В. Г. Ермаков, Ж. Н. Кульбакова
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОРРЕКТИРУЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ И ВУЗЕ

Сопоставим два факта: 1) история алгебраических уравнений, по мнению историков, насчитывает 40 веков, 2) за это время сменилось огромное число поколений людей. Очевидно, столь длительное и в целом поступательное развитие математики не могло происходить без опоры на прогресс в способах передачи накопленных знаний. Отсюда следует, что математика и ее строение в значительной мере педагогичны сами по себе. Этот скрытый ресурс очень велик, и им нельзя пренебрегать, особенно теперь, когда, как показано в статье [1], изменения внешних условий образования коренным образом нарушают устойчивость образовательных процессов и требуют перехода к динамическому типу устойчивости, опирающемуся на регулярно проводимые педагогом корректирующие мероприятия.

Неустранимая напряженность процесса обучения математике проявляется в чередовании эвристического и догматического методов обучения. В книге «Педагогика математики» (М.: Просвещение, 1969) А. Фуше назвал это чередование поразительным и длящимся на протяжении всей истории педагогики математики. Но и эти колебания между нацеленностью на личностное развитие учащегося и заботой о сохранении в интересах общества накопленного опыта остановились в худшей позиции. По словам В.И. Арнольда, «особенно опасна тенденция изгнания всех доказательств из школьного обучения. ... Тот, кто не научился искусству доказательств в школе, не способен отличить правильное суждение от неправильного. ... Результатом может стать массовый гипноз и социальные потрясения» [2, с. 555].

Причин у этой тенденции много, чаще всего ее оправдывают дефицитом времени. В ответ на эту гипотезу А. Фуше отметил, что эвристическая форма может дать такие положительные эффекты в плане развития личности, которые позволят наверстать упущенное. При этом важно подчеркнуть, что возвращение доказательств в учебный процесс еще не гарантирует ожидаемого результата, так как взятые из учебника в готовом виде они остаются фиксированными текстами и их тоже можно заучивать формально. Поэтому в процессе проведенной нами масштабной коррекции школьной подготовки студентов в рамках курса «Методика преподавания математики» ключевую роль сыграла устная, диалоговая форма приема заданий и активное оппонирование студентам со стороны преподавателей. Детали организации такой формы контроля описаны в работе [3].

Успех в преодолении разрыва между школой и вузом в данном случае обеспечило применение эвристического метода и проблемного подхода к обучению, которые потребовали неформального усвоения доказательств. А так как реальная опора на логические связи, которая является отличительной чертой математики со времен Древней Греции, созвучна антиэнтропийной направленности человеческого интеллекта, то такое упорядочение математических знаний оказалось весьма привлекательным для студентов также и с психологической точки зрения. Благодаря этому задача педагогической коррекции упрощается. Демонстрация студентам на части материала преимуществ его неформального и качественного усвоения повышает мотивацию к учебе, дает образец плодотворной стратегии в изучении математики и на основе возросшей активности обучающихся ускоряет учебный процесс. В расчете на эти эффекты устойчивость учебного процесса можно поддерживать отдельными корректирующими мероприятиями, локализованными как в материале, так и во времени.

Данная идея была реализована первым автором при проведении мастер-класса для студентов второго и третьего курсов факультета математики и технологий программирования на тему «Формирование профессионального внимания и памяти».

В качестве иллюстрации к теоретическим положениям присутствующим было предложено, вспомнив школьный курс геометрии, описать связь между касательной и секущими, проведенными к окружности из одной точки. Правильного ответа не последовало, что при нынешнем распространении формального подхода к обучению было ожидаемо.

После этого перед студентами была поставлена задача доказать ряд теорем о вписанных углах, начиная с вопроса о соотношении между величинами вписанного и центрального углов, опирающихся на одну и ту же дугу. Требуемая формула была ими названа, но без обоснования.

Стандартной подсказкой стал переход к частному случаю, когда одна из сторон вписанного угла проходит через центр окружности (рисунок 1). Простор для поиска сузился, необходимые опорные факты были найдены быстро, к обоснованному ответу привела оценка величины угла *AOB* с помощью равнобедренного треугольника и как части развернутого угла. Затем были рассмотрены случаи, когда центр окружности находится внутри (рисунок 2) и вне вписанного угла (рисунок 3).

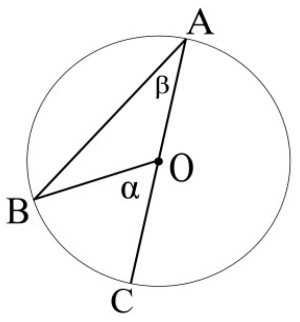

Рисунок 1

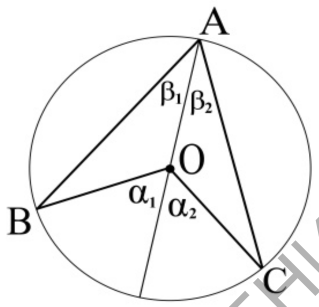

Рисунок 2

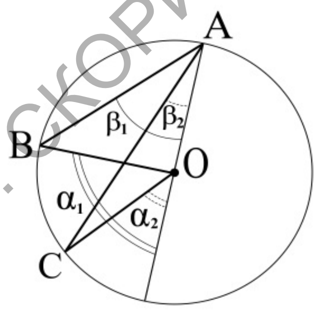

Рисунок 3

С этого момента студенты больше не пытались вспоминать изученные ранее сведения. Сориентировавшись в условии задачи, они догадались провести диаметр окружности через вершину вписанного угла и свели новые случаи к первому. Отталкиваясь от доказанной теоремы, они сразу ответили и на вопрос о соотношении между вписанными углами, опирающимися на одну и ту же дугу (рисунок 4).

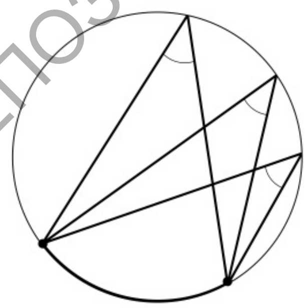

Рисунок 4

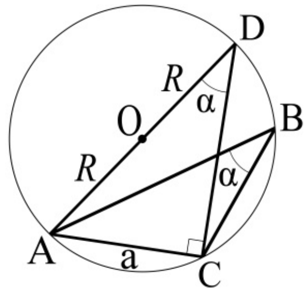

Рисунок 5

После этой разминки на доске был нарисован треугольник с известной стороной a и углом α и поставлен вопрос: существует ли связь между величинами a и α в общем виде, и если существует, то какая?

Идей на эту тему у присутствующих не оказалось, в качестве «мягкой» подсказки был задан нейтральный вопрос: «Этот треугольник вам нравится?» Отвечают: «Нет». – «А какой понравился бы больше?» – «Прямоугольный». – «А как к нему перейти с сохранением величин a и α?» Предложили вокруг треугольника ABC (рисунок 5) описать окружность и переместить по ней точку B до положения D.

В силу доказанных теорем, величина перемещаемого угла не изменится, а треугольник ADC (если угол B острый) будет прямоугольным. Тогда $\sin\alpha = a/(2R)$ и $a/\sin\alpha = 2R$. Такой же результат получили и в случае, когда угол B не является острым. Повторением этих рассуждений для других углов (и сторон) пришли к теореме синусов: $a/\sin\alpha = b/\sin\beta = c/\sin\gamma = 2R$.

Действуя по аналогии с доказательством первой теоремы, студенты быстро сформулировали и доказали утверждение про угол между касательной и секущей (рисунок 6).

Подготовка к рассмотрению вопроса об отрезках касательной и секущей (рисунок 7) на этом завершилась. На фоне сказанного легко было увидеть, что треугольники ABM и CAM подобны. У них есть общий угол M, а $\angle ABC = \angle CAM$ потому, что каждый из них равен половине одного и того же центрального угла. Из соотношения $BM : AM = AM : CM$ вытекает, что $AM^2 = CM \cdot BM$.

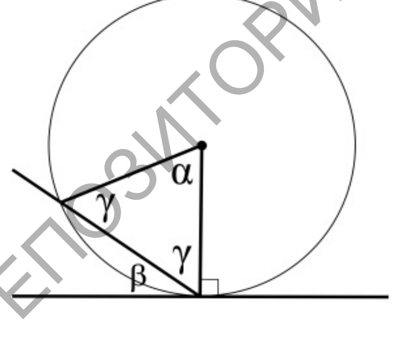

Рисунок 6

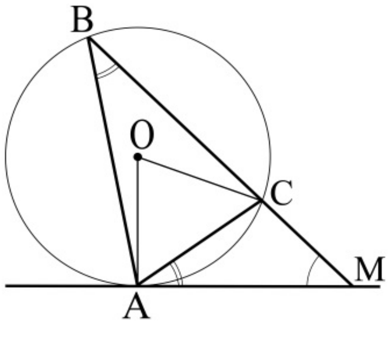

Рисунок 7

За короткий срок, с минимальным количеством наводящих вопросов и на основе возросшей собственной активности в поиске студенты доказали всю опорную цепь теорем. Но главный в обосновании известных фактов, а в приобщении к деятельностной основе развития математики и математического образования, в демонстрации психолого-педагогических следствий такого подхода. В частности, опора на логические связи дает ключ и к формированию внимания, которое, согласно теории П.Я. Гальперина, является деятельностью контроля за основной (рабочей) деятельностью.

Для использования этого пласта резервов нужно переходить на более сложные модели управления, а это во власти людей.

Список использованной литературы

1. Ермаков, В. Г. Методологические и социально-культурные аспекты обеспечения устойчивости образовательных процессов / В. Г. Ермаков // Педагогическая наука и образование. – 2017. – № 4 (21). – С. 3 – 11.

2. Арнольд, В. И. Антинаучная революция и математика / В. И. Арнольд // Вестник РАН. - 1999. – Т. 69. – № 6. – С. 553–558.

3. Казимиров, Г. Н. Коррекция школьной подготовки студентов в рамках курса «Методика преподавания математики»: итоги эксперимента / Г. Н. Казимиров, Ж. Н. Кульбакова, Ю. Е. Летунович // Актуальные вопросы научно-методической и учебно-организационной работы: Высшая школа в условиях инновационного развития: Материалы науч.-метод. конф. (17–18 апреля 2008 г.). – Ч. 2. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2008. – С. 24–27.