

на управление:

$$-u_0 \leq u(x) \leq 0.$$

Применяя принцип максимума Понтрягина [2], можно показать, что оптимальными типами управления в данной задаче, относящейся к классу задач на быстродействие, будут управления, лежащие на границе области допустимых управлений, и оптимальной является компоновка из двух подобластей с управлениями  $u = 0$  и  $u = -u_0$  (рис. 1). Тогда уравнение (1) для первой и второй подобластей соответственно имеет вид

$$d^2\varphi_1/dx^2 + \kappa^2\varphi_1 = 0; \quad (3)$$

$$d^2\varphi_2/dx^2 + \kappa^2\varphi_2 - u_0\varphi_2 = 0. \quad (4)$$

Условия «сшивания» плотности потоков и плотности токов нейтронов на границе подобластей:

$$\varphi_1(x_0) = \varphi_2(x_0); \quad (5)$$

$$\varphi_1'|_{x=x_0} = \varphi_2'|_{x=x_0}. \quad (6)$$

Решая уравнения (3), (4) с условиями (2), (5), (6), получаем выражение для минимального размера переходной области:

$$H = \kappa^{-1} \{ \arcsin \beta^{-1} [(\beta^2 - 1)(1 - \alpha^2)]^{1/2} + (\beta^2 - 1)^{-1/2} \operatorname{arsh} (\alpha\beta)^{-1} (1 - \alpha^2)^{1/2} \},$$

где  $\beta^2 = u_0\kappa^{-2} > 1$  — максимальное управление, выраженное в единицах материального параметра. Отсюда избыток коэффициента размножения, необходимый для создания такой области, есть

$$\Delta k = k_\infty - 1 = (H/M)^{-2} \{ \arcsin \beta^{-1} [(\beta^2 - 1) \times (1 - \alpha^2)]^{1/2} + (\beta^2 - 1)^{-1/2} \operatorname{arsh} [(1 - \alpha^2)^{1/2}/\alpha\beta] \}^2,$$

где  $H/M$  — размер переходной области, выраженный в длинах миграции. На рис. 2 представлена зависимость  $\kappa^2 H^2 = \Delta k (H/M)^2$  от отношения потоков на границах переходной области  $\alpha$  при различном максималь-

ном управлении  $\beta^2$ . Из рис. 2 видно, что для создания переходной области заданного размера необходимо иметь избыток коэффициента размножения, величина которого должна быть тем больше, чем больше планируемый перепад мощности на границах переходной области и чем меньше ее размер. Из физических соображений ясно, что максимальный перепад  $\alpha = 0$  возможен только при бесконечно большом  $\beta^2$ , и при этом  $\kappa^2 H^2 = \pi^2/4$ .

Оценим избыток коэффициента размножения, необходимый для создания зон с различными уровнями мощности на конкретном примере. Определим избыток коэффициента размножения, необходимый при создании зон с мощностями, различающимися на 50% ( $\alpha = 0,5$ ) при заданном значении максимального управления ( $\beta^2 = 2$ ) и заданном размере переходной области ( $H/M \geq 10$ ). Из рис. 2 видно, что в этом случае  $\kappa^2 H^2 \approx 3$  или  $k_\infty - 1 \approx 3 (H/M)^{-2} = 0,03$ .

Таким образом, для изменения мощности зон в заданных пределах необходимо иметь избыток коэффициента размножения в переходной области, соответствующий  $\Delta k = 3\%$ . При этих же условиях для создания большего перепада мощности, например 90% (т. е.  $\alpha = 0,1$ ), необходимо иметь  $\Delta k = 12\%$ .

Авторы благодарны Л. Н. Юровой и В. И. Савандеру за полезные обсуждения и замечания.

Поступило в Редакцию 20/II 1976 г.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Доллежал Н. А. и др. В сб.: Опыт эксплуатации АЭС и пути дальнейшего развития атомной энергетики. Т. II. Обнинск, изд. ФЭИ, 1974, с. 233.
2. Рудик А. П. Ядерные реакторы и принцип максимума Понтрягина. М., Атомиздат, 1971.

УДК 539.125.164

## Применение метода статистической регуляризации для восстановления энергетических спектров быстрых нейтронов по показаниям активационных пороговых детекторов

АЛЕЙНИКОВ В. Е., БАМБЛЕВСКИЙ В. П., КОМОЧОВ М. М.

Восстановление спектров быстрых нейтронов  $\varphi(E)$ , согласно результатам измерений радиоактивности пороговых детекторов [1, 2], сводится к решению интегральных уравнений Фредгольма первого рода:

$$A_j + \varepsilon_j = \int_0^\infty \varphi(E) \sigma_j(E) dE, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

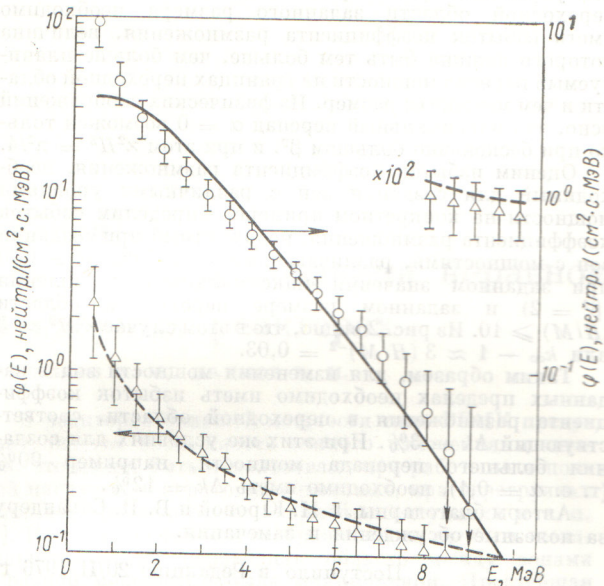
где  $A_j$  — скорость активации  $j$ -го порогового детектора, отнесенная к одному ядру изотопа;  $\sigma_j$  — сечение активации  $j$ -го порогового детектора;  $\varepsilon_j$  — суммарная погрешность, обусловленная в основном ошибками в определении абсолютной активности и сечения активации  $j$ -го порогового детектора;  $E$  — энергия нейтронов;  $n$  — число пороговых детекторов.

В применяемых в настоящее время методах определения  $\varphi(E)$  пороговыми детекторами (например, [1, 2])

решается приведенное уравнение, в котором  $\varepsilon_j$  равно нулю, т. е.  $A_j$  считается точной величиной. Эти методы основаны, как правило, на весьма искусственной априорной информации о виде искомого спектра и поэтому имеют ограниченную область применения, к тому же решение часто бывает осциллирующим. Представление о вероятностном характере измеряемых величин в рамках общего подхода к решению некорректных задач, развитого А. Н. Тихоновым [3], привело к так называемому методу статистической регуляризации [4—7] (МСР). Основными достоинствами этого метода являются естественный характер априорной информации, связанной со статистической природой измеряемых величин и гладкостью искомого решения; возможность определения ошибки восстановления искомой функции и строгое математическое обоснование.

Цель настоящей работы — проверить эффективность использования МСР для восстановления спектров нейтронов по показаниям пороговых детекторов, а также





Р и с. 1. Результаты восстановления тестовых спектров по реакциям 1—4 (см. таблицу): — — — спектр  $1/E$ ; — — — спектр нейтронов деления;  $\circ$ ,  $\Delta$  — восстановленные спектры МСР

измерить спектр быстрых нейтронов в пучке реактора ИБР-30.

При восстановлении спектров использовалась программа, написанная на языке ФОРТРАН и принципиально не отличающаяся от программы, приведенной в работе [8]. Расчеты проводились на ЭВМ СДС-6200. Счетное машинное время на восстановление одного спектра зависит от числа детекторов, при восстановлении спектра четырьмя и девятью детекторами оно составляет соответственно 2 и 7 с.

Для проверки программы и применимости МСР при восстановлении спектров нейтронов пороговыми детекторами были выполнены контрольные расчеты, в которых по заданным (тестовым) спектрам и известным сечениям активации вычислялась скорость активации  $A_j$ , задавались погрешности  $\epsilon_j$  и решалось приведенное выше уравнение. Восстановленные таким образом функции  $\varphi(E)$  сравнивались с тестовыми. Тестовые, а в дальнейшем и реальные спектры восстанавливались в интервале энергии 0,5—10 МэВ с равномерным шагом разбиения 0,5 МэВ. Данные по сечениям активации заим-

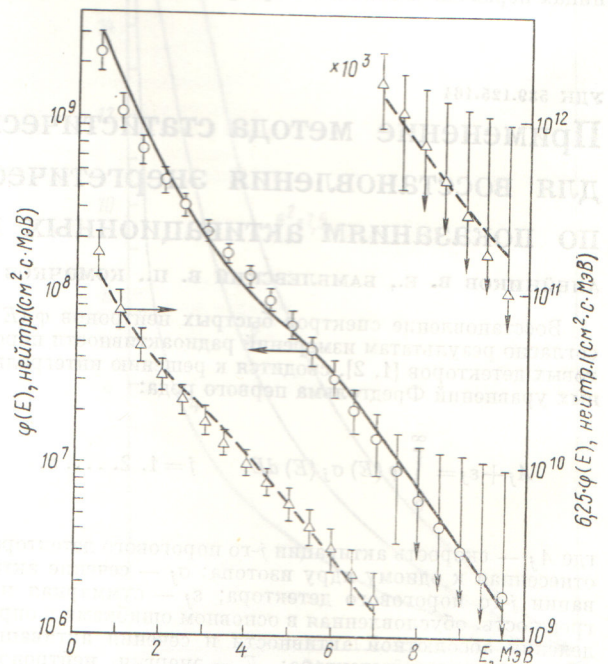
ствованы из работы [9]. В качестве тестовых спектров рассматривались следующие функции:  $\varphi(E) = \text{const}$ ;  $\varphi(E) = 1 - 0,057 E$ ;  $\varphi(E) = \exp(-0,511E)$ ;  $\varphi(E) = 1/E$ . Спектр нейтронов деления, определяемый формулой Крайберга [10], имеет вид  $\varphi(E) = 0,4527 \text{sh} \sqrt{2,29E} \exp(-0,965 E)$ .

Число детекторов варьировалось от 4 до 10; пороговые реакции и их нумерация указаны в таблице. Погрешности случайным образом варьировались в следующем интервале:

$$6\% \leq \frac{\epsilon_j}{A_j} 100\% \leq 21\% \quad \text{и} \quad \left( \frac{\epsilon_j}{A_j} 100\% \right) = 12\%.$$

Анализ результатов показывает, что восстановленные спектры в пределах погрешности восстановления совпадают с тестовыми почти во всем энергетическом интервале. Некоторые результаты контрольных расчетов приведены на рис. 1. Можно сделать вывод, что при использовании 5—6 пороговых реакций метод статистической регуляризации позволяет достаточно надежно восстанавливать спектры быстрых нейтронов. Увеличение числа детекторов не всегда существенно улучшает результаты и может привести только к незначительному уменьшению погрешностей восстановления спектров. Существенным является корректная оценка погрешностей  $\epsilon_j$  в приведенном уравнении. Для более надежного восстановления спектров нейтронов в области энергий от десятых долей до 1 МэВ следует использовать кроме реакции  $^{115}\text{In}(n, n')$  и другие реакции с низким энергетическим порогом, например  $^{103}\text{R}(n, n')$ ,  $^{237}\text{Np}(n, f)$ .

Для сравнения МСР с другими методами, согласно экспериментальным данным авторов работ [11, 12], были восстановлены реальные спектры (рис. 2). Следу-



Р и с. 2. Энергетические спектры нейтронов реакторов: — — — БР-5 [11], — — — АРФА-III [12];  $\circ$  и  $\Delta$  — МСР, реакции 1—5; 8—11 и 1—4 соответственно

Набор примененных пороговых реакций

№ п.п.	Реакция	№ п.п.	Реакция
1	$^{27}\text{Al}(n, \alpha)^{24}\text{Na}$	7	$^{59}\text{Co}(n, \alpha)^{56}\text{Mn}$
2	$^{24}\text{Mg}(n, p)^{24}\text{Na}$	8	$^{31}\text{P}(n, p)^{31}\text{Si}$
3	$^{58}\text{Ni}(n, p)^{58}\text{Co}$	9	$^{27}\text{Al}(n, p)^{27}\text{Mg}$
4	$^{115}\text{In}(n, n')^{115m}\text{In}$	10	$^{54}\text{Fe}(n, p)^{54}\text{Mn}$
5	$^{32}\text{S}(n, p)^{32}\text{P}$	11	$^{56}\text{Fe}(n, p)^{56}\text{Mn}$
6	$^{127}\text{I}(n, 2n)^{126}\text{T}$		



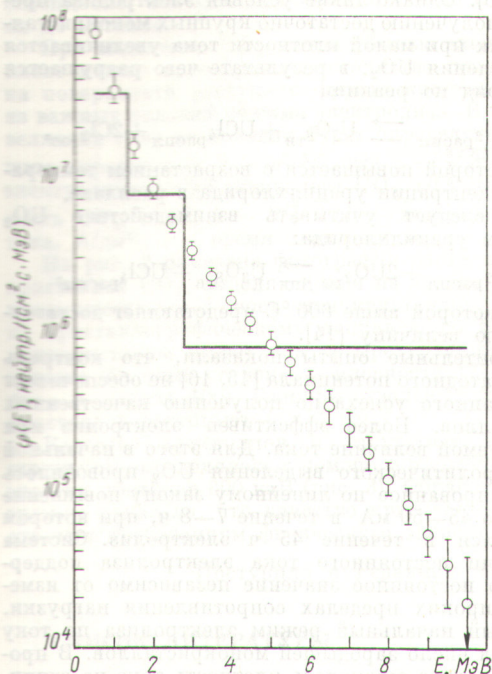


Рис. 3. Энергетический спектр быстрых нейтронов реактора ИБР-30:

○ — спектр, восстановленный по реакциям 1—7 МСР;  
 — — по данным работы [13]

ет отметить, что в них использовался набор из 14- и 12-пороговых детекторов соответственно.

На рис. 3 представлен спектр быстрых нейтронов реактора ИБР-30 [13]. Сравнение интегральных энер-

гетических плотностей потоков нейтронов в интервалах 1,4—2,8 и 2,8—10 МэВ, по данным настоящей работы и работы [13], обнаруживает хорошее согласие. Детекторы облучались на десятиметровой базе пучка № 6 ИБР-30 при следующем режиме работы реактора: мощность 15 кВт, частота импульсов 5 Гц, замедлитель 40 мм воды.

Авторы благодарят А. К. Уткина и В. П. Гердта за помощь в работе, а Е. А. Крамер-Агеева и В. С. Трошина за полезные обсуждения.

Поступило в Редакцию 29/III 1976 г.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ломакин С. С., Петров В. И., Самойлов П. С. Радиометрия нейтронов активационным методом. М., Атомиздат, 1975.
2. Ланенас А. А. Измерение спектров нейтронов активационным методом. Рига, «Зинатне», 1975.
3. Тихонов А. Н. «Докл. АН СССР», 1963, т. 151, № 3, с. 501.
4. Турчин В. Ф. «Журн. вычисл. матем. и матем. физики», 1967, т. 7, № 6, с. 1270.
5. Турчин В. Ф. Там же, 1968, т. 8, № 1, с. 230.
6. Турчин В. Ф., Позик В. З. «Изв. АН СССР. Физ. атм. и океана», 1969, № 5, с. 29.
7. Турчин В. Ф. и др. «Успехи физ. наук», 1970, № 102, вып. 3, с. 345.
8. Туровцева Л. С. Препринт ИПМ. М., 1975.
9. Schett A. e.a. Compilation of Threshold Reaction Neutron Cross Sections for Neutron Dosimetry and other Applications. NDCC, Saclay, 1974.
10. Cranberg L. e.a. «Phys. Rev.», 1956, v. 103, p. 662.
11. Боляtko В. В. и др. В сб.: Вопросы дозиметрии и защиты от излучений. Вып. 12. М., Атомиздат, 1971, с. 138.
12. McElroy W. e.a. «Nucl. Sci. and Engng», 1972, v. 48, p. 51.
13. Голиков В. В. и др. Сообщение ОИЯИ 3-5736. Дубна, 1971.

УДК 541.135.3

## Электрохимическое получение монокристаллов $^{235}\text{UO}_2$

КОРДЮКЕВИЧ В. О., КУЗНЕЦОВ В. И., ОТСТАВНОВ Ю. Д., СМЕРНОВ Н. Н.

В НИИЯФ МГУ в последнее время проведены эксперименты по определению времени жизни возбужденных составных ядер, образующихся в реакциях деления  $^{238}\text{U} + n$  при энергии нейтронов 1,7—5 МэВ [1, 2]. Мишенью служил монокристалл  $\text{UO}_2$  с естественным изотопным составом урана, т. е. определялось время жизни составного ядра  $^{239}\text{U}$ , образующегося по реакции  $^{238}\text{U}_{92} + ^1_0n$ . Для изучения свойств составного ядра  $^{236}\text{U}$  необходим монокристалл  $\text{UO}_2$  с максимально возможным обогащением по  $^{235}\text{U}$ .

Существуют разнообразные методы получения монокристаллов  $\text{UO}_2$ : сублимация [3], зонная плавка [4], химические транспортные реакции [5] и другие [6—9]. Одним из наиболее удобных способов получения кристаллической двуокиси является электролиз из хлоридных расплавов, содержащих ионы уранила [10—12]. Способ требует значительных (100—200 г в пересчете на  $\text{UO}_2$ ) исходных количеств урана.

В настоящей работе изучено электрохимическое получение  $\text{UO}_2$  из малых количеств  $^{235}\text{U}$  (25—40 г в пересчете

на  $\text{UO}_2$ ), т. е. в небольшом объеме расплава — электролита, в условиях, связанных с пространственными трудностями для растущего фронта монокристаллов.

В физическом эксперименте предъявляются следующие требования к качеству кристаллов: максимально возможное совершенство структуры кристалла; отсутствие мозаичности; размер совершенных кристаллографических плоскостей должен быть не менее  $3 \times 3$  мкм.

Монокристаллы  $\text{UO}_2$  были получены электролизом на катоде из расплава уранилхлорида (25 мас.%) в  $2\text{KCl} - \text{PbCl}_2$  (замена  $\text{PbCl}_2$  хлоридами натрия или лития ведет к значительной коррозии электролитной ячейки). Общий объем расплава составлял  $\sim 30$  см<sup>3</sup>. Катодом служил торец вплавленной в стекло платиновой проволоки диаметром 0,5 мм, анодом — спектрально чистый графит.

Электролитной ячейкой служил специально сконструированный герметичный кварцевый сосуд (рис. 1), позволявший без разгерметизации системы проводить хлорирование порошкообразной  $\text{UO}_2$  (исходное сырье