappa, \theta) < 1$ , уравнение (13) накладывает еще

одно ограничение на область изменения коэффициента  $\kappa$  при  $m < 0$ :

$$\kappa > -m/(k-m). \quad (14)$$

Преобразование уравнения (11) с учетом выражений (1) и (2) дает следующее уравнение переноса ценного компонента в каскаде:

$$v \frac{dc}{ds} = 2\mu\epsilon_0 c(1-c) - \frac{2P}{L}(c_P - c), \quad (15)$$

где

$$v = \frac{p-1}{(k-m)\kappa + m + p - 1} \times \\ \times [(k-m)(k+m+p-1)\kappa + m(m+p-1)]; \quad (16)$$

$$\mu = (k-m) \frac{[k-(m+p-1)]\kappa + m + p - 1}{(k-m)\kappa + m + p - 1} \times \\ \times \ln \frac{(k-m)\kappa + m + p - 1}{[k-(m+p-1)]\kappa + m + p - 1} + \\ + (m+p-1) \frac{(k-m)\kappa + m}{(k-m)\kappa + m + p - 1} \times \\ \times \ln \frac{(k-m)\kappa + m + p - 1}{(k-m)\kappa + m}. \quad (17)$$

Уравнение (15) справедливо для схем с произвольными значениями параметров несимметричности, т. е. охватывает весь класс каскадов из элементов с тремя выходами. Как частный случай оно включает в себя соотношения, полученные в работе [1].

Эффективность каскада обычно оценивается по величине суммарного потока. Для каскада, обогащающего смесь ценным компонентом от концентрации  $c_F$  до концентрации  $c_P$  и работающего с отбором  $P$ , суммарный поток определяется из соотношения

$$\Sigma L = \int_{c_F}^{c_P} L ds = \int_{c_F}^{c_P} \frac{L}{dc/ds} dc. \quad (18)$$

Подставляя в соотношение (18)  $dc/ds$  из уравнения (15), нетрудно привести выражение для суммарного потока к виду

$$\Sigma L = \frac{v}{\mu^2} \int_{c_F}^{c_P} \frac{dc}{\epsilon_0 c(1-c)} \frac{(\mu L)^2}{2\mu L - (\mu L)^*}, \quad (19)$$

где введено обозначение

$$(\mu L)^* = \frac{2P(c_P - c)}{\epsilon_0 c(1-c)}. \quad (20)$$

Очевидно, что суммарный поток каскада будет иметь минимум, когда функционал  $\frac{(\mu L)^2}{2\mu L - (\mu L)^*}$  при любом значении  $\mu$  будет минимальным. Решая уравнение Эйлера для этого функционала, полу-

чаем условие минимальности суммарного потока в виде  $\mu L = (\mu L)^*$ . Подставляя равенство (20) в формулу (16), получаем выражение для оптимального градиента концентрации по каскаду

$$\frac{dc}{ds} = \frac{\mu}{v} \epsilon_0 c(1-c). \quad (21)$$

Интегрирование выражения (19) с учетом формул (20) и (21) дает для суммарного потока в каскаде следующее соотношение:

$$\Sigma L = 2 \frac{v}{\mu^2} \frac{1}{\epsilon_0^2} P \Phi(c_P, c_F), \quad (22)$$

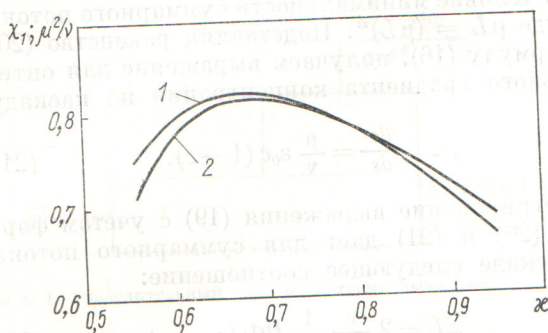
где  $\Phi(c_P, c_F)$  — известная функция ценности [4].

Таким образом, выбор оптимальной схемы каскада, работающего на заданные внешние условия, эквивалентен поиску минимума функции  $v/\mu^2$ . Одновременно следует заметить, что функция  $\mu^2 v$  может служить мерой реализованной разделительной способности элемента, работающего в каскаде, т. е.

$$\delta U = (\mu^2/v)(L\epsilon_0^2/2). \quad (23)$$

Функция  $v/\mu^2$  при заданных параметрах несимметричности  $k, m$  и  $(p-1)$  зависит от коэффициента деления потока легкой фракции  $\kappa$ . Подчеркнем, что функция  $\chi$  является характеристикой элемента, а  $v/\mu^2$  — характеристикой каскада.

Потери работы разделения в каскаде вызваны потерями на внутреннее смешение в элементе и смешением потоков с разными концентрациями на входе в элемент. Деление потока легкой фракции с помощью непроницаемых перегородок приводит к уменьшению потерь на внутреннее смешение. При увеличении числа перегородок величина  $\chi$  растёт и, как показывают расчеты, максимум ее стремится к единице. Такая возможность ликвидировать логарифмический эффект рассмотрена в работе [5]. Однако реализация элементов с числом выходящих потоков больше трех, по-видимому, нецелесообразна, поскольку при этом усложняется конструкция элемента и увеличивается число коммуникаций реального каскада, а основной выигрыш достигается введением уже одной перегородки:  $\chi_1^{\max}/\chi_0^{\max} = 1,260$ , а  $\chi_2^{\max}/\chi_1^{\max} = 1,057$ . Величина  $\chi$  определяет, какую часть разделительной способности элемента, создаваемой процессом на перегородке, удастся использовать при реализации заданных значений  $\kappa$  и  $\theta$ . Тогда потери на внутреннее и внешнее смешения будут определяться соответственно разно-



Р и с. 2. Зависимость  $\chi_1$  и  $\mu^2/v$  от коэффициента деления потока легкой фракции  $x$  [схема (1, -1,4)]

СТЯМИ

$$\xi_{\text{внутр}} = 1 - \chi; \quad (24)$$

$$\xi_{\text{внеш}} = \chi - (\mu^2/v). \quad (25)$$

Полные потери работы разделения определяются суммой внутренних и внешних потерь:

$$\xi = \xi_{\text{внутр}} + \xi_{\text{внеш}} = 1 - (\mu^2/v). \quad (26)$$

Отсюда следует, что условие минимума коэффициента  $\xi$  (минимальности суммарных потерь на смешение) совпадает с условием минимальности суммарного потока.

Для каскадов, построенных из элементов с двумя выходами, в которых внутреннее смешение постоянно, условие минимума суммарного потока совпадает с условием отсутствия внешнего смешения. Для каскадов, состоящих из элементов с тремя и более выходами, условие минимальности суммарного потока совпадает с условием минимальности суммарных потерь на смешение. Поскольку эти условия более общие, целесообразно пользоваться определением идеального каскада как каскада с минимальным суммарным потоком.

Покажем, что, хотя в рассматриваемом случае возможно построение схем каскадов без

смешения на входе элементов, эти каскады не являются идеальными. Это обусловлено конкурирующим влиянием внутреннего и внешнего смешений на процесс разделения. Действительно, при условии несмешения на входе в элемент в изотопном приближении имеем

$$\delta^+ = k (dc/ds);$$

$$\delta^0 = m (dc/ds);$$

$$\delta^- = (p-1) (dc/ds).$$

Использование системы (27) и выражений для функций обогащения (1) — (3) к коэффициенту  $\mu^2/v$  показывает, что он, как и следовало ожидать, тождественно равен  $\chi$ .

Следует подчеркнуть, что условие отсутствия внешнего смешения выполняется только в тех схемах соединения элементов, для которых уравнение

$$\{[k - (m + p - 1)]x + m + p - 1\} \times \ln \frac{(k - m)x + m + p - 1}{[k - (m + p - 1)]x + m + p - 1} = kx \ln \frac{(k - m)x + m + p - 1}{(k - m)x + m},$$

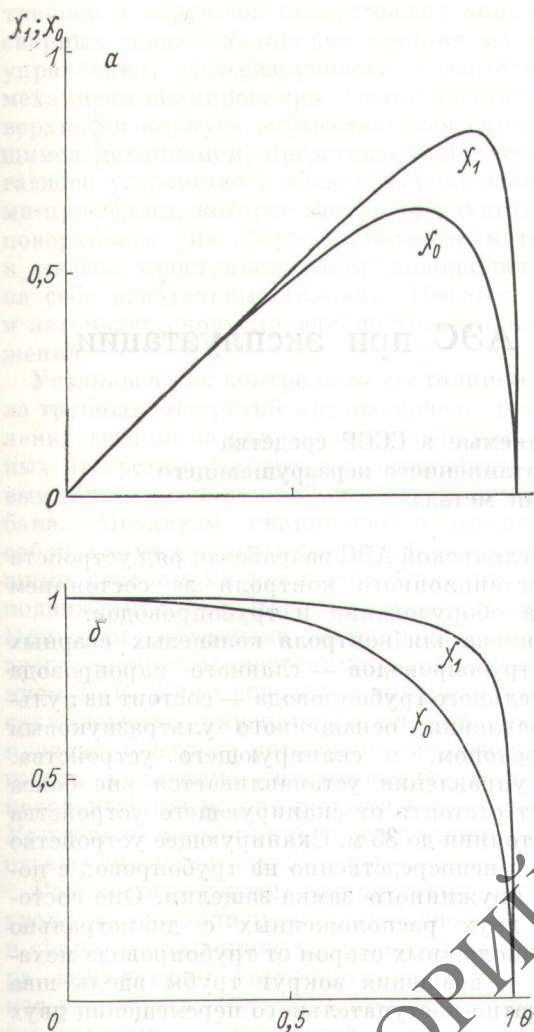
полученное из выражения (27), имеет решение, отличное от 0 и 1.

Из рис. 2 видно, что  $\mu^2/v$  на всем интервале изменения  $x$  меньше  $\chi$ , кроме одного значения  $x_0$ , при котором в каскаде отсутствует внешнее смешение. Однако каскад в этом случае не является оптимальным по суммарному потоку. Физически это означает, что минимум суммарных потерь на смешение не совпадает со случаем отсутствия внешнего смешения.

В таблице представлены результаты проведенных на ЭВМ вычислений. Все значения функции  $v/\mu^2$  отнесены к ее величине, соответствующей симметричному каскаду из простых элементов. Расчеты проведены для следующих значений параметров несимметричности:

Результаты расчета каскадных схем

(1, -2, 3)			(1, -2, 4)			(1, -1, 3)			(1, -1, 4)			(1, 0, 1)		
$x$	$\theta$	$v/\mu^2$	$x$	$\theta$	$v/\mu^2$	$x$	$\theta$	$v/\mu^2$	$x$	$\theta$	$v/\mu^2$	$x$	$\theta$	$v/\mu^2$
0,700	0,968	0,704	0,700	0,976	0,664	0,550	0,968	0,695	0,550	0,967	0,677	0,400	0,909	0,914
0,733	0,938	0,677	0,733	0,952	0,630	0,600	0,937	0,630	0,600	0,952	0,611	0,200	0,833	0,789
0,767	0,909	0,668	0,767	0,930	0,620	0,650	0,909	0,609	0,650	0,930	0,590	0,300	0,769	0,760
0,800	0,882	0,669	0,800	0,909	0,622	0,700	0,882	0,608	0,700	0,919	0,588	0,400	0,714	0,767
0,833	0,857	0,676	0,833	0,889	0,632	0,750	0,857	0,617	0,750	0,889	0,597	0,500	0,667	0,791
0,867	0,833	0,687	0,867	0,870	0,647	0,800	0,833	0,634	0,800	0,870	0,614	0,600	0,625	0,823
0,900	0,811	0,700	0,900	0,851	0,666	0,850	0,811	0,656	0,850	0,815	0,637	0,700	0,588	0,862
0,933	0,789	0,715	0,933	0,833	0,689	0,900	0,789	0,683	0,900	0,833	0,666	0,800	0,556	0,905
0,967	0,769	0,732	0,967	0,816	0,714	0,950	0,769	0,715	0,950	0,816	0,701	0,900	0,526	0,951



Р и с. 3. Зависимость коэффициентов  $\chi_0$  и  $\chi_1$  от  $\theta$  для элементов с двумя и тремя выходами соответственно при постоянном потоке на входе элемента (а) и постоянном потоке легкой фракции (б)

$k = 1, 2, 3, 4$ ;  $m = -2, -1, 0, 1, 2$ ;  $(p - 1) = 1, 2, 3, 4$ . Из 80 вариантов схемы каскадов в таблице приведено пять. Схемы условно обозначены по значениям параметров и несимметричности ( $k, m, p - 1$ ). Результаты расчетов

показывают, что наибольший эффект уменьшения суммарного потока при построении каскадов из элементов с тремя выходами наблюдается для элементов с постоянным входным потоком. Из всех рассмотренных вариантов наилучший для этого типа элементов оказался схема (1, -1, 4). При этом уменьшение суммарного потока по сравнению с симметричным каскадом из простых элементов составило  $\sim 70\%$ . Для элементов с постоянным потоком на выходе уменьшение суммарного потока незначительно и для рассмотренных схем составляет несколько процентов. Это объясняется характером зависимости разделительной способности элементов первого и второго типа от коэффициента деления потока газа [2, 3]. На рис. 3 показана зависимость  $\chi_1$  и  $\chi_0$  от  $\theta$  для элементов с  $L = \text{const}$  (а) и  $L' = \text{const}$  (б) при  $\kappa = 0,6$  соответственно. Относительное увеличение разделительной способности элементов с тремя выходами по сравнению с разделительной способностью простых элементов смещается в область больших значений  $\theta$ , а реализация больших  $\theta$  предпочтительна для элементов с  $L = \text{const}$ .

Полученные результаты могут быть использованы при конструировании более эффективных элементов и при создании каскадов, имеющих профиль потока, приближающийся к профилю идеального каскада. Это может быть достигнуто подбором соответствующей величины эффективного потока  $\nu L$  в сечении путем изменения параметров несимметричности по длине каскада.

Авторы выражают благодарность Б. И. Николаеву за обсуждение работы.

Поступила в Редакцию 3/II 1976 г.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колокольцов Н. А. «Атомная энергия», 1974, т. 37, вып. 1, с. 32.
2. Колокольцов Н. А. «Атомная энергия», 1969, т. 27, вып. 1, с. 9.
3. Чужинов В. А. и др. «Атомная энергия», 1976, т. 40, вып. 6, с. 471.
4. Розен А. М. Теория разделения изотопов в колоннах. М., Атомиздат, 1960.
5. Poligand G. CEA, Rep 2622, UK AEA, Prod. Group, Inform. Ser. 16, 1965.