П. С. Шаповалов, В. И. Дробышевский
г. Гомель, ГГТУ им. П. О. Сухого

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

Часто, при обработки и передачи информации, наблюдается одновременное распространение нескольких мощных лазерных пучков, способных инициировать нелинейные эффекты. Их изучению посвящен ряд работ [1; 2; 3; 4]. Так, в статье [1, с. 97] исследуется взаимодействие двух соосных ортогонально поляризованных гауссовых пучков света в кубически нелинейной среде. Рассматриваемая там задача сводится вариационным методом к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, анализ которых проводится численно. В работах [2, с. 549] изучается взаимодействие параллельных световых пучков. При этом случай совпадения их осей исследуется аналитически, но приводится к задаче о распространении одинаковых пучков, что не представляется интересным. Данная работа посвящена исследованию взаимодействия двух взаимнонекогерентных гауссовых пучков света, разной мощности, распространяющихся в нелинейной среде с квадратичной неоднородностью.

Для описания взаимодействия световых пучков будем исходить из системы нелинейных параболических уравнений [2], записанных в цилиндрической системе координат (r, φ, z):

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2}-2ik_1\frac{\partial U_1}{\partial z}-k_1^2\alpha(x^2+y^2)U_1+k_1^2\beta\left(\left|U_1\right|^2+2\left|U_2\right|^2\right)U_1=0\,,\\ \frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2}-2ik_2\frac{\partial U_2}{\partial z}-k_2^2\alpha(x^2+y^2)U_2+k_2^2\beta\left(\left|U_2\right|^2+2\left|U_1\right|^2\right)U_2=0\,.\end{gathered}\tag{1}$$

Здесь для *j*-го пучка (*j*=1, 2) U_j – комплексная амплитуда электромагнитного поля на круговой частоте колебаний ω_j, $k_j=\sqrt{\varepsilon_j}\omega_j$ – волновое число, ε_j – линейная диэлектрическая проницаемость среды, α и β – ее коэффициент квадратичной неоднородности и коэффициент нелинейности. Система (1) описывает взаимодействие лазерных пучков в диапазоне частот, где временна́я дисперсия среды пренебрежимо мала.

Решение данной системе уравнений (1) проведем вариационным методом [3, с. 87; 4, с. 115] в классе круговых гауссовых функций [5, с. 27]:

$$U_i=\sqrt{I_i}\exp\left\{-P_i-iQ_i-\frac{x^2}{w_{xi}^2}-\frac{y^2}{w_{yi}^2}-\frac{ik_ix^2}{2R_{xi}}-\frac{ik_iy^2}{2R_{yi}}\right\},\tag{3}$$

где $i=1,2$, I_i – интенсивность света на оси *i*-го пучка, w_{xi}, w_{yi} – полуоси эллипса светового пятна, R_{xi}, R_{yi} – радиусы кривизны фазовой поверхности.

Подставляем (3) в (2) и интегрируем по координатам *x* и *y*. Из условия экстремума функционала, т. е. из равенства нулю вариации δ*J=0*, получим систему двенадцати обыкновенных дифференциальных уравнений для параметров двух пучков. Из этой системы можно выделить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающие параметры пучков,

$$w_{x1}^3\frac{\partial^2 w_{x1}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_1^2}-4\mu_1\frac{w_{x1}}{w_{y1}}-\alpha w_{x1}^4-\frac{32\mu_2 w_{x1}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)^3\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)}}\ ,$$

$$w_{y1}^3\frac{\partial^2 w_{y1}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_1^2}-4\mu_1\frac{w_{y1}}{w_{x1}}-\alpha w_{y1}^4-\frac{32\mu_2 w_{y1}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)^3}}\ ,$$

$$w_{x2}^3\frac{\partial^2 w_{x2}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_2^2}-4\mu_2\frac{w_{x2}}{w_{y2}}-\alpha w_{x2}^4-\frac{32\mu_1 w_{x2}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)^3\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)}}\ , \qquad (4)$$

$$w_{y2}^3\frac{\partial^2 w_{y2}}{\partial z^2}=\frac{4}{k_2^2}-4\mu_2\frac{w_{y2}}{w_{x2}}-\alpha w_{y2}^4-\frac{32\mu_1 w_{y2}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2+w_{x2}^2\right)\left(w_{y1}^2+w_{y2}^2\right)^3}}\ ,$$

$$\frac{dw_{x1}}{dz}=\frac{w_{x1}}{R_{x1}}, \qquad \frac{dw_{x1}}{dz}=\frac{w_{x1}}{R_{x1}},$$

где $\mu_i=\beta w_{xi0}w_{yi0}I_i/8$ – эффективная мощность первого (i=1) и второго (i=2) пучка , w_{xi0}, w_{yi0} – значение полуосей светового пятна эллиптического пучка на границе нелинейной среды z=0.

Умножая первое и второе уравнения системы (4) на μ_1, а третье и четвертое – уравнения на μ_2, дифференцируя их по z и складывая, получим соотношение

$$\frac{d^3A}{dz^3}+4\alpha\frac{dA}{dz}=0\ ,$$
$$A=\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)\ . \qquad (5)$$

Общее решение уравнения (5), в случае однородной среды ($\alpha=0$), имеет вид:

$$\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)=C_2z^2+C_1z+C_0\ . \qquad (6а)$$

Для квадратично неоднородной среды ($\alpha\neq 0$) решение имеет вид:

$$\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)=S_2\sin(2\sqrt{\alpha}z)+S_1\cos(2\sqrt{\alpha}z)+S_0\ . \qquad б)$$

Постоянные интегрирования C_2, C_1, C_0, S_2, S_1, S_0 находятся из граничных условий при z=0 и системы уравнений (4).

Численный счет системы уравнений (4) показывает, что поведение взаимодействующих пучков в нелинейной среде достаточно сложно. Размер взаимодействующих пучков может или одновременно возрастать, или уменьшаться. Как следует из формулы (6), в случае распространения двух эллиптических гауссовых пучков в нелинейной среде, величина $2w_{эф}^2=\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)$ изменяется, в однородной среде, по параболическому закону, а в квадратично неоднородной среде – по гармоническому закону, аналогичному закону изменения радиуса светового пятна кругового пучка, распространяющегося в такой среде. Следовательно, при распространении двух эллиптических пучков в среде с кубической нелинейностью им можно поставить в соответствие эффективный круговой пучок. Полуоси эллипсов световых пятен пучков будут осциллировать около эффективного значения $w_{эф}$.

По типу изменения величины $w_{эф}$ можно выделить три режима распространения взаимодействующих пучков в однородной среде в зависимости от величины B, равной

$$B=\frac{\mu_1}{k_1^2}\left(\frac{1}{w_{x10}^2}+\frac{1}{w_{y10}^2}\right)+\frac{\mu_2}{k_2^2}\left(\frac{1}{w_{x20}^2}+\frac{1}{w_{y20}^2}\right)-\frac{2\mu_1^2}{w_{x10}w_{yx10}}-$$
$$-\frac{2\mu_2^2}{w_{x20}w_{yx20}}-\frac{16\mu_1\mu_2}{\sqrt{\left(w_{x10}^2+w_{x20}^2\right)\left(w_{y10}^2+w_{y20}^2\right)}}\ .$$

При B>0 эффективный размер пучков $w_{эф}$ будет увеличиваться с ростом продольной координаты z. В случае B=0 наблюдается квазиволноводный режим распространения, т.е. эффективный размер $w_{эф}$ не изменяется с изменением z, а размеры полуосей эллипса светового пятна будут испытывать периодические осцилляции. При B<0 наблюдается схлопывание пучков в точку.

В неоднородной среде по типу изменения величины $w_{эф}$ можно выделить, в отличии от однородной среды, четыре режима распространения пучков. Причем, как и в однородной среде, схлопывание пучков наблюдается при B<0.

Из численных расчетов следует, что при большом отличии мощностей или поперечных размеров пучков влияние их друг на друга при распространении в нелинейной среде незначительно. При близком значении мощности пучков и их поперечных размеров нелинейное взаимодействие пучков существенно влияет на их геометрию и его необходимо учитывать при расчетах оптических устройств.

Список использованных источников

1 Lopes, Lago E. Copropagation of two waves of different frequencies and arbitrary initial polarization states in an isotropic Kerr medium / E. Lago Lopes, R. de Fuente // Phys. Rev. A. – 1999. – Vol. 60, № 1. – P. 549–558.

2 Berge, L. Coalescence and instability of copropagating nonlinear waves / L. Berge // Phys. Rev. E. – 1998. – Vol. 58, № 5. – P. 6606–6625.

3 Bang, O. Fusion, collapse, and stationary bound states of incoherently coupled waves in bulk cubic media / O. Bang, L. Berge // Phys. Rev. E. – Vol. 59, № 4. –P. 4600–4613.

4 Гончаренко, А. М. К теории взаимодействия ортогонально поляризованных световых пучков в нелинейных средах / А. М. Гончаренко, П. С. Шаповалов // Доклады НАНБ. – 2003. – Т. 22, № 2. – С. 323–325.

5 Гончаренко, А. М. Гауссовы пучки света / А. М. Гончаренко // Наука и техника. – 1977.