

6. Аболмасов Ю. П. «Атомная энергия», 1976, т. 41, вып. 3, с. 215.  
 7. Way K., Kewer K. «Atomic Data and Nuclear Data Tables», 1973, v. 12, N 6, p. 585.  
 8. Ломакин О. С. и др. «Атомная энергия», 1971, т. 31, вып. 1, с. 34.  
 9. Плотников И. М. и др. В кн.: Десятилетний опыт эксплуатации Нововоронежской АЭС. Нововоронеж, 1974, с. 132.

УДК 621.039.562

## Некоторые вопросы управления ядерным реактором асимметричной системой регулирования

ЕМЕЛЬЯНОВ И. Я., ПОДЛАЗОВ Л. Н., АЛЕКСАКОВ А. Н., ПАНИН В. М.

Подавление нестационарных деформаций и управление энергораспределением — одна из центральных проблем в реакторах мощностью ~1000 Мвт (эл.) [1]. Наиболее широко распространен метод решения задач управления, основанный на принципе локального регулирования [2].

В теоретическом плане исследуются системы управления, основанные на изменении пространственно-динамических свойств энергораспределения за счет введения так называемых асимметричных внешних обратных связей [3—5]. Таким способом обеспечивается устойчивость энергораспределения, которое в отсутствие внешних обратных связей существенно неустойчиво [4]. При этом необходимое количество обратных связей определяется не степенью неустойчивости объекта, а пространственной размерностью задачи (например, для стабилизации неустойчивой одномерной модели реактора достаточно одной асимметричной обратной связи). Основная цель данной работы — исследование практических аспектов действия асимметричного регулятора и его отличие от локального принципа регулирования.

### Асимметричная система регулирования

В основу исследования положена одномерная модель пространственной нейтронной кинетики с единственной внутренней мощностью обратной связью  $k_{oc}$ , описанной дифференциальным уравнением первого порядка. Стационарное энергораспределение дано в виде

$$\Phi_0(x) = \text{const}, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Для выявления общих закономерностей и упрощения задачи рассмотрим случай, когда постоянная времени обратной связи намного больше постоянных времени запаздывающих нейтронов. Уравнения динамики для отклонений

переменных имеют вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k_{oc} + k_p = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial k_{oc}}{\partial t} = \gamma_{oc} \varphi - k_{oc}, \quad (2)$$

где  $k_p$  учитывает регулирующее воздействие. За единицу времени принимается постоянная времени обратной связи. В качестве управляющего воздействия для асимметричного регулятора берется отклонение нейтронного потока в точке, не совпадающей с местом расположения регулирующего стержня. Предполагая, что постоянная времени системы регулирования пренебрежимо мала по сравнению с временем развития неустойчивости, запишем уравнение для  $k_p$  в виде

$$k_p = -\alpha_1 \delta(x - x_1) \varphi |_{x=x_2}, \quad (3)$$

где  $\alpha_1 > 0$  — коэффициент передачи регулятора;  $x_1$  — точка приложения регулирующего воздействия;  $x_2$  — месторасположение датчика системы.

Используя преобразования Лапласа, уравнение (1) с учетом (2) и (3) можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\gamma_{oc}}{s+1} \varphi - \alpha_1 \delta(x - x_1) \varphi |_{x=x_2} = 0. \quad (4)$$

Используя разложение  $\varphi(x, s) = \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{2} A_i(s) \times \times \cos(i\pi x)$ , получим следующую систему уравнений:

$$\left[ (i\pi)^2 - \frac{\gamma_{oc}}{s+1} \right] A_i + + \frac{2\alpha_1}{\gamma_i} \cos(i\pi x_1) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} A_j' \cos(j\pi x_2) = 0, \quad (5)$$

где  $\gamma_k = \begin{cases} 2, & \text{если } k=0; \\ 1, & \text{если } k \neq 0. \end{cases}$

Практически анализ корней характеристического уравнения системы (5) можно проводить при конечном числе гармоник. Для оценки числа гармоник, достаточного для определения корней с пренебрежимо малой погрешностью, выберем большое целое  $N$ . Тогда характеристическое уравнение примет вид

$$A_N(s) = \begin{vmatrix} -2f(s) + a_{11} & a_{12} & \dots & a_{13} \dots a_{1N} \\ a_{21} & \pi^2 - f(s) + a_{22} & \dots & a_{23} \dots a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{N3} \dots ((N-1)\pi)^2 - f(s) + a_{NN} \end{vmatrix} = 0, \quad (6)$$

где

$$a_{ij} = 2\alpha_1 \cos((i-1)\pi x_1) \cos((j-1)\pi x_2),$$

$$f(s) = \frac{\kappa_{oc}}{s+1}.$$

Предположим, что  $\cos((N-1)\pi x_1) \neq 0$ ; в противном случае проведем разложение определителя по  $N$ -й строке. Умножая каждую строку определителя, кроме  $N$ -й, на  $\cos((N-1)\pi x_1)$  и вычитая из  $i$ -й строки ( $i = 1, 2, \dots, N-1$ )  $N$ -ю, предварительно умноженную на  $\cos((i-1)\pi x_1)$ , запишем характеристическое уравнение (6) в виде

$$\begin{vmatrix} -2f(s) & 0 & \dots & -[((N-1)\pi)^2 - f(s)] \\ 0 & \pi^2 - f(s) & \dots & -[((N-1)\pi)^2 - f(s)] \cos(\pi x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2\alpha_1 & 2\alpha_1 \cos(\pi x_2) & \dots & ((N-1)\pi)^2 - f(s) + 2\alpha_1 \cos((N-1)\pi x_1) \cos((N-1)\pi x_2) \end{vmatrix} = 0.$$

Рассмотрим элемент определителя на пересечении  $N$ -й строки и  $N$ -го столбца. Если  $((N-1)\pi)/(2\alpha_1) \gg 1$ , то третьим слагаемым в этом элементе можно пренебречь. Тогда, прибавляя к  $i$ -й строке ( $i = 1, 2, \dots, N-1$ )  $N$ -ю, умноженную на  $\cos((i-1)\pi x_1)$ , и затем разлагая полученный определитель по  $N$ -му столбцу, получим

$$\{[(N-1)\pi]^2 - f(s)\} A_{N-1}(s) = 0.$$

Переходя к пределу при  $N \rightarrow \infty$ , приведем характеристическое уравнение системы (5) к виду

$$\dots [((N+1)\pi)^2 - f(s)] [(N\pi)^2 - f(s)] \times \\ \times [((N-1)\pi)^2 - f(s)] \dots \\ \dots [(n^*\pi)^2 - f(s)] A_{n^*}(s) = 0, \quad (7)$$

где  $n^*$  определяется из условия

$$\frac{(n^*\pi)^2}{2\alpha_1} \gg 1.$$

Из анализа корней уравнения (7) при различных значениях  $x_1, x_2$  и  $\kappa_{oc}$  легко получить, что разнесение измерительных и регулирующих эле-

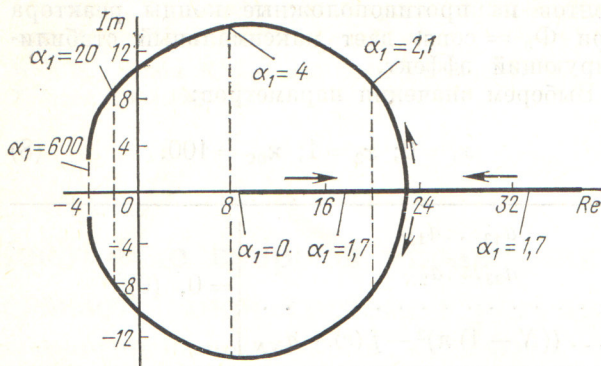
ментов на противоположные концы реактора при  $\Phi_0 = \text{const}$  дает максимальный стабилизирующий эффект.

Выберем значения параметров:

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 1; \quad \kappa_{oc} = 100. \quad (8)$$

При данном  $\kappa_{oc}$  реактор, описываемый уравнениями (1) и (2), без системы регулирования неустойчив на четырех гармониках. В поведении корней характеристического уравнения (7) прослеживается следующая тенденция: корни, отвечающие при  $\alpha_1 = 0$   $2i$  и  $2i + 1$  гармоникам ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ), по мере увеличения  $\alpha$  приближаются друг к другу, превращаются в кратные и затем распадаются на два комплексно-сопряженных корня. Траектории корней, соответствующих при  $\alpha_1 = 0$  основной и первой, второй и третьей гармоникам, изображены соответственно на рис. 1 и 2.

Начиная с  $\alpha_1 \approx 90$  данная модель реактора с асимметричным регулятором становится устойчивой (все корни в левой полуплоскости). Дальнейшее увеличение коэффициента усиления приводит к росту устойчивости. Для решения практических задач управления необходимо провести исследование качества регулирования. К основным критериям качества относится быстродействие системы регулирования, которое в данном случае характеризуется временем затухания переходного процесса по отклонению энергораспределения. Оценка быстродействия проводилась на основе прямых расчетов переходных процессов на узловой модели (51 узел) системы (1) — (3). При этом в расчетной модели в момент времени  $t = 0$  мгновенно увеличивалось значение  $k_{oc}$  на  $\Delta k_{oc}$  в точке  $x_0$ . Профиль нейтронного потока, соответствующий указанному изменению, в момент времени непосредственно следующий за этим



Р и с. 1. Траектории корней характеристического уравнения, соответствующие при  $\alpha_1 = 0$  основной и первой гармоникам

изменением, находится из уравнения

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} + \Delta k_{oc} \delta(x - x_0) - \alpha_1 \delta_1(x) \varphi_0 |_{x=1} = 0, \quad (9)$$

где

$$\varphi_0 = \varphi |_{t=0}.$$

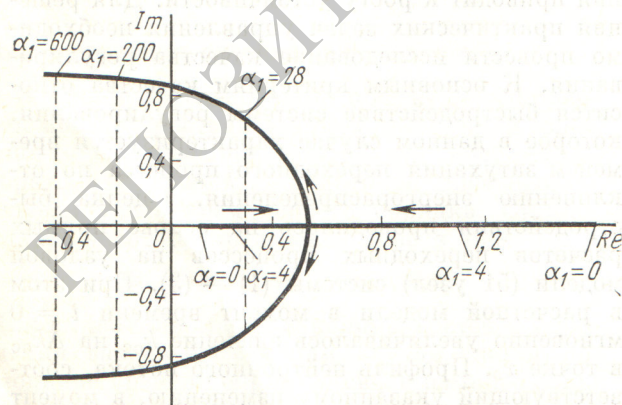
Интегрируя (9), с учетом  $\frac{\partial \varphi}{\partial x} |_{x=0} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} |_{x=1} = 0$  легко получить  $\varphi_0 = (1 - \varepsilon) (x - x_0) \Delta k_{oc} + \Delta k_{oc} / \alpha_1$ ,

где  $\varepsilon = \begin{cases} 1, & \text{если } x_0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{если } 0 \leq x < x_0, \end{cases}$

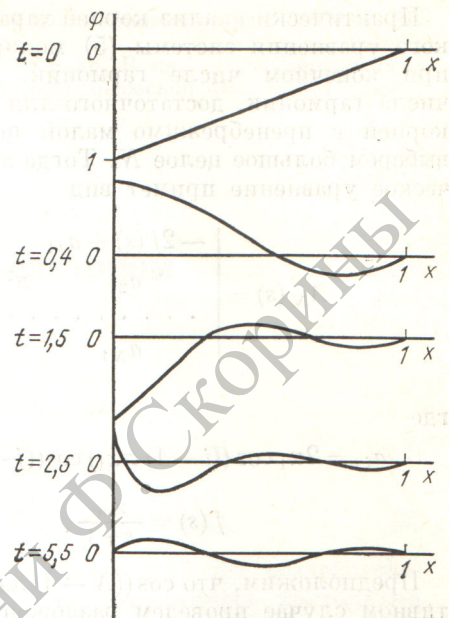
т. е. локальное возмущение в начальный момент времени приводит к существенному искажению нейтронного потока, вызываемому действием асимметричного регулятора.

Переходной процесс для случая, когда  $x_0 = 1$  и  $\alpha_1 = 600$ , изображен на рис. 3.

За меру быстродействия можно принять время протекания переходного процесса  $t_{п}$ , являю-



Р и с. 2. Траектории корней характеристического уравнения, соответствующие при  $\alpha_1 = 0$  второй и третьей гармоникам



Р и с. 3. Переходной процесс стабилизации профиля нейтронного потока асимметричным регулятором

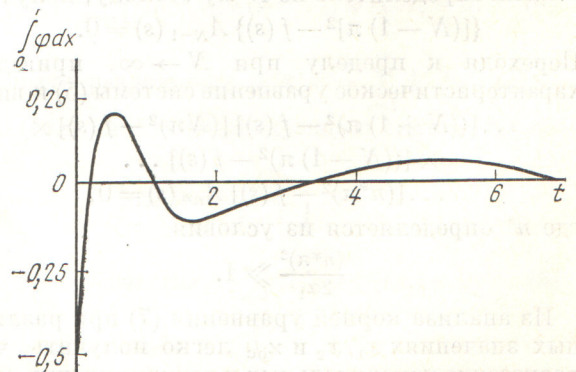
щаяся решением уравнения

$$\frac{\max_{0 \leq x \leq 1} \varphi(t_{п} x)}{\max_{0 \leq x \leq 1} \varphi(0, x)} = \Delta, \quad (10)$$

где  $\Delta = 0,01 \div 0,05$ .

При  $\Delta = 0,05$   $t_{п} \approx 8,5$ , а при  $\alpha_1 \rightarrow \infty$   $t_{п}$  минимально. Для получения предельного значения был проведен расчет с различными коэффициентами передачи, вплоть до  $\alpha_1 = 10^6$ . В результате было получено, что при увеличении  $\alpha_1$   $t_{п}$  асимптотически стремится к  $t_{п} \approx 7$ .

Таким образом, деформации профиля нейтронного потока при работе асимметричного регулятора продолжают в течение времени,



Р и с. 4. Изменение во времени общей мощности реактора

равного семи постоянным времени обратной связи. При этом следует иметь в виду, что в реальных реакторах существенное значение в нестационарных деформациях энергораспределения имеет отравление ксеноном, отличающееся более сложной динамикой и большими постоянными времени (до 10 ч).

Другой характерной особенностью работы асимметричной системы регулирования является то, что такая важная характеристика, как интегральная мощность, не контролируется и является переменной в течение всего переходного процесса. На рис. 4 приведена кривая изменения во времени общей мощности реактора для переходного процесса, указанного на рис. 3.

### Комбинированная система регулирования

Для сохранения средней мощности реактора при работе асимметричного регулятора требуется другая регулятор. С этой целью рассмотрим систему, включающую регулятор интегральной мощности и асимметричный регулятор. В этом случае выражение для  $k_p$  в уравнении (1) имеет вид

$$k_p = -\alpha_1 \delta (x - x_1) \varphi |_{x=x_2} - \alpha_2 \delta (x - x_3) \int_0^1 \varphi dx,$$

где  $\alpha_2$  — коэффициент передачи регулятора интегральной мощности;  $x_3$  — точка приложения регулирующего воздействия.

Чтобы выполнить условия статической устойчивости комбинированной системы регулирования, необходимо ввести положительную обратную связь в цепи асимметричного регулятора, что само по себе нежелательно из-за возможного отказа или отключения регулятора интегральной мощности. Для поддержания постоянной общей мощности примем коэффициент усиления  $\alpha_2 = 1000$ , а остальные параметры оставим такими же, как в (8), и  $\alpha_1 = -600$ .

Анализ корней характеристического уравнения показывает, что исследуемая система устойчива, когда  $0,4 \leq x_3 \leq 0,55$ . Положим  $x_3 = 0,5$  и проследим за поведением корней характеристического уравнения при изменении коэффициента усиления асимметричного регулятора. При  $\alpha_1 = 0$  в рассматриваемой системе неустойчива первая, вторая и третья гармоники, неустойчивость основной гармоники стабилизируется регулятором интегральной мощности. Траектории корней первой и второй гармоник изображены на рис. 5.

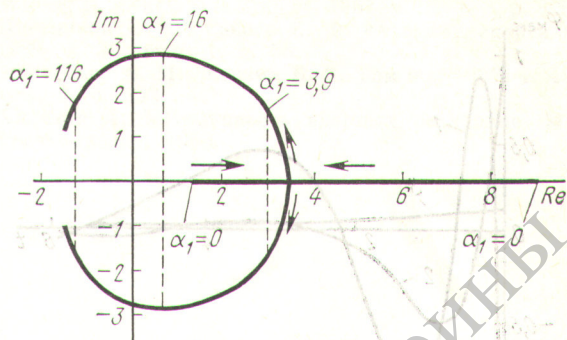


Рис. 5. Корневой годограф при изменении  $\alpha_1$

Комбинированная система регулирования устойчива при  $\alpha_1 \leq -23,8$ . Исследование корней характеристического уравнения проводилось до  $\alpha_1 = -1000$ . В данном диапазоне изменения  $\alpha_1$  увеличение модуля коэффициента усиления асимметричного регулятора увеличивает устойчивость системы.

Переходный процесс при возмущении в точке  $x = 1$  ( $\alpha_1 = -600$ ) показан на рис. 6. Время протекания его при  $\Delta = 0,05$  равно  $t_{II} \approx 3$ . Сравнивая две системы, приходим к выводу, что введение в первоначально рассмотренную систему регулятора интегральной мощности и соответствующий выбор параметров улучшает ка-

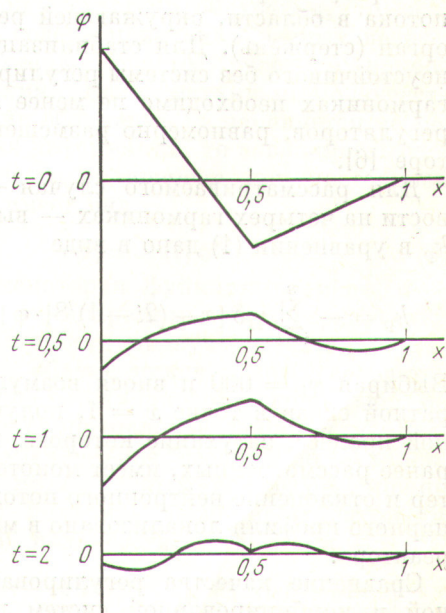
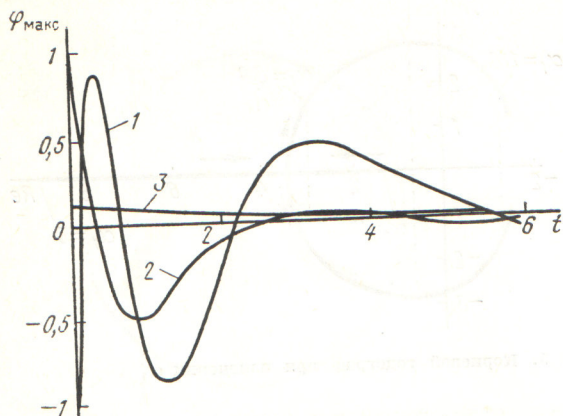


Рис. 6. Стабилизация профиля нейтронного потока комбинированной системой регулирования



Р и с. 7. Изменение нейтронного потока в точке с максимальной амплитудой

чество регулирования, однако время регулирования остается сравнительно большим.

Деформации энергораспределения, вызванные возмущением и обусловленные алгоритмом действия асимметричного регулятора, наблюдаются и в случае, когда асимметричный регулятор работает с регулятором общей мощности. Для сравнения качественных характеристик на рассмотренной модели было проведено исследование локальной системы регулирования, которая широко применяется на практике. В качестве управляющего воздействия для локального регулятора взято отклонение нейтронного потока в области, окружающей регулирующий орган (стержень). Для стабилизации реактора, неустойчивого без системы регулирования, на  $n$  гармониках необходимо не менее  $n$  локальных регуляторов, равномерно размещенных в реакторе [6].

Для рассматриваемого случая — неустойчивости на четырех гармониках — выражение для  $k_p$  в уравнении (1) дано в виде

$$k_p = - \sum_{i=1}^n \gamma_i \delta [x - (2i - 1)/8] \cdot \varphi |_{x=(2i-1)/8}.$$

Выбирая  $\gamma_i = 600$  и внося возмущение по обратной связи в точке  $x = 1$ , получим переходной процесс, затухание которого, в отличие от ранее рассмотренных, имеет монотонный характер и отклонение нейтронного потока от стационарного профиля локализовано в малой области реактора.

Сравнение качества регулирования локальной и комбинированной систем при наличии одного и того же возмущения показывает, что время переходного процесса для первой систе-

мы приблизительно в полтора раза меньше, чем для второй, при условии, что в конце переходного процесса принимается один и тот же максимальный уровень нейтронного потока [числитель в уравнении (10)]. Для локальной системы максимальное отклонение нейтронного потока на момент внесения возмущения примерно на порядок меньше, чем для комбинированной.

На рис. 7 изображены кривые 1, 2, соответствующие асимметричной и комбинированной системам регулирования. Максимальная амплитуда колебаний в данном случае соответствует точке  $x = 0$ . Для локальной системы регулирования (кривая 3) максимальный нейтронный поток находится в точке внесения возмущения  $x = 1$ .

**Выводы.** Асимметричная система регулирования с разнесенным датчиком и регулирующим стержнем стабилизирует энергораспределение, которое в отсутствие внешних обратных связей существенно неустойчиво. Однако построение системы управления реактором только на основе асимметричного регулятора не обеспечивает удовлетворительного качества переходных процессов как по времени регулирования и характеру процесса, так и по поддержанию средней мощности реактора.

Использование комбинированной системы регулирования, включающей регулятор средней мощности и асимметричный при соответствующем выборе настроек параметров, улучшает качество переходных процессов. Но такая система по эффективности заметно уступает системе управления, построенной на принципе локального регулирования. Так, например, при одном и том же возмущении в системе локальных регуляторов возмущение оказывается локализованным, время переходного процесса сокращается в полтора раза и амплитуда максимального отклонения нейтронного потока уменьшается примерно на порядок по сравнению с комбинированной системой. Недостатком системы является также то, что при выходе из строя регулятора средней мощности оставшийся в работе асимметричный регулятор реализует положительную связь и в этих условиях может вызвать неуправляемый разгон реактора.

Дальнейший поиск оптимальных систем регулирования, по-видимому, может быть основан на использовании локальных регуляторов с приданием им частично свойства асимметрии за счет выбора размещения датчиков и органов регулирования.

Поступила в Редакцию 2.II.78

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bauer D., Poncelet C. «Nucl. Technol.», March 1974, v. 21, p. 165.  
 2. Емельянов И. Я., Гаврилов П. А., Селиверстов Б. Н. Управление и безопасность ядерных энергетических реакторов. М., Атомиздат, 1975.  
 3. Wiberg D. «Nucl. Sci. Engng», 1967, v. 27, N 3, p. 600.  
 4. Постников П. С., Сабаев Е. Ф. «Атомная энергия», 1969, т. 26, вып. 1, с. 56.  
 5. Афанасьев А. М., Торлин Б. З. Там же, 1977, т. 43, вып. 4, с. 243.  
 6. Хитчок А. Устойчивость ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1963.

УДК 621.039.531

Расчетно-экспериментальная модель нестационарной радиационной ползучести керамического топлива

МАЛЫГИН В. Б., МИЛОСЕРДИН Ю. В., НАБОЙЧЕНКО К. В., ГОЛОВНИН И. С., БИБИЛАШВИЛИ Ю. К.

Одной из важнейших характеристик, необходимых для расчета твэлов энергетических реакторов, является ползучесть топлива. В настоящее время накоплен большой объем экспериментальных данных об установившейся ползучести при стационарных режимах облучения. Имеющиеся сведения [1—3] дают основания считать, что нестационарная ползучесть играет определяющую роль при выгорании до  $(3 \div 5) \times 10^{19}$  дел./см<sup>3</sup>, а в некоторых случаях и до  $10^{20}$  дел./см<sup>3</sup>. Особый интерес представляет анализ ползучести при изменении плотности делений в топливе и при пусках и остановках реактора, поскольку такие режимы значительно сокращают ресурс работы твэлов.

Рассмотренная в настоящей работе модель нестационарной радиационной ползучести керамического топлива является дальнейшим развитием модели отжига материала в объеме термического пика, предложенной [4] для расчета стационарной радиационной ползучести.

Модель нестационарной радиационной ползучести. Термический пик деления, создавая повышенную температуру в некотором объеме, приводит к отжигу части образца, которая теперь способна деформироваться посредством неустановившейся ползучести, как это наблюдается при отсутствии облучения. Развитие процесса ползучести в каждом отожженном объеме материала начинается с момента возникновения акта деления, т. е. определяется возрастом пика.

Рассмотрим образец единичного объема с плотностью делений  $\Phi$ . Накопление отожженных объемов в образце описывается урав-

нением

$$dV/dt = -V\Phi v_n + \Phi v_n V_{обр}, \quad (1)$$

где  $V$  — доля объема образца, отожженного термическими пиками;  $v_n$  — объем термического пика;  $\Phi$  — плотность деления, являющаяся в общем случае функцией времени;  $V_{обр}$  — объем образца ( $V_{обр} = 1$ ). Первый член этого уравнения учитывает перекрытие пиков, второй — отжиг новых объемов. Решение уравнения при  $\Phi = \text{const}$  можно представить в виде

$$V(t) = 1 - \exp(-v_n \Phi t). \quad (2)$$

Так как после отжига деформация развивается в результате нестационарной ползучести материала при отсутствии облучения, то объемы образца, содержащие пики разных возрастов, соответствуют разным участкам кривой деформирования. Если механизм ползучести при отсутствии облучения не изменяется по мере увеличения деформаций, то зависимость скорости ползучести от времени при постоянной температуре имеет вид

$$\dot{\epsilon}(t) = A(t) \sigma^n, \quad (3)$$

где  $A(t)$  — некоторая функция времени;  $\sigma$  — напряжение;  $n$  — параметр, характеризующий зависимость скорости ползучести от  $\sigma$ .

Материал в объеме пиков разных возрастов деформируется с одинаковой скоростью, но имеет разное сопротивление ползучести. Рассматривая параллельное соединение объемов, содержащих пики разных возрастов, можно с учетом (3) получить зависимость скорости радиационной ползучести от времени:

$$\dot{\epsilon}_{\Phi}(t) = \left[ \frac{\exp(-v_n \Phi t)}{n \sqrt[n]{\dot{\epsilon}(t)}} + v_n \Phi \int_0^t \frac{\exp(-v_n \Phi t)}{n \sqrt[n]{\dot{\epsilon}(t)}} \right]^{-n}. \quad (4)$$

Журнальный вариант доклада на конференции по реакторному материаловедению (Алушта, 1978 г.).