

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Das S., Kaminsky M. «J. Appl. Phys.», 1973, v. 44, N 1, p. 25.
2. Erents S., McCracken G. «Rad. Effects», 1973, v. 18, p. 191.
3. Das S., Kaminsky M. «J. Nucl. Mater.», 1974, v. 53, p. 115.
4. Калинин Б. А. и др. «Атомная энергия», 1975, т. 39, вып. 2, с. 126.

5. Roth J., Behrish R., Scherzer B. «J. Nucl. Mater.», 1975, v. 57, p. 365.
6. Кротов В. И., Лебедев С. Я., Панин С. Д. Препринт ФЭИ-652, М., 1976.
7. Калинин Б. А., Скоров Д. М., Федотов В. Т. В кн.: Докл. IV Всесоюз. конф. «Взаимодействие атомных частиц с твердым телом». Ч. 1. Харьков, изд. Харьковский гос. ун-та, 1976.
8. Хирш П. и др. Электронная микроскопия тонких кристаллов. М., «Мир», 1968.

УДК 621.039.564.2

Пространственные флуктуации распределения нейтронов и мощности в критическом реакторе

ГОРЮНОВ В. К.

В большинстве случаев источник погрешностей физического расчета реактора может быть сведен к реальным или фиктивным пространственным флуктуациям макроскопических сечений. Существует обширный класс задач, в которых флуктуацию сечений можно представить хотя бы формально случайной функцией координат, например флуктуация за счет неучитываемых колебаний в обогащении топлива или колебаний температур. В настоящей статье рассматриваются статистические характеристики пространственных флуктуаций потока нейтронов в односкоростной диффузионной модели реактора.

Допустим, что в гомогенном, первоначально критическом реакторе с материальным параметром κ_0^2 провели небольшое изменение физических свойств активной зоны, например макроскопических сечений по закону $\varepsilon(\mathbf{r})$, который не затрагивает коэффициента диффузии. Чтобы вернуть реактор в точно критическое состояние, наложим некоторое постоянное по объему изменение свойств θ так, что выполняется уравнение

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) + \{\kappa_0^2 + \varepsilon(\mathbf{r}) + \theta\} \Phi(\mathbf{r}) = 0 \quad (1)$$

с граничным условием $\mathbf{n} \nabla \Phi(\mathbf{r}) + \beta \Phi(\mathbf{r}) = 0$ и условием неотрицательности потока $\Phi(\mathbf{r})$ в реакторе объемом V .

В линейном относительно возмущения $\varepsilon(\mathbf{r}) + \theta$ приближении легко получить для флуктуаций потока нейтронов выражение

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(\mathbf{r}) &= \frac{\Phi(\mathbf{r}) - \Phi^{(0)}(\mathbf{r})}{\Phi^{(0)}(\mathbf{r})} = \\ &= \sum_{m \neq 0} \frac{\int \Phi_m^*(\mathbf{r}') \varepsilon(\mathbf{r}') \Phi_0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{(\kappa_m^2 - \kappa_0^2) \int |\Phi_m(\mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}'} \frac{\Phi_m(\mathbf{r})}{\Phi_0(\mathbf{r})}, \end{aligned} \quad (2)$$

а для первой поправки к собственному значению (какой является в том же приближении θ) соотношение

$$\theta = \frac{\int |\Phi_0(\mathbf{r})|^2 \varepsilon(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\int |\Phi_0(\mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}'} \quad (3)$$

Здесь Φ_m , κ_m — собственные функции и собственные значения невозмущенной задачи: индекс $m=0$ присвоен собственной функции, описывающей распределение нейтронов в гомогенном реакторе: $\Phi^{(0)}(\mathbf{r}) = a\Phi_0(\mathbf{r})$.

Рассмотрим сначала возмущения сечений, которые обладают свойствами «белого» шума с нулевым средним: $\langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle = 0$. Корреляции таких возмущений можно представить δ -функцией Дирака:

$$K_\varepsilon(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}') = \langle \varepsilon(\mathbf{r}) \varepsilon(\mathbf{r}') \rangle = c \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (4)$$

Из уравнений (2) и (3) следует, что в линейном приближении $\langle \tilde{\Phi}(\mathbf{r}) \rangle = \langle \theta \rangle = 0$. Можно показать, что среднее по реализации от второй поправки к собственному значению всегда отрицательно. Подробно это обсуждается в работе [1] для марковской формы корреляции возмущений: $K_\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sigma_\varepsilon^2 \exp(-\alpha |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$.

С учетом (2) и (4) автокорреляционная функция (АКФ) относительных флуктуаций потока нейтронов $\langle \tilde{\Phi}^*(\mathbf{r}_1) \tilde{\Phi}(\mathbf{r}_2) \rangle$ есть

$$\begin{aligned} K_\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \sum_{m, n \neq 0} \frac{c \int \Phi_m(\mathbf{r}) \Phi_n^*(\mathbf{r}) |\Phi_0(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}}{(\kappa_m^2 - \kappa_0^2)(\kappa_n^2 - \kappa_0^2)} \times \\ &\times \frac{1}{\int \int |\Phi_m(\mathbf{r}')|^2 |\Phi_n(\mathbf{r}'')|^2 d\mathbf{r}' d\mathbf{r}''} \times \\ &\times \frac{\Phi_m^*(\mathbf{r}_1) \Phi_n(\mathbf{r}_2)}{\Phi_0(\mathbf{r}_1) \Phi_0(\mathbf{r}_2)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Относительные флуктуации распределения мощности $\tilde{N}(\mathbf{r})$, рассматриваемые в той же односкоростной диффузионной модели реактора, вызываются колебаниями как потока нейтронов, так и сечения деления. Ограничением этого факта будет представление АКФ распределения мощности суммой АКФ потока нейтронов, АКФ возмущения сечений и интерференционного слагаемого, учитывающего корреляцию флуктуаций потока с возмущениями сечений. В самом деле, используя для $\tilde{N}(\mathbf{r})$ то же приближение, что и в формуле (2), АКФ распределения мощности — $\langle \tilde{N}^*(\mathbf{r}_1) \tilde{N}(\mathbf{r}_2) \rangle$ — получим в виде

$$\begin{aligned} K_N(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= K_\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \xi^2 K_\varepsilon(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \\ &+ \xi c \sum_{m \neq 0} \frac{\Phi_m^*(\mathbf{r}_1) \Phi_m(\mathbf{r}_2)}{(\kappa_m^2 - \kappa_0^2) \int |\Phi_m(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}} \times \\ &\times \left\{ \frac{\Phi_0(\mathbf{r}_1)}{\Phi_0(\mathbf{r}_2)} + \frac{\Phi_0(\mathbf{r}_2)}{\Phi_0(\mathbf{r}_1)} \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где ξ — коэффициент перехода от возмущения κ^2 к возмущению в сечении деления (в относительных единицах). Например, если $\kappa_0^2 = \{(v-1)\Sigma_f - \Sigma_c\} D^{-1}$ и варьируется Σ_f , то $\xi = D \{(v-1)\Sigma_f\}^{-1}$.

Рассмотрим флюктуации потока нейтронов по толщине бесконечной критической пластины без отражателя. Подставив в (5) собственные функции одномерной задачи и выполнив интегрирование, получим

$$K_{\Phi} \left(\frac{H}{\pi} x_1, \frac{H}{\pi} x_2 \right) = \frac{cH^3}{\pi^4} \sum_{m=2}^{\infty} \left\{ \frac{\sin mx_1 \sin mx_2}{(m^2-1)^2 \sin x_1 \sin x_2} - \frac{\sin mx_1 \sin (m+2)x_2 + \sin mx_2 \sin (m+2)x_1}{2(m^2-1)[(m+2)^2-1] \sin x_1 \sin x_2} \right\}. \quad (7)$$

Здесь H — толщина пластины (поправкой на экстраполированную границу пренебрегаем), начало координат — на одной из границ реактора.

Даже приближение для K_{Φ} , учитывающее первое слагаемое суммы (7) $\left[K_{\Phi}(x, x+\tau) \approx \frac{4}{9} \frac{cH^3}{\pi^4} \cos \frac{\pi}{H} x \times \cos \frac{\pi}{H} (x+\tau) \right]$, обнаруживает неоднородные свойства флюктуаций потока нейтронов: дисперсия $K_{\Phi}(x, x)$ принимает максимальные значения вблизи границ реактора.

В практике использования АКФ распределения нейтронов или мощности наибольшее применение находят характеристики флюктуаций по высоте реактора, аналогичные полученной выше, и наиболее часто — в плане цилиндрического реактора. АКФ флюктуаций потока нейтронов в плане «голового» цилиндрического реактора радиусом бесконечной длины R может быть получена из (5) в следующем виде:

$$K_{\Phi}(Rr_1, Rr_2) \approx \frac{c\mu_0^4 R^2}{2\sqrt{2}\pi\rho} \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{\lambda=1+\delta_{m0}}^{\infty} \frac{\mu_m^{\lambda} J_m(\mu_m^{\lambda} r_1) J_m(\mu_m^{\lambda} r_2) \cos_m \varphi}{(\mu_m^{(\lambda)^2} - \mu_0^{(1)^2}) J_0(\mu_0^{(1)} r_1) J_0(\mu_0^{(1)} r_2)}, \quad (8)$$

где $J_m(r)$ — функция Бесселя первого рода; μ_m^{λ} — λ -й неотрицательный корень уравнения $J_m(r)=0$; $\delta_{mm'}$ — символ Кронекера; $\rho \approx 1,2$. Поскольку функция (8) определяется в основном слагаемыми суммы с $m=\pm 1$ и $\lambda=1$, характер флюктуаций остается тем же, что и в одномерной задаче, т. е. дисперсия максимальна вблизи границ реактора.

Как изменится картина распределения относительных флюктуаций потока нейтронов, если реактор будет иметь отражатель. Оказывается, наличие отражателя сохраняет наибольшее усиление относительных флюктуаций вблизи границ реактора. Например, для той же пластины, окруженной идеальным отражателем, из соотношения (5) получаем

$$K_{\Phi}(x_1, x_2) = 2 \frac{cH^3}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos m \frac{\pi}{H} x_1 \cos m \frac{\pi}{H} x_2}{m^4} \approx$$

$$\approx 2 \frac{cH^3}{\pi^4} \cos \frac{\pi}{H} x_1 \cos \frac{\pi}{H} x_2. \quad (9)$$

Таким образом, приближение для (9) отличается от такого же приближения для (7) только постоянным множителем.

Представление корреляции возмущений в виде δ -функции создает определенные удобства при проведении математических выкладок. Однако многие реальные возмущения сечений, например, связанные с пространственными колебаниями температуры, часто являются коррелированными. Посмотрим, к чему приводят возмущения сечений, если K_{ε} имеет вид

$$K_{\varepsilon}(r_1, r_2) = \sigma_{\varepsilon}^2 \exp(-\alpha |r_1 - r_2|), \quad (10)$$

где α — обратная длина корреляции; $\sigma_{\varepsilon}^2 = \langle \varepsilon^*(r) \varepsilon(r) \rangle$.

Выражение для дисперсии потока нейтронов по толщине реактора без отражателя получим иным образом, нежели соотношением (5). Случайную функцию $\varepsilon(x)$ представим приближенно интегралом Стильтеса [2] в бесконечных пределах:

$$\varepsilon(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega x) d\Psi(\omega). \quad (11)$$

Дифференциалы $d\Psi(\omega)$ удовлетворяют соотношениям: $\langle d\Psi(\omega) \rangle = 0$; $\langle d\Psi^*(\omega) d\Psi(\omega_1) \rangle = S_{\varepsilon}(\omega) \delta(\omega - \omega_1) d\omega d\omega_1$,

где $S_{\varepsilon}(\omega) = \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{\pi} \frac{\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}$ — спектральная плотность возмущений с корреляционной функцией (10). Подставляя (11) в (2) и интегрируя по x' и x'' , находим

$$\tilde{\Phi}(x) = \frac{4H^2}{\sin \frac{\pi}{H} x} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{m \sin \frac{m\pi}{H} x}{m^2 - 1} \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Psi\left(\frac{\Omega}{H}\right) \Omega \{1 + \exp(i\Omega + m\pi)\}}{i[\Omega^2 - (m+1)^2 \pi^2][\Omega^2 - (m-1)^2 \pi^2]}. \quad (12)$$

Дисперсия, получаемая из (12) усреднением $\langle \tilde{\Phi}^*(x) \tilde{\Phi}(x) \rangle$, при $\alpha \rightarrow \infty$ и выполнении условия $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \sigma_{\varepsilon}^2/\alpha = c/2$ асимптотически переходит в формулу (7) для δ -коррелированных возмущений сечений при $x_1 = x_2 = x$. Поэтому при больших α (точнее, $\alpha H/\pi$) $c = 2\sigma_{\varepsilon}^2/\alpha$. Рост αH приводит к уменьшению масштаба флюктуаций, например из (7) следует, что

$$\langle \tilde{\Phi}^*(x) \tilde{\Phi}(x) \rangle \approx \frac{4}{9} \left[\frac{\sigma_{\varepsilon}}{\kappa_0^2} \right]^2 \frac{\cos^2 \frac{\pi}{H} x}{\alpha H}. \quad (13)$$

Для двумерной задачи приравнивание (4) и (10) дает оценку: $c = 2\pi\sigma_{\varepsilon}^2/\alpha^2$ при больших αR .

Подводя итог, выделим основные результаты работы: 1) в рамках односкоростной диффузионной модели реактора получены в общем виде выражения для пространственных АКФ относительных флюктуаций распределения нейтронов и мощности при δ -образной корреляции возмущения макроскопических сечений. Представлены в аналитическом виде АКФ потока нейтронов для реакторов с различным качеством отра-

жателей в наиболее часто употребляемых на практике одно- и двумерных измерениях;

2) показано, что независимо от геометрии активной зоны для реакторов как без отражателя, так и с идеальным отражателем ($n\Delta\Phi = 0$ на границе) характерно возрастание флюктуаций к границам реактора при однородном и изотропном распределении возмущения сечений внутри активной зоны;

3) рассмотрены изменения в АКФ потока нейтронов, в частности, при предельном переходе от корреляции возмущений в марковской форме к δ -образным корреляциям («белому» шуму). Показано, что усиление корреляции возмущений приводит к уменьшению флюктуаций потока.

Выводы, следующие из обсуждаемой модели, находятся в противоречии с общепринятыми представлениями об однородности флюктуаций распределения нейтронов и мощности. С одной стороны, это можно объяснить неточностью односкоростного диффузионного приближения, с другой — тем, что эксперименты

и расчеты уже обрабатываются в априорном предположении об однородности вторичных флюктуаций. Следовательно, возможность замены усреднения по реализациям усреднением в плане реактора должна быть доказана особо.

В заключение следует отметить, что рассмотрение первоначально гомогенного реактора не является сильным ограничением для переноса результатов на другие реакторы, если иметь в виду относительные флюктуации в линейном приближении.

Автор признателен П. Н. Свирикунову за многочисленные полезные обсуждения работы.

Поступило в Редакцию 25/I 1977 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Williams M. «Atomkernenergie», 1973, Bd 22, N 4, S. 248.
2. Свириков А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968, с. 85.

УДК 621.039.5

Улучшение характеристики жидкометаллических быстрых размножителей при использовании магнитного поля

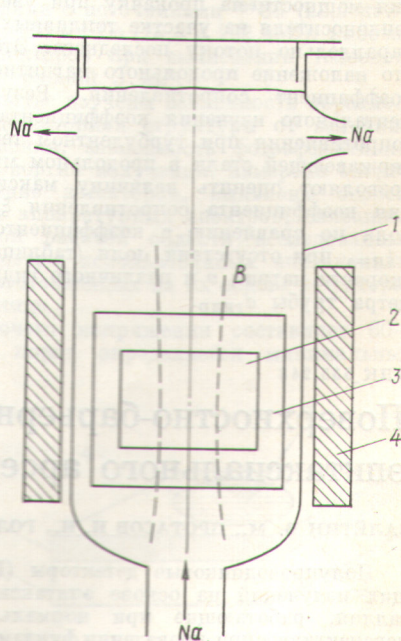
ШМЕЛЕВ А. Н., ИЛЮНИН В. Г., МУРОГОВ В. М.

Известно использование магнитного поля для различных целей в ядерных реакторах, например для электромагнитных насосов [1]. Магнитное поле может оказывать влияние на диффузию нейтронов, а следовательно, и на реактивность реактора [2].

Известные теоретические и экспериментальные исследования турбулентного течения в трубах в продольном магнитном поле указывают на то, что коэффициент сопротивления может быть снижен в 5—10 раз по сравнению с турбулентным течением в отсутствие магнитного поля [3, 4]. Поэтому примем, что вокруг корпуса реактора размещен соленоид, генерирующий магнитное поле, направление силовых линий которого параллельно потоку теплоносителя в активной зоне (рисунок). Исследования обтекания цилиндра и сферы в присутствии поперечного магнитного поля указывают на то, что коэффициент гидравлического сопротивления может существенно увеличиться [3]. Если, основываясь на указанных исследованиях, предположить, что при наложении продольного магнитного поля коэффициент гидравлического сопротивления поперек кассеты возрастает, а вдоль ее — уменьшается, то это может позволить заменить стенки чехлов топливных кассет в области активной зоны и зоны воспроизводства, например, на каркас жесткости. Результаты расчетов с использованием оптимизационного комплекса РОКБАР [5] показали, что при этом возрастает коэффициент воспроизводства, повышается энергонапряженность топлива и время удвоения может быть снижено на 20—25%. Поскольку распухание чехлов кассет приводит к необходимости увеличения зазоров между ними, к дополнительному смягчению спектра нейтронов, замена чехла кассеты на каркас жесткости способствовала бы снижению этих потерь.

Результаты расчетов указывают на то, что увеличение мощности быстрых размножителей возможно в основном за счет увеличения радиальных размеров

активной зоны. Увеличение высоты активной зоны ограничивается как механическими напряжениями в стенках чехлов кассет, так и величиной подогрева теплоносителя, которая достигает 180—250 °C [5, 6].



Ядерный реактор:

1 — корпус реактора; 2 — активная зона; 3 — зона воспроизводства; 4 — соленоид, генерирующий магнитное поле с индукцией B