

ной среды, описываемой совокупностью хорд d_{sl} ($1 \leq l \leq N$).

Суммирование проводится по всем линиям спектра γ -излучения (индекс k), по всем точечным источникам (индекс s) и по всем зонам (индекс l).

В работе [5] показано, что для криволинейной защиты, выполненной из тяжелого материала, фактор накопления слабо меняется по мере удаления от поверхности защиты. Поэтому полагается, что фактор накопления в точке M приблизительно равен фактору накопления в соответствующей точке M^* на поверхности защиты. Фактор накопления в точке M^* вычисляется для материала защиты по суммарной длине хорд с использованием теппоровской аппроксимации. Обоснование применимости этой формулы для геометрии рассматриваемой задачи приведено в работе [4].

Сформулированная выше задача минимизации массы защиты является задачей нелинейного программирования и решается методом штрафных функций [6]. Основная идея метода состоит в сведении задачи минимизации искомой функции с ограничениями к задаче минимизации последовательности некоторых вспомогательных функций без ограничений.

Составим вспомогательную функцию F_i , представляющую собой сумму минимизируемой функции G и квадратичной функции штрафа:

$$F_i = G + \frac{1}{\varepsilon_i} \sum_{\omega=1}^{\Omega} (P_0 - P_{\omega})^2,$$

где ε_i — положительное число некоторой последовательности, такой, что $\lim_{i \rightarrow \infty} \varepsilon_i = 0$.

Тогда задача минимизации сводится к минимизации функций F_i (задача без ограничений), которая в настоящей работе проведена с помощью метода сопряженных градиентов [7]. Описанный выше алгоритм расчета оптимальной формы защиты был реализован в программе «Профиль-2» для ЭВМ М-222. Численный расчет проведен для серийного радиоизотопного термоэлектрического генератора (РИТЭГ) «Реут-1», имеющего неоптимальную цилиндрическую защиту. В качестве источника

тепловой энергии в РИТЭГ используется изотопный блок из титаната ^{90}Sr . Результаты расчета показали, что по сравнению с неоптимизированной защитой профильная оптимизация позволяет уменьшить массу на 30% (с 850 до 650 кг). Поскольку РИТЭГ в основном эксплуатируются в удаленных, труднодоступных районах, где наиболее ярко проявляются их преимущества перед энергоустановками других типов, снижение массы установки за счет оптимизации не только сокращает расход защитных материалов, иногда весьма дорогих и дефицитных, но и существенно облегчает и удешевляет доставку РИТЭГ к месту эксплуатации.

Разработанный метод расчета может быть использован также для минимизации массы контейнеров при перевозке радиоактивных источников и других радиационных установок. С помощью этого метода можно также рассчитывать оптимальную защиту от нейтронного излучения, если в вычислительной программе использовать точечное ядро, описывающее ослабление дозов нейтронов.

Поступило в Редакцию 3.III.78
В окончательной редакции 18.V.78

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Токарев В. В., Цветков В. М. «Журн. прикл. механики и техн. физики», 1964, № 1, с. 90.
2. Петров Э. Е. В кн.: Вопросы физики защиты реакторов. Вып. 3. М., Атомиздат, 1969, с. 24.
3. Петров Э. Е., Шеметенко Б. П. В кн.: Вопросы физики защиты реакторов. Вып. 5. М., Атомиздат, 1972, с. 196.
4. Жарков В. А. и др. «Атомная энергия», 1974, т. 36, вып. 3, с. 207.
5. Жарков В. А., Чудотворов А. А., Колесников А. Ф. «Атомная энергия», 1973, т. 34, вып. 2, с. 128.
6. Позак Э. Численные методы оптимизации. М., «Мир», 1974.
7. Fletcher R., Reeves C. «Computer J.», 1964, v. 7, N 2, p. 149.

УДК 621.039.512.45

Выбор оптимального варианта метода переменных направлений для расчета двумерных моделей реакторов

АЛЕКСЕЕВ П. Н., ЗАРИЦКИЙ С. М., ШИШКОВ Л. К.

Метод переменных направлений (МПН) [1] — один из перспективных методов итерационного решения систем линейных уравнений

$$(\hat{L} + \hat{\Sigma}) \varphi = q, \quad (1)$$

к которым приводит конечно-разностная аппроксимация односторонних диффузионных уравнений двумерного реактора

$$-\nabla D \nabla \varphi + \Sigma \varphi = q. \quad (2)$$

Элементами векторов φ и q являются значения плотности потока нейтронов φ и источника q в узлах конечно-разностной сетки, а $(\hat{L} + \hat{\Sigma})$ — симметричная, положительно определенная, пятидиагональная матрица [при использовании пятиточечного шаблона для конечно-разностной аппроксимации уравнения (2)]. Предложено

несколько модификаций МПН. В настоящей работе приводятся их сравнение между собой по скорости сходимости и затратам машинного времени с целью выбора оптимального варианта для расчета двумерных моделей реакторов различных типов и решения задач обобщенной теории возмущений.

Рассмотрим следующие варианты МПН [1]: а) Писман и Рэкфорда; б) Дугласа и Рэкфорда; в) схема с минимальным числом арифметических операций, приходящихся на один узел сетки в рамках одной итерации; г) варианты, отличающиеся способом «расщепления» оператора $\hat{\Sigma}$ (диагональная матрица, включающая сечения полного вывода нейтронов из группы в каждом узле сетки и условия в узлах, принадлежащих границе) между левыми и правыми частями уравнений МПН; д) МПН с ускоряющими параметрами (УП), не изменяю-

щимися от итерации к итерации; е) МПН с УП, изменяющимися от итерации к итерации и используемыми в порядке убывания их значений; ж) МПН с изменяющимися УП, используемыми в порядке, предложенном в [2]; з) схема, в которой компоненты решения, получаемые в данной итерации, немедленно используются при получении последующих компонентов решения в этой же итерации.

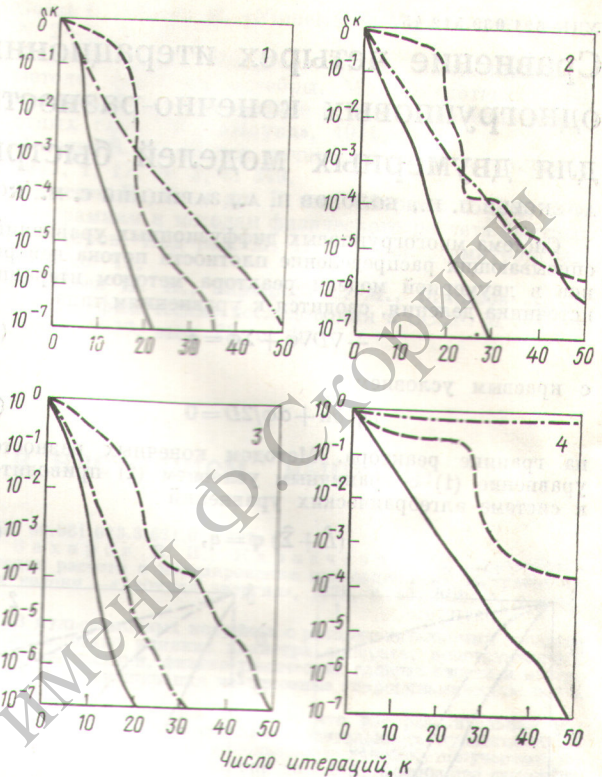
Скорости сходимости итерационного процесса при использовании различных модификаций МПН сравниваются при расчете распределений плотности потока нейтронов различных энергетических групп (от быстрых до тепловых) в цилиндрических ($r-z$ -геометрия) моделях следующих реакторов [3]: одной из быстрых критических сборок БФС, быстрого плутониевого реактора-размножителя мощностью 1000 МВт с карбидным топливом (упрощенная модель), быстрого реактора мощностью 1000 МВт (эл.) с окисным урановым топливом (натурная модель), критической водо-водяной сборки ВВЭР, реактора РБМК, а также в искусственной модели, которую описывает оператор с далеко отстоящими друг от друга спектральными границами. Расчетные исследования выполнены с помощью серии одногрупповых программ, в которых реализованы перечисленные выше варианты МПН, на ЭВМ БЭСМ-6.

Для иллюстрации некоторые из полученных результатов приведены на рисунке, где $\delta^{(k)} = \varphi - \varphi^{(k)}$; φ — точное решение, k — номер итерации; погрешность $\delta^{(k)}$ берется в том узле сетки, где она максимальна. В качестве источника q в расчетах взят 0, при этом точное решение $\varphi = 0$, т. е. решение, получаемое в каждой итерации, совпадает с искомым погрешностью в данной итерации.

Анализ всех полученных результатов показывает, что в большинстве случаев модификация в с изменяющимися от итерации к итерации VII, упорядоченными в соответствии с [2], обеспечивает самую высокую скорость сходимости решения. Сходимость резко замедляется, если спектральные границы оператора ($\hat{L} + \hat{\Sigma}$) далеко отстоят друг от друга, но перестановка УП в соответствии с [2] позволяет использовать МПН и в таких случаях.

Вместе с тем среди рассмотренных задач оказалась и такая, при решении которой использование перестановки УП [2] не только не давало ускорения сходимости, но и приводило к ее исчезновению вообще. Так было в задаче с источником q , локализованным в небольшой зоне в центре сборки БФС, при более мелкой сетке, чем в остальном объеме сборки (задачи такого типа приходится решать при нахождении функций обобщенной теории возмущений для локальных характеристик реактора — отношений скоростей различных реакций, реактивностей образцов и т. п.). Угачение сетки не было локальным, т. е. горизонтальные и вертикальные линии сетки в центральной зоне выходили за ее пределы и продолжались до границ сборки. В результате в тех зонах, через которые проходили эти линии, элементарные объемы оказались сильно вытянутыми. В этом случае итерации сходились быстрее всего при использовании УП в порядке убывания и во много раз медленнее при неизменных УП. Перестановка УП [2] дает положительный эффект, если неравномерность сетки невелика. Перестановка УП, по-видимому, возможна и при локальном угачении сетки, т. е. когда это угачение не распространяется за пределы центральной зоны.

Было рассмотрено также решение неоднородных уравнений с другими источниками, типичными для уравнений обобщенной теории возмущений. Переста-



Уменьшение погрешности итерационного решения уравнения (1) δ^k в зависимости от номера итерации k :

— — — МПН с постоянными УП; — — — МПН с убывающими УП; — — — МПН с УП, упорядоченными в соответствии с [2]; 1 — сборка БФС-28, группа нейтронов с $E = 46,5 \div 100$ кэВ; 2 — сборка ВВЭР, группа нейтронов с $E = 0 \div 0,625$ эВ; 3 — быстрый реактор мощностью 1000 МВт с окисным урановым топливом, группа нейтронов с $E = 46,5 \div 100$ кэВ; 4 — искусственная модель с далеко отстоящими спектральными границами

новка УП [2] приводит к высокой скорости сходимости, однако их использование в порядке убывания значений не дает преимуществ по сравнению с УП, не изменяющимися от итерации к итерации.

«Расщепление» оператора $\hat{\Sigma}$ пороку между частями уравнений предпочтительно в случае перестановки УП [2]; при постоянных УП или размещении их в порядке убывания выгоднее целиком перенести оператор $\hat{\Sigma}$ в левые части уравнений.

Использование компонентов решения в той же итерации не привело к улучшению сходимости при постоянных УП.

Поступило в Редакцию 6.II.78

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wachspress E. Iterative Solution of Elliptic Systems. N.Y., 1966.
2. Лебедев В. И. «Журн. вычисл. матем. и матем. физ.», 1977, т. 17, № 2, с. 349.
3. Алексеев П. Н. и др. В кн.: Сборник докладов по программам и методам физического расчета быстрых реакторов. Под ред. М. Н. Зизина. Димитровград, 1976, с. 15.