«АТОМНАЯ ЭНЕРГИЯ», т. 43, вып. 1, июль 1977

УДК 533.9.01:533.9.1.17

Акустическая неустойчивость и аномальное поглощение лазерного излучения вблизи критической плотности плазмы

НАСТОЯЩИЙ А. Ф.

Известно, что при лазерном нагреве плазмы эффективность тормозного поглощения лазерного излучения быстро падает с температурой плазмы. В связи с этим представляют интерес другие каналы поглощения, не связанные с кулоновскими соударениями, например параметрическое (распадное) поглощение [1]. Особенностью такого поглощения является его пороговый характер: неустойчивость начинается только при достаточно высокой плотности энергии излучения $w > w_{пор}$.

В настоящей работе обсуждаются механизмы коллективного поглощения, не связанные с параметрической неустойчивостью. Предположим, что в плазме возбуждены колебания акустического типа. При взаимодействии с флюктуациями плотности энергия поперечных волн передается продольным (ленгмюровским) колебаниям. Последние могут поглощаться, например, вследствие механизма Ландау, передавая свою энергию электронам плазмы. Как будет показано, такое поглощение весьма эффективно и уже при относительно малой амплитуде звука приводит к существенному возрастанию поглощения плазмы. Так как рассматриваемая неустойчивость практически не зависит от лазерной мощности, то вызываемое сею аномальное поглощение может играть существенную роль уже на самой ранней стадии нагрева плазмы, а также при низкой мощности лазерного излучения.

Обсудим сначала возможность возбуждения акустических* колебаний в плазме. Аналогичная задача обсуждалась ранее в работе [2], авторы которой пришли, однако, к неправильному заключению, что звуковые колебания в полностью ионизованной плазме возбуждаться не могут. В этой работе не была учтена весьма специфическая для лазерной плазмы область плотностей, близких к критической для данной частоты (ω) лазера: $n \sim n_{кр} = (m\omega^2/4\pi e^2)$. Покажем, что именно в этой области, которая с точки зрения лазерного нагрева представляет наибольший интерес, могут возбуждаться акустические колебания.

Исходим из уравнения баланса энергии электронов в поле лазерного излучения (точкой сверху отмечается дифференцирование по времени):

$$\frac{3}{2} n\dot{T} + nT \operatorname{div} \mathbf{v} = \varkappa w + \operatorname{div} k \operatorname{grad} T, \qquad (1)$$

где T — температура электронов; n — плотность плазмы; v — скорость движения плазмы как целого; k — коэффициент теплопроводности. Коэффициент поглощения лазерного излучения пропорционален частоте столкновений ν:

$$\varkappa = (\omega_p^2 \nu/\omega^2 c)\,[1-(n/n_{кр})]^{-1/2} \qquad (2)$$

(ω_p — плазменная частота и ω — частота лазера).

Рассматривается для простоты случай достаточно быстрого нагрева плазмы, когда охлаждением электронов из-за столкновений с тяжелыми частицами плазмы можно пренебречь. Предположим также, что исходное (невозмущенное) состояние плазмы пространственно однородно.

Для малых возмущений n_1, $\mathbf{v}_1$ и T_1 линеаризованное уравнение (1) дает $\left(\chi\text{—температуропроводность плазмы, } \chi = k\Big/\frac{5}{2}n\right)$:

$$\frac{3}{2}\dot{T}_1 + T \operatorname{div} \mathbf{v}_1 = \frac{3}{2}\dot{T}\left(p\frac{n_1}{n} + q\frac{T_1}{T}\right) + \frac{5}{2}\chi\Delta T_1, \qquad (3)$$

где $p = \frac{\partial \ln(\varkappa/n)}{\partial \ln n}$; $q = \frac{\partial \ln \varkappa}{\partial \ln T}$. Из уравнения (3) удобно исключить переменные $\mathbf{v}_1$, T_1, используя для этой цели линеаризованные уравнения движения и непрерывности вещества:

$$\operatorname{div} \mathbf{v}_1 = -\frac{\dot{n}_1}{n}, \quad \dot{v}_1 = -\nabla T_1 - T\frac{\nabla n_1}{n}.$$

После фурье-преобразования по пространственным переменным получим

$$\dddot{n}_1 + k_s^2 s^2 \dot{n}_1 + \left[\frac{2}{5}k_s^2 s\dot{s}\,(3p+2q+3) - \frac{2}{3}k_s^4 s^2 \chi\right] n_1 = 0, \qquad (4)$$

где k_s — волновой вектор; s — адиабатическая скорость звука.

---

* Под акустическими подразумеваем любые колебания, в которых происходят флюктуации плотности плазмы (ионный звук, магнитный звук и т. п.).

Поскольку коэффициенты уравнения (4) зависят от времени (само исходное состояние плазмы меняется со временем), то для решения необходимо использовать квазиклассическое приближение [3]. Для получения правильного результата нужно воспользоваться сразу вторым приближением ВКБ*:

$$n_1 \sim \left(1/\sqrt{\omega_s}\right) \exp \int\limits_0^t (i\omega_s + \gamma)\, dt'. \quad (5)$$

Пренебрегая малыми членами порядка $\gamma/\omega_s \ll 1$ и $\dot{\omega}_s/\omega_s^2 \ll 1$, находим

$$\omega = k_s s, \quad \gamma = \frac{1}{5}(3p + 2q - 2)\frac{\dot{\omega}_s}{\omega_s} - \frac{1}{3}k_s^2 \chi. \quad (6)$$

Напомним, что для кулоновских столкновений

$$q = -\frac{3}{2}, \quad p = \frac{1}{2}\,\frac{n/n_{\text{кр}}}{1 - n/n_{\text{кр}}} + 1. \quad (7)$$

Таким образом, неустойчивость оказывается возможной при плотностях плазмы, удовлетворяющих неравенству

$$4/7 < n/n_{\text{кр}} < 1. \quad (8)$$

Это достаточно широкая область плотностей.

Обобщение результатов на случай акустических колебаний трехкомпонентной плазмы, включающей нейтральные атомы, не вызывает затруднений — для этого в выражении (6) достаточно принять $q = \partial \ln \nu / \partial \ln T$, где частота столкновений ν учитывает соударения с атомами.

На основе выражений (6) и (7) нарастание во времени амплитуд неустойчивых колебаний можно представить в следующем виде:

$$n/n_0 = (T/T_0)^{m - 1/4}, \quad (9)$$

где $m = 0{,}1\,(3p + 2q - 2)$; n_{10} — амплитуда начального возмущения; T_0 — начальная температура плазмы (при $n/n_{\text{кр}} \approx 0{,}95 \div 0{,}97$ $m \approx 3 \div 4$). Это означает, что при изменении температуры на порядок амплитуда колебаний возрастает на 3—4 порядка. Поэтому уже на самой ранней стадии нагревания колебания плотности могут играть существенную роль.

С повышением температуры плазмы увеличивается теплопроводность, которая является стабилизирующим фактором и подавляет нарастание наиболее коротокомасштабных колебаний. Развитие неустойчивости прекращается, если пространственный размер плазмы $L < L_{\text{кр}}$, где $L_{\text{кр}} \sim (\chi T/\dot{T})^{1/2}$. При $T \sim 1$ кэВ $\tau = T/\dot{T} \sim \sim 10^{-10}$ с, и для излучения неодимового лазера $L_{\text{кр}} \sim 200$ мкм. Таким образом, на конечной стадии нагрева остаются неустойчивыми только самые крупные моды колебаний с длиной волны $\lambda \geqslant L_{\text{кр}}$.

Приведенная оценка $L_{\text{кр}}$ относится к водородной плазме. В плазме, содержащей многозарядные ионы ($Z \gg 1$), $L_{\text{кр}}$ может быть существенно меньше. Так, при $Z \sim 10$ $L_{\text{кр}} \sim 20$ мкм. В схеме с зажиганием термоядерной волны горения, в которой желательно использование сильного магнитного поля [4], $L_{\text{кр}}$ должно уменьшаться обратно пропорционально величине магнитного поля. Необходимо учитывать также следующее обстоятельство. Амплитуды звуковых колебаний достигают большой величины уже на ранней стадии нагрева. Далее вследствие нелинейного взаимодействия волн будут рождаться гармоники разных масштабов, которые могут существовать в плазме относительно длительное время. Так, при $T \sim 1$ кэВ и $n \sim 10^{21}$ см$^{-3}$ в водородной плазме звуковое поле будет затухать за время $\sim 10^{-9}$ с. Для сравнения укажем, что в схеме Теллера [5] время обострения импульса лазера составляет $\sim 10^{-10}$ с.

Рассмотрим задачу о влиянии поля звуковых волн на поглощение лазерного излучения в плазме. Аналогичные вопросы обсуждались ранее [6], однако в этих работах не учитывалось обратное влияние ленгмюровских колебаний на распространение и поглощение поперечных волн.

Электромагнитное поле E в плазме в общем случае должно удовлетворять следующему уравнению:

$$\Delta \mathbf{E} - \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{j}, \quad (10)$$

где $\mathbf{j}$ — плотность тока проводимости в плазме. Уравнение (10) описывает как поперечные ($\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{E}_t = 0$), так и продольные ($\mathbf{k}_l \times \mathbf{E}_l = 0$) колебания в плазме*.

Рассмотрим относительно простой случай, когда в плазме возбуждено одно звуковое колебание с частотой ω_s и волновым вектором k_s. При наличии звука в плазме выражение для тока будет содержать помимо основных чле-

---

* В работе [2] использовано только первое приближение ВКБ, поэтому авторами получен неверный результат.

* Индексами l, t отмечаются величины, относящиеся соответственно к продольной и поперечной волнам.

нов дополнительные слагаемые $\mathbf{j}'_t = -en_s\mathbf{v}_l$ и $\mathbf{j}'_l = -en_s\mathbf{v}_t$, где n_s — амплитуда звукового колебания (предполагается имеющей конечную величину); $\mathbf{v}_{l,\,t}$ — скорости движения электронов в поле продольной или поперечной волны. Выражения для $\mathbf{v}_t$, $\mathbf{v}_l$ находим из уравнения движения электронов с учетом того, что распадные процессы внутри отдельной ветви колебаний запрещены. Подставляя затем полученные выражения для $\mathbf{v}_t$, $\mathbf{v}_l$ в уравнение (10) и используя «законы сохранения» для частоты и волнового вектора

$$\omega_t = \omega_l + \omega_s,\quad \mathbf{k}_t = \mathbf{k}_l + \mathbf{k}_s, \tag{11}$$

получаем систему уравнений для двух «связанных осцилляторов» следующего типа:

$$\begin{aligned} D_t(\omega, k)\,\mathbf{E}_t + C_{tl}(\omega, k)\,\mathbf{E}_l &= 0;\\ C_{lt}(\omega, k)\,\mathbf{E}_t + D_l(\omega, k)\,\mathbf{E}_l &= 0, \end{aligned} \tag{12}$$

где уравнения $D_t(\omega, k) = 0$ и $D_l(\omega, k) = 0$ представляют собой дисперсионные соотношения для случая свободных колебаний плазмы ($n_s = 0$):

$$D_t(\omega, k) = (\omega_t^2 - k_t^2c^2)\,[1 - (i\nu/\omega)] - \omega_p^2; \tag{13}$$

$$D_l(\omega, k) = \omega_l^2\,[1 - (i\nu_{\text{эф}}/\omega_l)] - \omega_p^2 - 3k_l^2s_l^2, \tag{14}$$

а коэффициенты $C_{tl}(\omega, k)$ и $C_{lt}(\omega, k)$ пропорциональны амплитуде звука n_s, которая играет роль коэффициента связи. Затухание ленгмюровских колебаний будем учитывать посредством некоторой эффективной частоты столкновений $\nu_{\text{эф}}$ (это может быть, например, затухание Ландау или какой-либо иной механизм).

Из системы уравнений (12) находим дисперсионное уравнение связанных колебаний:

$$D_t(\omega, k)\,D_l(\omega, k) = \omega_p^2\,(\omega_p^2 + 3k_l^2s_l^2). \tag{15}$$

Частота поперечных колебаний ω_t считается заданной, k_t, k_l и ω_l находятся из уравнения (15) и законов сохранения (11).

Для реальной части волнового вектора k_t из уравнения (15) получим

$$k_t = \frac{(\omega_t^2 - \omega_{p1}^2)^{1/2}\,(\omega_t^2 - \omega_{p2}^2)^{1/2}}{[(\omega_t - \omega_s)^2 - \omega_p^{-2}Q_s^2]^{1/2}}, \tag{16}$$

где $\omega_{p1,\,2}$ — «точки отражения» лазерного света ($k_t = 0$):

$$\omega_{p1,\,2}^2 = \omega_p^2 + P_s \pm \sqrt{P_s^2 + \delta_s^2Q_s^2}, \tag{17}$$

где $\delta_s = n_s/n$.

$$P_s(\omega_s) = \omega_p\omega_s + \frac{3}{2}\,\omega_s^2s_l^2/s^2;$$

$$Q_s^2(\omega_s) = \omega_p^2\,(\omega_p^2 + 3\omega_s^2s_l^2/s^2), \tag{18}$$

причем членами следующего порядка малости по ω_s/ω_p пренебрегаем.

Реальный смысл может иметь только первая точка отражения, так как второй корень лежит в более глубоких по плотности слоях плазмы, куда свет не доходит. Как видно из уравнения (17), при наличии звука в плазме критической оказывается более низкая плотность плазмы. В дальнейшем будем интересоваться процессами вблизи критической плотности, полагая $k_t \ll k_s \approx k_l$.

С учетом дисперсионного уравнения (15) для коэффициента «аномального поглощения» будем иметь

$$\varkappa = \frac{Q_s^2\,(\omega_t - \omega_s)\,\nu_{\text{эф}}\delta_s^2}{2k_tc^2\,[(\omega_t - \omega_s)^2 - \omega_p^{-2}Q_s^2]^2}. \tag{19}$$

Величина $\varkappa$ существенно зависит от того, насколько близко удается приблизиться к резонансным точкам, положение которых определяется из уравнения (17). Удобно характеризовать аномальное поглощение некоторым «коэффициентом усиления» $b = \varkappa/\varkappa_{\text{кл}}$, где классическое поглощение $\varkappa_{\text{кл}}$ определяется следующим образом:

$$\varkappa_{\text{кл}} = \frac{\omega_p^2\,\nu}{2c\omega_t\,(\omega_t^2 - \omega_{p1}^2)^{1/2}}, \tag{20}$$

т. е. учитывается реальная точка отражения света, которая получается при наличии звуковых колебаний. Переходя далее к частотам, близким к резонансным, т. е. полагая $\omega_t^2 \sim \omega_{p1}^2$ и используя выражение (17) для $\omega_{p1,\,2}$, находим

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{\omega_t^2\,\omega_p^{-2}Q_s^2\,(\nu_{\text{эф}}/\nu)\,\delta_s^2}{(-P_s + \sqrt{P_s^2 + \delta_s^2Q_s^2})^{3/2}\,(P_s^2 + \delta_s^2Q_s^2)^{1/4}}. \tag{21}$$

Выражение для b можно упростить в двух предельных случаях:

$$b = \frac{2}{\delta_s}\,\frac{P_s}{Q_s}\,\frac{\nu_{\text{эф}}}{\nu} \gg \frac{\nu_{\text{эф}}}{\nu} \text{ при } \delta_s < \delta^* = P_s/Q_s; \tag{22}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{\nu_{\text{эф}}}{\nu} \text{ при } \delta_s > \delta^*. \tag{23}$$

Таким образом, при достаточно большой амплитуде звука ($\delta_s > \delta^*$) b не зависит от δ_s. С другой стороны, при малых δ_s b возрастает обратно пропорционально δ_s. Этот кажущийся парадоксальным результат может быть объяснен тем простым обстоятельством, что при малых δ_s мало также и расщепление частот и, следовательно, частоты более точно удовлетворяют условию резонанса. Формула (22) остается справедливой, однако только до тех пор, пока δ_s не станет настолько малым, что сдвиги частот будут определяться уже не амплитудой звука, а обычным затуханием. С учетом этого находим

$$b_{\text{макс}} \approx 2\sqrt{P_s\omega_p/Q_s\nu_{\text{эф}}}\,(\nu_{\text{эф}}/\nu). \tag{24}$$

Оценим $b_{\text{макс}}$ в предположении, что $\nu_{\text{эф}}$ определяется затуханием Ландау:

$$\frac{\nu_{\text{эф}}}{\omega_p} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{\omega_p^3}{\omega_s^3}\,\frac{s^3}{s_l^3}\exp\left(-\frac{\omega_p^2}{2\omega_s^2}\,\frac{s^2}{s_l^2}\right). \tag{25}$$

Наиболее сильное поглощение возникает при коротковолновом звуке. Полагая $\omega_p\delta/\omega_s s_l \sim 3 \div 4$ при $T \sim 5$ кэВ, получаем $b_{\text{макс}} \sim 10^2 \div 10^3$ при $\delta_s < \delta^*$ и $b \sim 10^2$ при $\delta_s > \delta^*$.

Помимо затухания Ландау в $\nu_{\text{эф}}$ надо учитывать любые процессы, в результате которых ленгмюровский плазмон выбывает из резонанса с падающим светом (например, в результате диффузии в пространстве волновых чисел).

В реальной плазме может быть возбуждено много звуковых колебаний. В этом случае, полагая

$$n_1 = \sum_s n_s \exp(i\omega_s t - i\mathbf{k}_s\mathbf{r}) + \text{к. с.} \tag{26}$$

и учитывая спектральный состав ленгмюровских колебаний, с помощью аналогичных операций получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$D_t(\omega, k) = \sum_s \frac{Q_s^2(\omega, k)}{D_{ls}(\omega, k)}\,\delta_s^2, \tag{27}$$

где

$$Q_s^2 = \omega_p^2(\omega_p^2 + 3|\mathbf{k}-\mathbf{k}_s|^2 s_l^2);$$
$$D_{ls} = (\omega-\omega_s)^2 - i(\omega-\omega_s)\,\nu_{\text{эф}}(|\mathbf{k}-\mathbf{k}_s|) - \omega_p^{-2}Q_s^2.$$

Наиболее простой результат получается в случае, когда ленгмюровские колебания можно считать длинноволновыми, и при относительно большом уровне звуковых колебаний $\delta > P/Q$, где $\delta^2 = \sum_s \delta_s^2$. После ряда несложных преобразований получим результаты, совпадающие по форме с выражениями (16) и (23), если в последних произвести замену $\delta_s \to \delta$. Таким образом, при возбуждении в плазме многих звуковых колебаний суммарное поглощение по-прежнему определяется интенсивностью звука δ.

Обсудим полученные результаты. При достаточно быстром нагреве плазмы, пространственные размеры которой не слишком малы $[L > L_{\text{кр}} \sim (\chi T/\dot{T})^{1/2}]$, в ней должны возбуждаться акустические колебания. В поле звуковых волн поперечные и ленгмюровские плазмоны оказываются связанными, если их частоты и волновые векторы удовлетворяют законам сохранения (11). Это приводит к тому, что коэффициент поглощения лазерного излучения существенно возрастает. Как показывают приведенные выше оценки, аномальное поглощение вблизи критической плотности может намного превосходить классическое поглощение в результате кулоновских столкновений. Кроме того, на опыте должны наблюдаться такие явления, которые связаны с наличием в плазме звуковых или ленгмюровских колебаний, например излучение на удвоенной частоте [2] и т. п. В отличие от эффектов, сопровождающих параметрическое поглощение, в нашем случае эти явления практически не имеют порога по лазерной мощности и могут наблюдаться при сравнительно низкой плотности энергии излучения. В заключение хотелось бы обратить внимание также на возможность наблюдения СВЧ-излучения плазмы, которое возникает при взаимодействии звука со спонтанными магнитными полями в лазерной плазме [7].

Приношу благодарность участникам семинара А. М. Леонтовича за обсуждение.

Поступила в Редакцию 4/VI 1976 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Силин В. П.** Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М., «Наука», 1973.
2. **Коу П., Доусон Дж.** В кн.: Лазеры и термоядерная проблема. Под ред. Б. Б. Кадомцева. М., Атомиздат, 1973, с. 93.
3. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963.
4. **Настоящий А. Ф., Шевченко Л. П.** «Атомная энергия», 1972, т. 32, вып. 6, с. 451.
5. **Teller E.** «IEEE Spectrum», 1973, v. 10, p. 60.
6. **Dawson J., Oberman C.** «Phys. Fluids», 1962, v. 5, p. 517, 1963, v. 6, p. 394.
7. **Настоящий А. Ф.** «Атомная энергия», 1975, т. 38, вып. 1, с. 27.