

УДК 620.192.50

Кинетика вакансионной пористости металлов при высоких дозах облучения быстрыми нейтронами

СУББОТИН А. В.

Постановка задачи. Радиационное распухание конструкционных материалов и связанная с этим проблема выбора слабораспухающего конструкционного материала при облучении флюенсом быстрых нейтронов [до $(2 \div 3) \times 10^{23}$ нейтр./см², $E_n > 0,1$ МэВ] является в настоящее время одной из основных причин, ограничивающих достижение высоких уровней выгорания ядерного топлива. Экстраполяция полученных к настоящему времени реакторных данных по распуханию на флюенс $\sim (2 \div 3) \times 10^{23}$ нейтр./см² не позволяет с уверенностью судить об истинном поведении материала при таких дозах облучения. В настоящей работе предлагается модель поведения металлов при облучении быстрыми нейтронами до высоких доз.

Облучение материала потоком быстрых нейтронов, выбивающих атомы из равновесных положений, приводит к возникновению пересыщенных растворов межузельных атомов и вакансий — двухкомпонентного пересыщенного раствора, в котором происходит образование частиц новой фазы — трехмерных образований из вакансий (поры), двумерных образований из вакансий (вакансионные петли), а также двумерных образований из атомов внедрения (межузельные дислокационные петли).

Процесс образования и развития частиц новой фазы естественно делится на две стадии: на первой происходят зарождение и рост частиц непосредственно из пересыщенного двухкомпонентного раствора; на второй стадии, когда размеры частиц новой фазы достаточно велики, а пересыщения становятся малыми, определяющую роль должен играть процесс коалесценции (рост крупных частиц за счет растворения мелких), рассмотренный в работах [1, 2] для случая однокомпонентного раствора с постоянным количеством вещества и в работах [3—5] для однокомпонентного раствора с источниками вещества, различным образом зависящими от времени.

В настоящей работе на основе метода, развитого Лифшицом и Слезовым [1], рассматривается процесс коалесценции в двухкомпонентном пересыщенном растворе с постоянными и одинаковой мощности источниками для каждого

компонента при следующих предположениях: 1) среда не ограничена и изотропна; 2) рождение межузельных атомов и вакансий равномерно по всему объему; 3) поры — сферические, петли — круговые, средние размеры пор малы по сравнению со средним расстоянием между ними [2, 6]; 4) радиус взаимодействия петли с атомом внедрения r_{0I} больше радиуса взаимодействия с вакансией r_{0V} , $r_{0I} = r_{0V}(1 + \varepsilon)$, $\varepsilon \ll 1$. Следуя [2, 6], выражения для скоростей роста частиц новой фазы можно записать в виде:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_V = \left(\frac{dR}{dt}\right)_V^V - \left(\frac{dR}{dt}\right)_V^I = \frac{D_V}{R} \left[\Delta_V^*(t) - \frac{\alpha}{R} \right]; \quad (1)$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_I = \left(\frac{dR}{dt}\right)_I^I - \left(\frac{dR}{dt}\right)_I^V = \left(\frac{2\pi}{b}\right) D_V \left[\frac{\Delta_I^*(t)}{\ln(R_I/r_{0V})} - \frac{\alpha_I}{R} \right]; \quad (2)$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_{IV} = \left(\frac{dR}{dt}\right)_{IV}^V - \left(\frac{dR}{dt}\right)_{IV}^I = - \left(\frac{2\pi}{b}\right) D_V \left[\frac{\Delta_I^*(t)}{\ln(R_{IV}/r_{0V})} + \frac{\alpha_I}{R} \right], \quad (3)$$

где $(dR/dt)_V$, $(dR/dt)_I$, $(dR/dt)_{IV}$ — скорости изменения радиусов поры, межузельной и вакансионной петель; $(dR/dt)_V^V$, $(dR/dt)_I^V$, $(dR/dt)_{IV}^V$ — скорости изменения радиусов поры, межузельной и вакансионной петель за счет потока вакансий; $(dR/dt)_V^I$, $(dR/dt)_I^I$, $(dR/dt)_{IV}^I$ — соответственно скорости изменения за счет потока межузельных атомов;

$$\Delta_V^*(t) = \frac{D_V \Delta_V(t) - D_I \Delta_I(t)}{D_V};$$

$$\Delta_I^*(t) = \frac{\eta D_I \Delta_I(t) - D_V \Delta_V(t)}{D_V};$$

$$\eta = 1 + \frac{\varepsilon}{\ln(R_I/r_{0V})};$$

$$\alpha_I = \Omega C_{V0};$$

$$\Delta_V(t) = C_V(t) - C_{V0};$$

$$\Delta_I(t) = C_I(t) - C_{I0};$$

$$\alpha = \frac{2\sigma\omega}{kT} C_{V0};$$

$$\Omega = \frac{b}{4\pi(1-\nu)} \frac{\omega G}{kT};$$

D_V и D_I — коэффициенты диффузии вакансий и межузельных атомов; C_{V0} и C_{I0} — равновесные концентрации вакансий и атомов внедрения; $\Delta_V(t)$ и $\Delta_I(t)$ — соответственно пересыщения; $\omega \approx a^3$ (a — параметр решетки); G — модуль сдвига; ν — коэффициент Пуассона; σ — поверхностное натяжение; $R_I(t)$ — критический радиус петли, т. е. радиус, при котором скорость роста петли обращается в нуль; b — модуль вектора Бюргера ($b \sim a$). В выражениях (1) — (3) учтено, что $C_{V0} \gg C_{I0}$ вследствие большой энергии активации межузельных атомов.

Покажем, что если в каждый момент времени рождается равное число вакансий и межузельных атомов, то в присутствии пор и петель должно выполняться условие $\Delta_V^*(t) > 0$, $\Delta_I^*(t) > 0$. Так, если $\Delta_V^*(t) > 0$, $\Delta_I^*(t) < 0$, то в поры и петли поступает больше вакансий, чем межузельных атомов; следовательно, последние начинают накапливаться в растворе, $\Delta_I(t)$ возрастает, а $\Delta_I^*(t)$ должно изменить знак. Случай $\Delta_V^*(t) < 0$, $\Delta_I^*(t) > 0$ аналогичен рассмотренному выше. Случай $\Delta_V^*(t) < 0$, $\Delta_I^*(t) < 0$ соответствовал бы ситуации, при которой в поры поток межузельных атомов превышал бы поток вакансий, а в петли поток вакансий превышал бы поток межузельных атомов, что противоречит условию более сильного взаимодействия межузельных атомов с петлями.

Из условия $\Delta_V^*(t) > 0$, $\Delta_I^*(t) > 0$ следует, что поры и петли внедрения в зависимости от размера могут расти или растворяться, в то время как все вакансионные петли растворяются, так как $(dR/dt)_{IV} < 0$. Нетрудно убедиться в том, что при наличии источников вакансий и межузельных атомов вакансионные петли в дальнейшем можно не учитывать и рассматривать только развитие пор и межузельных петель.

Следуя [1, 2], выпишем уравнения непрерывности для функций распределения пор $f_V(R, t)$ и межузельных петель $f_I(R, t)$ по размерам, нормированных на единицу объема:

$$\frac{\partial t_m(R, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial R} \left\{ \left(\frac{dR}{dt} \right)_m f_m(R, t) \right\} = 0, \quad (4)$$

где $m = V, I$.

Уравнения баланса вещества, замыкающие систему уравнений, имеют вид

$$\int_0^+ \left\{ k - \frac{4}{3} \pi \int_0^{\infty} \left(\frac{dR^3}{dt} \right)_V^I f_V(R, t) dR - \right.$$

$$\begin{aligned} & - \pi b \int_0^{\infty} \left(\frac{dR^2}{dt} \right)_I^V f_I(R, t) dR \Big\} dt' + \Delta_m(0) + \\ & + \kappa_m \int_0^{\infty} R^j f_m(R, 0) dR + \\ & + \int_0^t \{ [S_n + \eta_m S] D_m \Delta_m(t') + \\ & + \mu_R D_I \Delta_I(t') \Delta_V(t') \} dt' = \Delta_m(t) + \\ & + \kappa_m \int_0^{\infty} R^j f_m(R, t) dR; \end{aligned} \quad (5)$$

где $\eta_V = I$; $\eta_I = \eta$; $\kappa_V = \frac{4}{3} \pi$; $\kappa_I = \pi b$; $R^j V = R^3$;

$R^j I = R^2$, K — скорость создания вакансий и межузельных атомов; S_n — плотность постоянных нейтральных стоков; S — плотность постоянных стоков, сильнее взаимодействующих с межузельными атомами (прямолинейные дислокации); μ_R — коэффициент рекомбинации.

Асимптотика изменения критических размеров. Перейдем в уравнениях (1), (2), (4) и (5) к новым переменным:

$$\begin{aligned} u &= R/R_V(0) x(t'); \quad \tau = \ln x^3(t'); \\ f_m(R, t) dR &= \varphi_m(u, \tau) du, \end{aligned} \quad (6)$$

где $x(t') = \Delta_V^*(0)/\Delta_V^*(t)$; $t' = t/T$; $T = R_V^3(0)/\alpha D_V$; $R_V(t) = \alpha/\Delta_V^*(t)$ — критический размер поры;

$$\gamma(\tau) = 3 dt'/dx^3(t');$$

$$\kappa(\tau) = \ln^{-1}(R_I/R_{OV}) \Delta_I^*(t)/\Delta_V^*(t).$$

Замена переменных (6) позволяет перейти от определения асимптотик для «эффективных пересыщений» $\Delta_V^*(t)$ и $\Delta_I^*(t)$ к более удобному определению асимптотического поведения функций $\gamma(\tau)$ и $\kappa(\tau)$. Подстановка (6) в формулы (1) и (2) дает в пространстве u выражения для скоростей роста пор

$$\left(\frac{du^3}{d\tau} \right)_V = \gamma(\tau) (u - 1) - u^3 \quad (7)$$

и петель

$$\begin{aligned} \left(\frac{du^2}{d\tau} \right)_I &= \frac{2}{3} \tilde{\gamma}(\tau) \kappa(\tau) \exp(\tau/3) \times \\ &\times \left[u - \left(\frac{u_0}{\kappa(\tau)} \right) \right] - \frac{2}{3} u^2, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\tilde{\gamma}(\tau) = 2\pi (R_V(0)/b) \gamma(\tau)$; $u_0 = \alpha_I/\alpha$.

Так как левая часть уравнений (5) не может, с одной стороны, возрастать быстрее, чем $\sim t$,

а с другой стороны, быть убывающей функцией t , используя результаты [4], сразу можно сделать вывод, что $\gamma(\tau)$ не зависит от τ , причем

$$\gamma(\tau) = \gamma_0 \geq 27/4, \quad (9)$$

откуда следует

$$t' = \frac{\gamma}{3} \exp(\tau). \quad (10)$$

Определим теперь асимптотическое поведение функции $\kappa(\tau)$, используя выражения для скорости роста петель (8) и для общего количества вещества в петлях из уравнения (5):

$$I = \pi b \int_0^\infty R^2 f_I(R, t) dR = \\ = \pi b R_V^2(0) \exp\left(\frac{2}{3}\tau\right) \int_0^\infty u^2 \varphi_I(u, \tau) du. \quad (11)$$

Интеграл (11) не может возрастать быстрее, чем $\sim t$, и не может в силу того, что $\Delta_V^*(t) > 0$, быть убывающей функцией t .

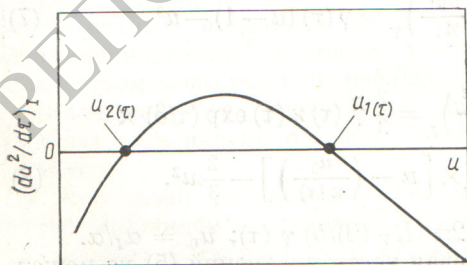
Рассмотрим различные случаи поведения $\kappa(\tau)$.

1. Функция $\kappa(\tau)$ растет с ростом τ или постоянна.

График скорости $(du^2/d\tau)_I$ как функции u имеет область положительных значений между корневыми точками $u_1(\tau)$ и $u_2(\tau)$ [см. рисунок], где $u_1(\tau) \approx \tilde{\gamma} \kappa(\tau) \exp(\tau/3)$; $u_2(\tau) \approx u_0/\kappa(\tau)$. Из рисунка следует, что точка $u_1(\tau)$ движется вправо, точка $u_2(\tau)$ или движется влево, или покоится.

Если бы корневая точка $u_1(\tau)$ была неподвижной, она являлась бы точкой сгущения для дислокационных петель в u -пространстве, а при неподвижной или движущейся влево корневой точке $u_2(\tau)$ интеграл (11) стремился бы к значению

$$I \rightarrow \pi b R_V^2(0) \exp\left(\frac{2}{3}\tau\right) u_1^2 \int_{u_2}^\infty \varphi_I(u, 0) du = \\ = \exp\left(\frac{2}{3}\tau\right) u_1^2 I_0.$$



Скорость изменения размера петли в переменных u и τ

Однако при движении вправо $u_1(\tau)$ уже не является точкой сгущения, которая движется за точкой $u_1(\tau)$ с отставанием и зависимость которой от τ необходима для оценки интеграла I . Ограничимся нахождением точки сгущения $u_{сг}(\tau)$ в случае $\kappa(\tau) = \kappa_0$. Для этого составим выражение $\frac{d}{d\tau} \left(\frac{u^2}{u_1^2} \right)$ и определим $u_{сг}(\tau)$

как правый корень уравнения $\frac{d}{d\tau} \left(\frac{u^2}{u_1^2} \right) = 0$.

Решение уравнения при условии $\tilde{\gamma}(\tau) = \tilde{\gamma}$ дает

$$u_{сг}(\tau) \approx \tilde{\gamma} \kappa_0 \exp(\tau/3),$$

откуда следует оценка интеграла (11)

$$I \rightarrow (\tilde{\gamma} \kappa_0)^2 \exp\left(\frac{4}{3}\tau\right) I_0. \quad (12)$$

Используя (10), убеждаемся, что в случае $\kappa(\tau) = \kappa_0$ интеграл (11) возрастает быстрее, чем $\sim t$, и, следовательно, не удовлетворяет уравнению (5).

Нетрудно убедиться в том, что случай возрастающего $\kappa(\tau)$, оставляя неизменным I_0 , приводит к еще более быстрому возрастанию I . Таким образом, случай возрастающего или постоянного $\kappa(\tau)$ противоречит уравнениям баланса.

2. Теперь рассмотрим случаи убывающего поведения $\kappa(\tau)$. Так как ищется асимптотика $\kappa(\tau)$, зададим ее в виде мажорирующей функции, которую удобно выбрать в виде $\kappa(\tau) = \kappa_0 \exp(-n\tau)$, где для n нужно рассмотреть различные случаи, как, впрочем, и для κ_0 . В случае убывающего $\kappa(\tau)$ обе корневые точки движутся вправо по оси u и имеют вид

$$u_{1,2}(\tau) = \frac{1}{2} \tilde{\gamma} \kappa_0 \exp\left[\left(\frac{1}{3} - n\right)\tau\right] \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4u_0}{\tilde{\gamma} \kappa_0^2} \exp\left[-\left(\frac{1}{3} - 2n\right)\tau\right]} \right\}. \quad (13)$$

Если точка $u_2(\tau)$ движется вправо, нужно не только найти точку сгущения, но и ответить на вопрос, способна ли корневая точка $u_2(\tau)$ догонять точки, расположенные на оси правее, что привело бы к выпадению их из игры, а формально к появлению растущего нижнего предела у интеграла I_0 .

Для ответа на поставленный вопрос необходимо рассмотреть выражение $\frac{d}{d\tau} \left(\frac{u^2}{u_2^2} \right)$. В области, в которой $\frac{d}{d\tau} \left(\frac{u^2}{u_2^2} \right) > 0$, точки «убегают» от корневой точки $u_2(\tau)$.

В области, в которой $\frac{d}{d\tau} \left(\frac{u^2}{u_2^2} \right) < 0$,

корневая точка последовательно «настигает» все точки.

Таким образом, правая граница области точек $u_b(\tau)$, выбывающих из игры, определяется

$$\text{из условия } \frac{d}{d\tau} \left(\frac{u^2}{u_2^2} \right) = 0.$$

Теперь перейдем к рассмотрению конкретных случаев.

$$\text{I. } \kappa(\tau) = \kappa_0 \exp(-n\tau),$$

где $n < 1/6$.

Пользуясь описанным методом, в данном случае получаем

$$u_{cr}(\tau) \approx [\tilde{\gamma} \kappa_0 / (2 - 3n)] \exp \left[\left(\frac{1}{3} - n \right) \tau \right],$$

$$u_b(\tau) = u_2(\tau).$$

Совпадение $u_b(\tau)$ с левой корневой точкой означает, что ни одна из точек, находящихся правее $u_2(\tau)$, не выбывает из игры, в силу чего оценка для I_0 остается прежней, а I в этом случае не удовлетворяет уравнениям (5):

$$I \rightarrow \left(\frac{\tilde{\gamma} \kappa_0}{2 - 3n} \right)^2 \exp \left[\left(\frac{4}{3} - 2n \right) \tau \right] I_0. \quad (14)$$

$$\text{II. } \kappa(\tau) = \kappa_0 \exp(-\tau/6),$$

где $\kappa_0 > \sqrt{6u_0/\tilde{\gamma}}$.

В этом случае

$$u_{cr}(\tau) = \frac{1}{3} \tilde{\gamma} \kappa_0 \left[1 + \sqrt{1 - \frac{6u_0}{\tilde{\gamma} \kappa_0^2}} \right] \exp(\tau/6),$$

причем все точки, лежащие правее

$$u^*(\tau) = \frac{1}{3} \tilde{\gamma} \kappa_0 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{6u_0}{\tilde{\gamma} \kappa_0^2}} \right] \exp(\tau/6),$$

догоняют $u_{cr}(\tau)$. Левый корень уравнения $\frac{d}{d\tau} \left(\frac{u^2}{u_1^2} \right) = 0$ $u^*(\tau)$ совпадает с точкой $u_b(\tau)$; следовательно, все точки, находившиеся первоначально левее $u_b(0) = u^*(0)$, выбывают из игры.

Оценка интеграла (11)

$$I \rightarrow \pi b R_V^2(0) \left\{ \frac{1}{3} \tilde{\gamma} \kappa_0 \left[1 + \sqrt{1 - \frac{6u_0}{\tilde{\gamma} \kappa_0^2}} \right] \right\}^2 \times \\ \times \exp(\tau) \int_{u^*(0)}^{\infty} \Phi_I(u, 0) du \quad (15)$$

в этом случае не противоречит утверждению о том, что I не может возрасти быстрее, чем $\sim t$.

$$\text{III. } \kappa(\tau) = \kappa_0 \exp(-\tau/6),$$

где $\kappa_0 = \sqrt{6u_0/\tilde{\gamma}}$.

Аналогичное рассмотрение дает

$$I \rightarrow \pi b R_V^2(0) \left\{ \frac{1}{3} \tilde{\gamma} \kappa_0 \right\}^2 \exp(\tau) \int_{u_{cr}(0)}^{\infty} \Phi_I(u, 0) du \quad (16)$$

и, как и в случае II, не противоречит уравнениям (5).

$$\text{IV. } \kappa(\tau) = \kappa_0 \exp(-\tau/6),$$

где $\sqrt{6u_0/\tilde{\gamma}} > \kappa_0 > 2\sqrt{u_0/\tilde{\gamma}}$.

В этом случае выражение $\frac{d}{d\tau} \left(\frac{u^2}{u_2^2} \right) < 0$ для всех значений u . Это значит, что все точки рано или поздно догоняются корневой точкой $u_{cr}(\tau)$, после чего они неизбежно выбывают из игры. Оценка (14), проведенная в этом случае с помощью уравнения

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{u^2}{u_2^2} \right) = \frac{4}{3u_2} \left(\frac{u}{u_2} \right) - \frac{8u_0}{3\tilde{\gamma} \kappa_0^2 u_2^2} - \left(\frac{u^2}{u_2^2} \right),$$

$$u_{20} = 1 \sqrt{1 - (4u_0/\tilde{\gamma} \kappa_0^2)},$$

способом, аналогичным использованному в работе [1], дает

$$I \rightarrow \pi b R_V^2(0) \exp \left(-\frac{2}{3} \tau \right) \times \\ \times \int_{\exp(-2\tau/3)}^{\infty} \Phi_I(v, 0) v^2 dv \rightarrow 0, \quad (17)$$

при $\tau \gg 1$. Нетрудно видеть, что этот случай противоречит условию о неубывании интеграла (11) со временем.

Аналогичным образом можно убедиться в том, что случай $\kappa_0 \leq 2\sqrt{u_0/\tilde{\gamma}}$ и случаи более быстрого, чем $\exp(-\tau/6)$, убывания $\kappa(\tau)$ приводят к еще более резкому убыванию I с ростом τ и, следовательно, могут не рассматриваться.

Таким образом, только случаи II и III поведения $\kappa(\tau)$ не противоречат условиям, наложенным на интеграл (12), приводя к зависимости $I \sim t$.

При $\kappa_0 > \sqrt{6u_0/\tilde{\gamma}}$ для $\kappa(\tau) = \kappa_0 \exp(-\tau/6)$ происходит «запирание» всех точек, не выбывающих из игры, точкой $u_{cr}(\tau)$, что приводит к $I \sim t$. Если κ_0 меньше $\sqrt{6u_0/\tilde{\gamma}}$ на конечную величину, все точки с конечной скоростью переходят за точку $u_b(\tau)$ и, выбывая из игры, приводят к убыванию I .

Случай $I \sim t^n$, где $0 \leq n < 1$ — промежуточный между двумя описанными выше. Им соответствует медленное просачивание точек влево,

через $u_{\text{сг}}(\tau)$. Это означает, что κ_0 должно стремиться снизу к значению $\sqrt{6u_0/\gamma}$, т. е.

$$\kappa_0 = \sqrt{6u_0/\gamma} - \varepsilon_I^2(\tau),$$

где $\varepsilon_I^2(\tau) \rightarrow 0$.

Переходя в уравнениях (5) к переменным u и τ и сравнивая их между собой, нетрудно убедиться в том, что если $I \sim t$, то

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty R^3 f_V(R, t) dR = \\ = \frac{4}{3} \pi R_V^3(0) e^\tau \int_0^\infty u^3 \varphi_V(u, \tau) du \sim t. \end{aligned} \quad (18)$$

При этом $\gamma > 27/4$ [4].

Таким образом, если $\kappa(\tau) = \kappa_0 \exp(-\tau/6)$ при $\kappa_0 \geq \sqrt{6u_0/\gamma}$, то $\gamma > 27/4$, а если $\kappa(\tau) = \kappa_0 \exp(-\tau/6)$ при $\kappa_0 = \sqrt{6u_0/\gamma} - \varepsilon_I^2(\tau)$, то $\gamma = 27/4$. Для выяснения, какой из двух случаев реализуется в рассматриваемой задаче, воспользуемся уравнением (5) для $m = V$, записав его в переменных u и τ и опустив явно убывающие при $\tau \gg 1$ члены, откуда сразу следует, что в рассматриваемой задаче

$$\gamma = 27/4; \quad \kappa(\tau) = \kappa_0 \exp(-\tau/6), \quad (19)$$

где $\kappa_0 = \sqrt{6u_0/\gamma} - \varepsilon_I^2(\tau)$. Теперь, учитывая, что

$$t = (9/4) T \exp(\tau), \quad (20)$$

выпишем выражения для асимптотик «эффективных пересыщений» $\Delta_V^*(t)$ и $\Delta_I^*(t)$ и критических радиусов $R_V(t)$ и $R_I(t)$:

$$\begin{aligned} \Delta_V^*(t) &= \Delta_V^*(0) \exp(-\tau/3) = \\ &= (9\alpha^2/4D_V)^{1/3} t^{-1/3}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Delta_I^*(t) &= \kappa(\tau) \Delta_V^*(t) \ln(R_I/r_{0V}) = \\ &= (\alpha_I b/4\pi D_V)^{1/2} t^{-1/2} \ln[(\pi D_V \alpha_I t/b r_{0V})]; \end{aligned} \quad (22)$$

$$R_V(t) = (4D_V \alpha_I/9)^{1/3} t^{1/3}; \quad (23)$$

$$R_I(t) = (\pi D_V \alpha_I/b)^{1/2} t^{1/2}. \quad (24)$$

Сравнение полученных асимптотик (21) и (22) с результатами работ [1–5] показывает, что «эффективные пересыщения» $\Delta_V^*(t)$ и $\Delta_I^*(t)$ ведут себя также, как «истинные» пересыщения в случае однокомпонентных растворов.

Асимптотики для функций распределения пор и петель по размерам. Решение уравнения непрерывности для пор (4) совместно с характеристическим уравнением (1) в случае $\gamma = 27/4$ подробно разобрано в работе [1], поэтому приведем только результат в переменных u и τ для $\tau \gg 1$, $u \leq 3/2$:

$$\varphi_V(u, \tau) = \kappa_V[\tau + \psi_V(u)] g_V(u). \quad (25)$$

где $\kappa_V[\tau + \psi_V(u)]$ — некоторая произвольная функция аргумента $\tau + \psi_V(u)$, которая определяется из уравнения (5);

$$g_V(u) = \left(\frac{3}{2} - u\right)^2 (u + 3)/3u^2;$$

$$\begin{aligned} \psi_V(u) &= \int_0^u \frac{du'}{g_V(u')} = \frac{4}{3} \ln(u + 3) + \\ &+ \frac{5}{3} \ln\left(\frac{3}{2} - u\right) + \frac{1}{1 - (2u/3)} \ln\left(\frac{3^3 e}{25^{3/2}}\right). \end{aligned}$$

Рассмотрим уравнение непрерывности для петель (4), которое в переменных u и τ имеет вид

$$\frac{\partial \varphi_I(u, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial u} \left\{ \left(\frac{dw}{d\tau} \right)_I \varphi_I(u, \tau) \right\} = 0, \quad (26)$$

совместно с характеристическим уравнением (8) с учетом того, что $\kappa(\tau)$ и $\gamma(\tau)$ имеют значения, определенные выше. Перейдем в паре уравнений (26), (8) от переменной u к новой переменной $w = u/u_{\text{сг}}(\tau)$, где $u_{\text{сг}}(\tau) = \frac{1}{3} \tilde{\gamma} \kappa_0 \exp(\tau/6)$ — координата «запирающей точки» в пространстве u при условии $\varphi_I(u, \tau) du = F_I(w, \tau) dw$. Получаем

$$\frac{\partial F_I(w, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial w} \left\{ \left(\frac{dw}{d\tau} \right)_I F_I(w, \tau) \right\} = 0; \quad (27)$$

$$\frac{dw}{d\tau} = -\frac{(1-w)^2}{2w}. \quad (28)$$

Решение слева от «запирающей» точки, которая в w -пространстве равна единице, имеет вид, аналогичный (25):

$$F_I(w, \tau) = \chi_I[\tau + \psi_I(w)] g_I(w), \quad (29)$$

где $g_I(w) = (1-w)^2/2w$; $\psi_I(w) = 2 \ln(1-w) + 2/(1-w) - 2$.

Подставим (25) и (29) в уравнение (5) и получим асимптотические уравнения для $\chi_V[\tau + \psi_V(u)]$ и $\chi_I[\tau + \psi_I(w)]$:

$$\begin{aligned} \frac{KT}{4\pi R_V^3(0)} &= \frac{\tau}{2e} \int_0^{3/2} u \frac{\chi_V[\tau + \psi_V]}{g_V(u)} du + \frac{1}{e} \left(\frac{1}{3} \tilde{\gamma} \kappa_0 \right) \times \\ &\times e^{\tau/6} \int_0^1 w \frac{\chi_I[\tau + \psi_I]}{g_I(w)} dw; \end{aligned} \quad (30)$$

$$\int_0^{3/2} u^3 \frac{\chi_V[\tau + \psi_V]}{g_V(u)} du = \frac{27}{4} \left(\frac{\alpha_I}{\alpha} \right) \int_0^1 w^2 \frac{\chi_I[\tau + \psi_I]}{g_I(w)} dw. \quad (31)$$

Из уравнения (31) следует, что χ_V и χ_I должны одинаковым образом зависеть от τ . Поэтому вместо уравнения (30) получаем

$$\frac{KT}{4\pi R_V^3(0)} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{3} \tilde{\gamma}_0 \right) e^{\tau/6} \int_0^1 w \frac{\chi_I[\tau + \psi_I]}{g_I(w)} dw \quad (32)$$

и, следовательно,

$$\varphi_V(u, \tau) = A_V e^{-\tau/6} \left(\frac{3e}{2^{5/3}} \right)^{1/6} \times \frac{u^2 \exp \left\{ -\frac{1}{4} / \left(\frac{3}{2} - u \right) \right\}}{(3/2 - u)^{41/18} (u + 3)^{11/9}}; \quad (33)$$

$$\varphi_I(u, \tau) = A_I e^{-\tau/3} \left(\frac{6e^{1/3}}{\tilde{\gamma}_0} \right) \frac{w \exp \left\{ -\frac{1}{3} / (1 - w) \right\}}{(1 - w)^{7/3}}, \quad (34)$$

где A_V , A_I — нормировочные константы, определяемые из уравнений (31), (32). Используя (33) и (34), находим, что количество пор и петель в единице объема определяются соотношениями

$$n_V(\tau) = \int_0^{3/2} \varphi_V(u, \tau) du = \text{const}_1 t^{-1/6}; \quad (35)$$

$$n_I(\tau) = \int_0^{u_{cr}} \varphi_I(u, \tau) du = \text{const}_2 t^{-1/6}. \quad (36)$$

Полный же объем пор в единице объема

$$\frac{\Delta V}{V} \approx \frac{4}{3} \pi \int_0^\infty R^3 f_V(R, t) dR = \text{const}_3 (K_I)^{5/6}, \quad (37)$$

так что средний объем поры растет как t .

Отметим, кроме того, что в развитой выше модели не принята во внимание роль границ зерен. Их наличие должно привести к насыщению распухания. Это обстоятельство связано с тем, что, как только средний радиус дислокационных петель становится порядка размеров зерна, дислокационные петли выходят из игры, вследствие чего потоки межузельных атомов и вакансий в поры сравниваются, а распухание прекращается.

Эти соображения до некоторой степени подтверждаются результатами работы [7], в которой получено падение концентрации петель при достижении насыщения распухания под облучением.

Автор благодарит В. М. Аграновича и Ю. В. Конобеева за обсуждение результатов и полезные замечания.

Поступила в Редакцию 26/XI 1975 г.
В окончательной редакции 22/II 1977 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лифшиц И. М., Слезов В. В. ЖЭТФ, 1958, т. 35, вып. 2 (8), с. 479.
2. Косевич А. М., Саралидзе З. К., Слезов В. В. «Физика твердого тела», 1964, т. 6, № 11, с. 3383.
3. Семенов Л. П. «Атомная энергия», 1963, т. 15, вып. 5, с. 404.
4. Слезов В. В., Шикин В. В. «Физика твердого тела», 1964, т. 6, № 1, с. 7.
5. Саралидзе З. К., Слезов В. В. «Физика твердого тела», 1965, т. 7, № 3, с. 904.
6. Слезов В. В. «Физика твердого тела», 1967, т. 9, № 12, с. 3448.
7. Hudson I., Masey D., Nelson R. «J. Nucl. Mater.», 1971, v. 41, p. 241.