В. Н. Князина, В. С. Монахов
г. Гомель, ГГУ им. Ф. Скорины

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С НОРМАЛЬНО ВЛОЖЕННЫМИ ПОДГРУППАМИ

Рассматриваются только конечные группы. Запись $H \leq G$ означает, что *H* – подгруппа группы *G*, $|H|$ – порядок подгруппы *H*, а H^G – наименьшая нормальная в *G* подгруппа, содержащая *H*. Нильпотентным корадикалом группы *G* называется наименьшая нормальная подгруппа в *G*, фактор-группа по которой нильпотентна. $\pi(G)$ – множество всех простых делителей $|G|$. Подгруппа *H* группы *G* называется холлово нормально вложенной в *G*, если *H* – холлова подгруппа в H^G, [1, определение 1].

Shirong Li и Jianjun Liu предложили следующую задачу [2, проблема 1]: Изучить группу *G*, в которой существует холлово нормально вложенная подгруппа *H* порядка $|B|$ для каждой $B \leq G$. В частности, *G* разрешима?

Adolfo Ballester–Bolinches и ShouHong Qiao [3] решили эту проблему. Они ввели класс X, состоящий из всех групп *G*, в которых существует холлово нормально вложенная подгруппа *H* порядка $|B|$ для каждой $B \leq G$.

Теорема 1. [3] *Группа G принадлежит классу* X *тогда и только тогда, когда G разрешима и ее нильпотентный корадикал является циклической подгруппой порядка, свободного от квадратов.*

Подгруппа *H* называется S-перестановочной в *G*, если $HP = PH$ для каждой силовской подгруппы *P* группы *G*. Пусть класс X_1 состоит из всех групп *G* со следующим свойством: для любого $p \in \pi(G)$ и любой подгруппы *B* из *G* с силовской *p*-подгруппой порядка *p* существует S-перестановочная подгруппа с холловой подгруппой *U* порядка $|B|$. Ясно, что $\mathrm{X} \subseteq \mathrm{X}_1$. Оказалось, что $\mathrm{X} = \mathrm{X}_1$.

Теорема 2. *Группа G принадлежит классу* X_1 *тогда и только тогда, когда G разрешима и ее нильпотентный корадикал является циклической подгруппой порядка, свободного от квадратов.*

Список использованных источников

1 Li Shirong. On Hall normally embedded subgroups of finite groups / Li Shirong, He Jun, Nong Guoping, Zhou Longqiao // Comm. Algebra. – 2009. – Vol. 37. – P. 3360–3367.

2 Li Shirong. On Hall subnormally embedded and generalized nilpotent groups / Li Shirong, Liu Jianjun // J. Algebra. – 2013. – Vol. 388. – P. 1–9.

3 Ballester-Bolinches, A. On a problem posed by S. Li and J. Liu / A. Ballester-Bolinches, Qiao ShouHong // Arch. Math. – 2014. – Vol. 102. – P. 109–111.