

В. Ф. Шолох

г. Гомель, ГГУ им. Ф. Скорины

ФАЗОВАЯ И ГРУППОВАЯ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ОДНООСНОЙ СРЕДЕ

При исследовании распространения электромагнитных волн в среде и изучении их трансформации на движущихся границах раздела, существенное значение имеет информация о поведении векторов фазовой и групповой скоростей этих волн [1; 2]. В данной работе получены выражения для фазовой и групповой скоростей электромагнитных волн в движущейся среде, описываемой одноосным тензором диэлектрической проницаемости в системе ее покоя. Показано, что для необыкновенной волны коэффициент увлечения Френеля является тензором второго ранга. Определены границы черенковской области для e -волны и рассмотрены возможные варианты взаимной ориентации конуса групповых скоростей и поверхности показателей преломления e -волны, в зависимости от ориентации скорости движения среды относительно ее оптической оси в собственной системе покоя.

Используя решения уравнения нормалей [3] для электромагнитных волн в движущейся среде, описываемой одноосным тензором диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon_o + (\varepsilon_e - \varepsilon_o)\vec{c} \circ \vec{c}$ в системе ее покоя, и известные методы расчета [1] для векторов фазовой и групповой скоростей e -волны были получены следующие выражения:

$$\vec{V}_{\phi 1,2}^{(e)} = c \frac{\beta \vec{h} (\varepsilon_o \varepsilon_e - \varepsilon) \vec{\tau} \pm \sqrt{\beta^2 (\vec{n} \varepsilon \vec{\tau})^2 - \beta^2 \vec{n} \varepsilon \vec{n} \circ \vec{\tau} \varepsilon \vec{\tau} + \varepsilon_o \varepsilon_e \vec{h} \xi \varepsilon \vec{h}}}{\gamma (\varepsilon_o \varepsilon_e - \beta^2 \vec{\tau} \varepsilon \vec{\tau})} \vec{n}. \quad (1)$$

$$\vec{V}_{g 1,2}^{(e)} = c \frac{\varepsilon \vec{m} + ((\gamma - 1) \vec{m} \vec{\tau} - \gamma \beta) \varepsilon \vec{\tau} + W \vec{\tau}}{\gamma \beta \vec{m} \varepsilon \vec{\tau} + \gamma \beta (\gamma - 1) \vec{\tau} \varepsilon \vec{\tau} \circ \vec{m} \vec{\tau} - \gamma^2 \beta^2 \vec{\tau} \varepsilon \vec{\tau} + \gamma^2 \varepsilon_o \varepsilon_e (1 - \beta \vec{m} \vec{\tau})} \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2) использованы следующие общепринятые обозначения: $\beta = V/c$ – отношение скорости движения среды к скорости света в вакууме; $\gamma = \sqrt{1-\beta^2}$; $\vec{m} = n_e \vec{n}$ – вектор рефракции необыкновенной волны; $\vec{\tau}$ – единичный вектор скорости движения среды; $\vec{a} \circ \vec{b} = a_i b_j$ – диада построенная из векторов \vec{a} и \vec{b} . Другие величины, входящие в выражения (1) и (2), определены равенствами:

$$\vec{h} = \vec{n} + (\gamma-1)\vec{n} \vec{\tau} \circ \vec{\tau}; \quad \xi = 1 - \beta^2 \vec{\tau} \circ \vec{\tau};$$

$$W = (\gamma-1)\vec{m} \varepsilon \vec{\tau} + (\gamma-1)^2 \vec{\tau} \varepsilon \vec{\tau} \circ \vec{m} \vec{\tau} - \gamma \beta (\gamma-1) \vec{\tau} \varepsilon \vec{\tau} + \gamma^2 \beta \varepsilon_o \varepsilon_e (1 - \beta \vec{m} \vec{\tau}).$$

Сохраняя в выражениях (1) и (2) члены первого порядка малости по β , запишем выражения для фазовой и групповой скоростей необыкновенной волны, справедливые при нерелятивистских скоростях движения среды

$$\vec{V}_{\phi 1,2}^{(e)} = \pm c \left(\sqrt{\frac{\vec{n} \varepsilon \vec{n}}{\varepsilon_o \varepsilon_e}} \pm \frac{\vec{n} (\varepsilon_o \varepsilon_e - \varepsilon) \vec{\tau}}{\varepsilon_o \varepsilon_e} \beta \right) \vec{n}, \quad (3)$$

$$\vec{V}_{g 1,2}^{(e)} = \pm c \frac{\varepsilon \vec{n}}{\sqrt{\varepsilon_o \varepsilon_e \vec{n} \varepsilon \vec{n}}} + \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o \varepsilon_e} \right) \beta \vec{\tau}. \quad (4)$$

Из (4) видно, что коэффициент увлечения Френеля для необыкновенной волны $\chi^{(e)} = 1 - \varepsilon / \varepsilon_o \varepsilon_e$ является тензором второго ранга. Это означает, что энергия электромагнитной волны увлекается движущейся анизотропной средой не только в направлении ее движения, но и вдоль оптической оси.

При $\varepsilon_o = \varepsilon_e$ выражения (1) и (2) принимают вид

$$\vec{V}_{\phi 1,2}^{(o)} = c \frac{\gamma^2 \beta (\varepsilon_o - 1) \vec{n} \vec{\tau} \pm \sqrt{1 + (\varepsilon_o - 1) \gamma^2 (1 - \beta^2 \vec{n} \vec{\tau} \circ \vec{n})}}{1 + \gamma^2 (\varepsilon_o - 1)}, \quad (5)$$

$$\vec{V}_{g 1,2}^{(o)} = c \frac{n_{1,2}^{(o)} \vec{n} + \beta \gamma^2 (\varepsilon_o - 1) (1 - \beta n_{1,2}^{(o)} \vec{n} \vec{\tau}) \vec{\tau}}{\gamma^2 (\varepsilon_o (1 - \beta n_{1,2}^{(o)} \vec{n} \vec{\tau}) - \beta^2 + \beta n_{1,2}^{(o)} \vec{n} \vec{\tau})} \quad (6)$$

и совпадают с известными выражениями для фазовой и групповой скоростей волны в движущейся изотропной среде [1].

Фазовая и групповая скорости необыкновенной волны не совпадают по направлению, но, как и в случае движущейся изотропной среды [1], проекция групповой скорости на фазовую равна фазовой скорости

$$\vec{V}_{\phi}^{(e)} \vec{V}_g^{(e)} = \vec{V}_{\phi}^{(e)2}. \quad (7)$$

В движущихся анизотропных средах вектор групповой скорости направлен по нормали к поверхности показателей преломления [4]. При досветовых скоростях движения среды возможны любые направления групповой скорости необыкновенной волны, а при сверхсветовых скоростях движения $\vec{V}_g^{(e)}$ лежат внутри конуса, образующие которого перпендикулярны к соответствующим образующим конической поверхности, «сотканной» из асимптот гипербол, возникающих в результате сечения поверхности показателей преломления e -волны плоскостями, проходящими через прямую, вдоль которой движется среда. Уравнение последней, позволяющее сделать некоторые выводы о конусе групповых скоростей, можно получить из условия обращения в ноль знаменателя в выражении определяющем показатель преломления необыкновенной волны в движущейся одноосной среде [3]:

$$\vec{r} (1 + (\gamma-1) \vec{\tau} \circ \vec{\tau}) (\varepsilon - \varepsilon_o \varepsilon_e \beta^2 \vec{\tau} \circ \vec{\tau}) (1 + (\gamma-1) \vec{\tau} \circ \vec{\tau}) \vec{r} = \vec{r} \sigma \vec{r} = 0, \quad (8)$$

где \vec{r} – переменный радиус-вектор, совпадающий по направлению с вектором волновой нормали \vec{n} .

Проанализируем уравнение (8), считая ε_o и ε_e положительными величинами.

1. *Среда движется вдоль оптической оси \vec{c} .* Тензор σ в выражении (8) принимает вид

$$\sigma = \varepsilon_o + \gamma^2 \beta^2 \varepsilon_o (1 - \varepsilon_o) \vec{c} \circ \vec{c}$$

и является одноосным. \vec{c} – собственный вектор тензора σ , а $\lambda_1 = \varepsilon_o \gamma^2 (1 - \beta^2 \varepsilon_o)$ – отвечающее ему собственное значение. Два других собственных вектора могут быть выбраны произвольно, но взаимно ортогонально в плоскости перпендикулярной вектору \vec{c} . Им соответствуют собственные значения $\lambda_2 = \lambda_3 = \varepsilon_o$. Коническая поверхность возникает при значениях $\beta^2 > 1/\varepsilon_o$ называемых границей черенковской области [5]. Ось конуса направлена вдоль вектора \vec{c} . Сечение конуса плоскостью ортогональной направлению движения среды является окружностью.

2. *Среда движется перпендикулярно оптической оси \vec{c} .* В этом случае

$$\sigma = \varepsilon_o + (\varepsilon_e - \varepsilon_o) \vec{c} \circ \vec{c} + \gamma^2 \beta^2 \varepsilon_o (1 - \varepsilon_e) \vec{c} \circ \vec{c}$$

Собственные векторы тензора σ : \vec{c} , $\vec{c} \times \vec{c}$ и $[\vec{c} \vec{c}]$; отвечающие им собственные значения равны соответственно $\lambda_1 = \gamma^2 \varepsilon_o (1 - \beta^2 \varepsilon_e)$, $\lambda_2 = \varepsilon_e$, $\lambda_3 = \varepsilon_o$. Конус, с осью направленной по \vec{c} , образуется при значениях $\beta^2 > 1/\varepsilon_e$. Сечение конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, есть эллипс с отношением осей $\rho = \sqrt{\varepsilon_o / \varepsilon_e}$ и осями направленными вдоль векторов \vec{c} и $[\vec{c} \vec{c}]$.

3. *Среда движется под углом φ к оптической оси \vec{c} ($\varphi \neq 0$; $\varphi \neq \pi/2$).*

Векторы $[\vec{c} \vec{c}]$, $\vec{P}_\pm = \vec{c} + (2\gamma - 1)(\varepsilon_e - \varepsilon_o)(\lambda_\pm - \varepsilon_e - 2(\gamma - 1)(\varepsilon_e - \varepsilon_o)(\vec{c} \vec{c})^2)^{-1} \vec{c} \vec{c} \circ \vec{c}$ – собственные векторы тензора σ . Собственные значения равны $\lambda_1 = \varepsilon_o$,

$$2\lambda_\pm = G \pm \sqrt{G^2 - 4\gamma^2 \varepsilon_o \varepsilon_e (1 - \beta^2 \varepsilon_o (\vec{c} \vec{c})^2 - \beta^2 \varepsilon_e [\vec{c} \vec{c}]^2) - 4(\gamma - 1)^2 (\varepsilon_e - \varepsilon_o)^2 (\vec{c} \vec{c})^2 [\vec{c} \vec{c}]^2}$$

где $G = (\varepsilon_e + \gamma^2 \varepsilon_o) [\vec{c} \vec{c}]^2 + (\varepsilon_o + \gamma^2 \varepsilon_e) (\vec{c} \vec{c})^2 - \gamma^2 \beta^2 \varepsilon_o \varepsilon_e$. Так как $\varepsilon_o > 0$, то λ_\pm должны иметь разные знаки, что возможно, если

$$\gamma^2 \varepsilon_o \varepsilon_e (1 - \beta^2 \varepsilon_o (\vec{c} \vec{c})^2 - \beta^2 \varepsilon_e [\vec{c} \vec{c}]^2) + (\gamma - 1)^2 (\varepsilon_e - \varepsilon_o)^2 (\vec{c} \vec{c})^2 [\vec{c} \vec{c}]^2 < 0.$$

При этом $\lambda_- < 0$, то есть ось конуса, в котором заключены все возможные векторы $\vec{V}_g^{(e)}$, параллельна вектору \vec{P}_- . Конус возникает при значениях $\beta^2 > (\varepsilon_o (\vec{c} \vec{c})^2 + \varepsilon_e [\vec{c} \vec{c}]^2)^{-1}$. Вводя тройку векторов $[\vec{c} \vec{c}]^*$, \vec{P}_\pm^* , обратных собственным векторам тензора σ , запишем уравнение эллипса, полученного в результате сечения конуса плоскостью перпендикулярной его оси

$$\vec{R}(\varepsilon_o [\vec{c} \vec{c}] \circ [\vec{c} \vec{c}]^* + \lambda_+ \vec{P}_+ \circ \vec{P}_+^*) \vec{R} = const.$$

Здесь \vec{R} – двумерный радиус-вектор, удовлетворяющий условию $\vec{R} \vec{P}_- = 0$. Оси эллипса направлены вдоль векторов $[\vec{c} \vec{c}]$ и \vec{P}_+ , а эллиптичность $\rho = \sqrt{\lambda_+ / \varepsilon_o}$.

Проведенный анализ совместно со сведениями о поверхности показателей преломления [3] позволяет построить конус, содержащий векторы групповой скорости необыкновенной волны $\vec{V}_g^{(e)}$. На рисунке 1 приведено соответствующее построение для случая $[\vec{c} \vec{c}] = 0$.

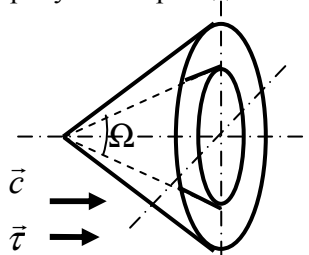


Рисунок 1

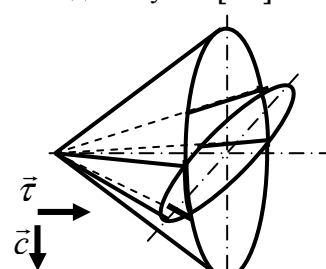


Рисунок 2

С ростом β , от значения $1/\sqrt{\epsilon_0}$ до 1, угол раствора Ω асимптотического конуса гиперboloида показателей преломления стремиться к π , а угол раствора конуса групповых скоростей стремиться к 0. При $\Omega = \pi/2$ оба конуса совпадают. Если угол $\Omega < \pi/2$, то конус из асимптот содержится внутри конуса групповых скоростей, если $\Omega > \pi/2$, то наоборот. В случае движения среды в направлении перпендикулярном ее оптической оси эллипсы, полученные при сечении конусов плоскостью ортогональной \vec{v} , ориентированы перпендикулярно друг другу. Один из возможных случаев взаимного расположения этих конусов приведен на рисунке 2.

Список использованных источников

- 1 Болотовский, Б. М. Современное состояние электродинамики движущихся сред (безграничные среды) / Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров // Эйнштейновский сборник. – М. : Наука, 1976. – С. 179–275.
- 2 Столяров, С. Н. Граничные задачи электродинамики движущихся сред / С. Н. Столяров // Эйнштейновский сборник. – М. : Наука, 1978. – С. 152–215.
- 3 Шолох, В. Ф. Плоские электромагнитные волны в движущейся одноосной среде / В. Ф. Шолох, В. В. Вергун. – М., 1981. – Деп. в ВИНТИ 4.03.81. – №1004–81. – 12 с.
- 4 Глинский, Г. Ф. Уравнение лучевой поверхности и принцип Ферма в движущихся анизотропных средах / Г. Ф. Глинский // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 1980. – Т. 23, № 1. – С. 90–95.
- 5 Cheng, D. E. Time-harmonic fields in source-free bianisotropic media / D. E. Cheng, J. A. Kong // J. Appl. Phys. – 1968. – Vol. 39, № 12. – P. 5792–5796.