УДК 539.172.4

Сечения реакций (n, α_0), (n, α_1), (n, α_2), (n, α_3), (n, α_4) на ^{28}Si и (n, α_0), (n, α_1) на ^{29}Si при энергии нейтронов 14,1 МэВ

КЛЮЧКОВА Л. И., КОВРИГИН Б. С.

В настоящей работе определены сечения реакции ^{28}Si (n, α) ^{25}Mg и ^{29}Si (n, α) ^{26}Mg при энергии нейтронов 14,1 МэВ для переходов на основное и возбужденные состояния остаточного ядра.

Энергетический спектр α-частиц измерялся кремниевым литий-дрейфовым полупроводниковым детектором, который помещался в поток нейтронов и являлся одновременно мишенью и детектором. При такой методике измерения пики α-частиц данного спектра фактически были проинтегрированы по углу вылета частицы.

Высокое энергетическое разрешение полупроводникового детектора, использование значительной массы исследуемого вещества, а также фактически 4π-я регистрация α-частиц позволяет получить результаты с хорошей точностью за 15—30 мин при потоке 10^9 нейтр./с. Для получения аналогичных результатов методом телескопа счетчиков потребовалось бы измерять угловое распределение α-частиц, и время экспозиции составило бы $\sim$300 ч.

Нейтроны с энергией 14,1 МэВ получаются в результате реакции ^3H (d, n) ^4He на нейтронном генераторе НГ-200. При взаимодействии нейтронов с ядрами кремния полупроводникового детектора образуются α-частицы и протоны, которые регистрируются одноканальным спектрометром, состоящим из этого же детектора, предусилителя, усилителя и амплитудного анализатора.

В работе использовались кремниевые литий-дрейфовые полупроводниковые детекторы с толщиной чувствительной области 260—2800 мкм. Для разделения перекрывающихся линий в спектре проводилось разложение спектра с использованием аппаратурной линии α_0-спектра реакции ^{28}Si (n, α_0) ^{25}Mg.

Сечение реакции (n, α) на ядре кремния для отдельного перехода определялось из соотношения

$$\sigma = \frac{kAN_\alpha}{f\varphi N_A \rho SHt},$$

где A — атомная масса изотопа кремния; N_α — число зарегистрированных α-частиц в выделенном пике энергетического спектра; φ — плотность потока нейтронов; N_A — число Авогадро; ρ — плотность кристаллического кремния; S — рабочая площадь полупроводникового детектора; H — толщина чувствительной области детектора; t — время измерения; f — доля данного изотопа в смеси изотопов элемента; k — поправочный множитель, связанный с краевыми эффектами при прохождении α-частиц через вещество детектора.

Путем несложных выкладок можно показать, что доля незарегистрированных α-частиц для детектора с глубиной чувствительного слоя H составляет $\eta = 1/2\,(x/H)$, где x — величина пробега α-частиц в кремнии. Тогда поправочный множитель $k = 1/(1-\eta)$.

На основании измеренных энергетических спектров и соотношения $\sigma = kAN_\alpha/(f\varphi N_A \rho SHt)$ определены сечения реакций ^{28}Si (n, α) ^{25}Mg, ^{29}Si (n, α) ^{26}Mg при $\varepsilon_n = 14{,}1$ МэВ для переходов на основное и возбужденные состояния остаточного ядра. Сечения для линий спектра α_0, α_1, α_2, α_3 и α_4 реакции ^{28}Si (n, α) ^{25}Mg имеют следующие значения: $14{,}3 \pm 0{,}7$; $6{,}6 \pm 0{,}3$; $9{,}0 \pm 0{,}5$; 12 ± 1; $13{,}8 \pm 0{,}7$ мб. Для линий спектра α_0, α_1 реакции ^{29}Si (n, α) ^{26}Mg получены сечения, равные $2{,}4 \pm 0{,}3$; $7{,}3 \pm 0{,}9$ мб.

Основной вклад в ошибку определения сечения дают погрешности измерения плотности потока нейтронов, толщины чувствительной области детектора, процедуры разложения перекрывающихся пиков.

Полученные результаты сечений могут быть использованы для определения плотности потока быстрых монохроматических нейтронов с помощью кремниевых полупроводниковых детекторов.

Поступило в Редакцию 24/V 1976 г.

УДК 621.039.51

Об ускорении сходимости в задачах теории возмущений для ядерных реакторов

САХНОВСКИЙ Э. Г.

Для радиального уравнения Шредингера в работе [1] описана теория возмущений, в которой в m-м приближении волновая функция вычисляется с точностью до ε^{2^m}, где ε — параметр возмущения. Аналогичного ускорения сходимости можно достичь и в задачах теории возмущений для одногрупповой модели ядерных реакторов. В отличие от обычного представления возмущенного потока нейтронов в виде бесконечного ряда по всему спектру собственных функций и собственных значений невозмущенной задачи, поток в m-м приближении выражается только через функции $(m-1)$-го приближения и имеет конечный вид.

Рассмотрим одногрупповое уравнение диффузии для плоского симметричного реактора без отражателя шириной $2R$:

$$\Phi''(x) + [\alpha_0^2 + \varepsilon\alpha^2(x) - \Delta]\,\Phi(x) = 0 \qquad (1)$$

при граничных условиях $\Phi'(0) = 0$ и $\Phi(R) = 0$. Здесь $\varepsilon\alpha^2(x)$ — заданное малое неоднородное возмущение лапласиана $\alpha_0^2 = \text{const}$; $\Delta = \text{const}$ — компенсирующая добавка, сохраняющая критический размер R невозмущенного реактора ($\varepsilon = 0$, $\Delta = 0$) неизменным при $\varepsilon \neq 0$.

Полагая

$$y(x)=\Phi'(x)/\Phi(x) \quad \text{или} \quad \Phi(x)=\Phi(0)\exp\int_0^x y(\xi)\,d\xi, \quad (2)$$

приведем решение уравнения (1) к решению уравнения Риккати

$$y'(x)+y^2(x)+\alpha_0^2+\varepsilon\alpha^2(x)-\Delta=0 \quad (3)$$

при граничных условиях $y(0)=0$ и $y(R)\longrightarrow-\infty$. Учитывая квадратичный характер нелинейности уравнения (3) и последовательно линеаризуя его по малому параметру ε, придем к разложениям

$$y=y_0+\varepsilon\,[y_1+\varepsilon\,[y_2+\varepsilon^2\,[y_3+\varepsilon^4\,[y_4+\ldots]]\ldots]=$$
$$=y_0+\sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon^{2k-1}y_k(\varepsilon); \quad (4)$$
$$\Delta=\varepsilon\,[\Delta_1+\varepsilon\,[\Delta_2+\varepsilon^2\,[\Delta_3+\varepsilon^4\,[\Delta_4+\ldots]]\ldots]=$$
$$=\sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon^{2^{k-1}}\Delta_k(\varepsilon).$$

Поток нейтронов в m-приближении на основе (2) имеет вид

$$\Phi_m(x)=\Phi_m(0)\exp\int_0^x\left[y_0(\xi)+\sum_{k=1}^{m}\varepsilon^{2^{k-1}}y_k(\xi)\right]d\xi. \quad (5)$$

Подставляя (4) в выражение (3) и пренебрегая членами порядка ε и выше, получаем уравнение нулевого приближения (для невозмущенного реактора):

$$y_0'+y_0^2+\alpha_0^2=0. \quad (6)$$

При $y_k(0)=0$, $y_0(R)\longrightarrow-\infty$, как и следовало ожидать,

$$y_0(x)=-\alpha_0\operatorname{tg}\alpha_0x; \quad \Phi_0(x)=\Phi_0(0)\cos\alpha_0x; \quad \alpha_0=\pi/2R. \quad (7)$$

Следствием решения уравнения первого приближения

$$y_1'+2y_0y_1+\alpha^2(x)-\Delta_1=0 \quad (8)$$

является известное выражение для компенсирующей добавки Δ_1:

$$y_1=\Phi_0^{-2}\int_0^x\Phi_0^2(\Delta_1-\alpha^2)\,d\xi, \quad (9)$$
$$\Delta_1=\int_0^R\Phi_0^2\alpha^2\,dx\Big/\int_0^R\Phi_0^2\,dx.$$

Из уравнения m-го приближения

$$y_m'+2\,(y_0+\varepsilon y_1+\ldots+\varepsilon^{2^{m-2}}y_{m-1})\,y_m+y_{m-1}^2-\Delta_m=0 \quad (m\geqslant 2) \quad (10)$$

получаем

$$y_m(x)=\Phi_{m-1}^{-2}(x)\int_0^x\Phi_{m-1}^{2}(\xi)\,[\Delta_m-y_{m-1}^2(\xi)]\,d\xi \quad \text{при } m\geqslant 2;$$

$$\Delta_m=\int_0^R\Phi_{m-1}^2(x)\,y_{m-1}^2(x)\,dx\Big/\int_0^R\Phi_{m-1}^2(x)\,dx \quad \text{при } m\geqslant 2; \quad (11)$$

$$\Phi_m(x)=\Phi_m(0)\,\Phi_{m-1}^{-1}(0)\,\Phi_{m-1}(x)\left[1+\varepsilon^{2^{m-1}}\int_0^x y_m\times\right.$$
$$\left.\times(\xi)\,d\xi\right]+0\,(\varepsilon^{2^m}) \quad \text{при } m\geqslant 1,$$

где $\Phi_{m-1}(x)$ в выражении для $\Phi_m(x)$, представляющем $\Phi(x)$ с точностью до величины порядка ε^{2^m}, следует вычислять также с точностью до величин порядка ε^{2^m}.

В качестве методического примера, имеющего аналитическое решение, рассмотрим симметричную задачу о точечном возмущении реактора в координате a активной зоны и точечной же компенсации его в другой координате $b\ (0<a<b\leqslant R)$. Тогда $\alpha^2(x)=\delta(x-a)$, $\Delta=\Delta^*\delta(x-b)$, где $\Delta^*=\text{const}$. Из уравнений (8), (9) в первом приближении получим

$$y_1=\cos^2\alpha_0a\,\frac{\theta(x-b)-\theta(x-a)}{\cos^2\alpha_0x}; \quad \Delta^*=\varepsilon\Delta^*+0\,(\varepsilon^2), \quad (12)$$

причем $\theta(x)=1$, если $x\geqslant 0$ и $\theta(x)=0$, если $x<0$, а $\Delta_1^*=\cos^2\alpha_0a/\cos^2\alpha_0b$.

Подставляя (12) в (5) или в (11), получаем

$$\Phi_1(x)=\Phi_1(0)\cos\alpha_0x\,[1+\varepsilon J(x)]+0\,(\varepsilon^2), \quad (13)$$

где

$$J(x)=\frac{1}{\alpha_0}\cos^2\alpha_0a\,[\theta(x-b)(\operatorname{tg}\alpha_0x-\operatorname{tg}\alpha_0b)-$$
$$-\theta(x-a)(\operatorname{tg}\alpha_0x-\operatorname{tg}\alpha_0a)]. \quad (14)$$

Во втором приближении после простых преобразований найдем (уже с точностью до величины порядка ε^4, а не ε^3):

$$\Delta^*=\varepsilon\Delta_1^*\,[1-\varepsilon J(b)+\varepsilon^2J^2(b)]+0\,(\varepsilon^4);$$
$$\Phi_2(x)=\Phi_2(0)\cos\alpha_0x\,[1+\varepsilon J(x)]+0\,(\varepsilon^4). \quad (15)$$

Сравнение формул (13) и (14) позволяет предположить, что точное решение задачи имеет вид

$$\Delta^*=\varepsilon\Delta_1^*\,[1+\varepsilon J(b)]^{-1};$$
$$\Phi(x)=\Phi(0)\cos\alpha_0x\,[1+\varepsilon J(x)]. \quad (16)$$

Последнее подтверждается последующими итерациями и альтернативным методом решения с помощью обобщенной [2] функции Грина $G(x,\xi)$ оператора $L(\Phi)=\Phi''(x)+\alpha_0^2\Phi(x)$, в котором $\alpha_0=\pi/2R$ является собственным числом

$$R\alpha_0G(x,\xi)=$$
$$=\begin{cases} x\sin\alpha_0x\cos\alpha_0\xi+(\xi-R)\sin\alpha_0\xi\cos\alpha_0x, & x\leqslant\xi;\\ (x-R)\sin\alpha_0x\cos\alpha_0\xi+\xi\sin\alpha_0\xi\cos\alpha_0x, & x\geqslant\xi.\end{cases} \quad (17)$$

Для сравнения с обычно используемым методом разложения возмущенного потока нейтронов по всему спектру собственных функций рассмотрим классический пример приведенного в [3] расчета изменения потока нейтронов за счет образования продуктов деления и компенсации реактивности добавлением урана так, что

$$\Delta = -(\nu - 1 - \zeta)\,\delta\Sigma_f/D \quad \text{при} \quad \varepsilon\alpha^2(x) = -c\Phi_0(x)/D. \qquad (18)$$

Здесь ν — среднее число быстрых нейтронов, выделяющихся в акте деления; ζ — отношение сечений радиационного захвата и деления топлива; D — коэффициент диффузии. Поглощение в продуктах деления принимается пропорциональным в первом приближении невозмущенному потоку нейтронов $\Phi_0(x)$ [c — коэффициент пропорциональности], а искомая вариация макроскопического сечения $\delta\Sigma_f$ — однородной. Подставляя (18) в (9), получаем

$$\delta\Sigma_f = (\nu - 1 - \zeta)^{-1} \int\limits_0^R c\Phi_0^3\,dx \Big/ \int\limits_0^R \Phi_0^2\,dx = \frac{8}{3\pi}\,c\gamma\,(\nu - 1 - \zeta)^{-1}, \qquad (19)$$

где γ — нормировка для собственных функций. Выражение для $\delta\Sigma_f$ совпадает с формулой работы [3]. Из (11) для возмущенного потока нейтронов следует выражение

$$\Phi_1(x) = \Phi_1(0)\left\{\cos\alpha_0 x + \frac{c\delta}{3\alpha_0^2 D}\left[1 - \cos\alpha_0 x - \sin\alpha_0 x\left(2\frac{x}{R} - \sin\alpha_0 x\right)\right]\right\}, \quad |x| \leqslant R, \qquad (20)$$

которое в отличие от прямо несуммируемого бесконечного ряда, представляющего $\Phi_1(x)$ в [3], имеет простой конечный вид. Переходя в (20) к системе координат, принятой в [3], т. е. полагая $x' = x + R$ и разлагая $\Phi_1(x)$ в ряд по собственным функциям $\sin(n\pi x')/2R$, можно убедиться в тождественности полученных для $\Phi_1(x)$ выражений, откуда, в частности, следует формула для суммы бесконечного ряда ($0 \leqslant z \leqslant \pi$):

$$\sum_{n=3,\,5,\,7\ldots} \frac{\sin nz}{(n^2-4)(n^2-1)\,n} = \frac{\pi}{12}\left[1 - \frac{5}{3\pi}\sin z - \left(1 - \frac{2z}{\pi}\cos z - \frac{1}{2}\sin^2 z\right)\right]. \qquad (21)$$

Выражения для $\Phi_2(x)$ и более высоких приближений, сводимые согласно (11) к конечному числу квадратур, не имеют в рассматриваемой задаче простого представления в элементарных функциях, но последовательно и легко находятся численно.

Поступило в Редакцию 24/V 1976 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Поликанов В. С.** «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1967, т. 52, вып. 5, с. 1326.
2. **Смирнов В. И.** Курс высшей математики. Т. 4. М., Физматгиз, 1958, с. 531.
3. **Вейнберг А., Вигнер Е.** Физическая теория ядерных реакторов. М., Изд-во иностр. лит., 1961, с. 521.

УДК 621.039.514.25

Оптимальный режим эксплуатации реакторов АЭС

ГЕРАСИМОВ А. С., РУДИК А. П.

Постановка задачи. В настоящее время решено большое число разных задач, посвященных оптимизации ксеноновых переходных процессов в ядерных реакторах [1—3]. Однако при этом всегда рассматривался изолированный ядерный реактор. На АЭС установлено, как правило, несколько реакторов, и поэтому возникает задача об одновременной их оптимизации. Сформулируем эту задачу.

Номинальная суммарная тепловая мощность n реакторов АЭС равна W. Периодически (раз в сутки) мощность АЭС на время τ должна быть снижена до εW, где $\varepsilon < 1$. Требуется найти, каковы должны быть временные зависимости парциальных снижений мощности для каждого i-го реактора $\varepsilon_i(t) \geqslant 0$, $0 \leqslant t \leqslant \tau$, $\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} \varepsilon_i(t) = \varepsilon$, чтобы суммарное поглощение нейтронов в ^{135}Xe во всех реакторах за сутки было минимальным.

Подобная постановка задачи отличается от ранее известных тем, что, во-первых, рассматривается одновременно несколько реакторов, а во-вторых, минимизируется поглощение нейтронов в ^{135}Xe *.

Вводя общепринятые обозначения [2, 3] и считая, что в i-м реакторе плотность потока нейтронов при $0 \leqslant t \leqslant \tau$ равна $\varepsilon_i(t)\,U$, а при $\tau \leqslant t \leqslant T = 24$ ч — U, напишем уравнения для концентраций ^{135}I и ^{135}Xe (нормированных на макроскопическое сечение деления ядерного топлива) **:

$$\begin{aligned} dI_i/dt &= \gamma_1\varepsilon_i U - \lambda_1 I_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \\ dX_i/dt &= \gamma_2\varepsilon_i U + \lambda_1 I_i - (\sigma_2\varepsilon_i U + \lambda_2)\,X_i, \end{aligned} \qquad (1)$$

причем $\varepsilon_i = \varepsilon_i(t)$, $0 \leqslant t \leqslant \tau$; $\varepsilon_i = 1$; $\tau \leqslant t \leqslant T$.

Граничные условия для $I_i(t)$ и $X_i(t)$ сводятся к требованиям цикличности:

$$I_i(T) = I_i(0); \quad X_i(T) = X_i(0), \qquad (2)$$

что в формализме принципа максимума [5] приводит к условиям трансверсальности на сопряженные функции, аналогичным использованным в работе [6] для реакторных оптимизационных задач с обратной связью.

Минимизируемый функционал J имеет вид

$$J/\sigma_2 U = \sum_{i=1}^{n}\left\{\int\limits_0^\tau \varepsilon_i(t)\,X_i\,dt + \int\limits_\tau^T X_i\,dt\right\}. \qquad (3)$$

---

* Формулировка задачи о минимизации захвата нейтронов в ^{135}Xe без учета цикличности работы реактора, сделанная в работе [4], не очень убедительна.

** Рассматривается одна группа нейтронов. Задача решается для точечной модели, т. е. используются средние по объему реактора значения плотности потока нейтронов.