

**Результаты экспериментального и теоретического определения коэффициента интенсивности напряжений**

Глубина трещины, мм	Среднее напряжение в патрубке, Н/мм <sup>2</sup>	Коэффициент $K_I$ , Н/мм <sup>3/2</sup>	Расхождение, %
85	300	$\frac{4400 - 4800 *}{4450 **}$	—
110	260	$\frac{4600 - 5000 *}{4660 **}$	—
30	360	$\frac{3500 - 3700 *}{3125 ***}$	10,7
50	340	$\frac{3850 - 4200 *}{4275 ***}$	1,8

\* Решение [7].  
\*\* Эксперимент.  
\*\*\* Вычисление по (8).

ными трещинами [8]:

$$K_I = M_s \sigma_{nm} (\pi a/Q)^{1/2}, \quad (7)$$

где  $M_s = 1 + 0,12 (1 - a/c)$  — коэффициент, учитывающий влияние выхода трещины на свободную поверхность;  $a$  и  $c$  — глубина и полудлина трещины;  $\sigma_{nm}$  — номинальное напряжение в патрубковой зоне вблизи трещины. Параметр  $Q$  определяли по формуле

$$Q = \Phi^2 = 0,212 (\sigma/\sigma_T)^2, \quad (8)$$

где  $\Phi$  — эллиптический интеграл, определяемый в зависимости от формы поверхностиной трещины;  $\sigma_T$  — предел текучести материала. При ослаблении трещиной сечения на 5—10% можно с достаточной для расчетов погрешностью положить, что напряжение в патрубковой зоне будет

уменьшаться пропорционально ослаблению (по сравнению с напряжением в патрубке без трещины).

Таким образом, проведенное исследование позволило определить коэффициент интенсивности напряжений для корпуса реактора при поверхностных трещинах в патрубковой зоне. Пересчет модельных коэффициентов интенсивности напряжений на корпус реактора дает удовлетворительную погрешность при соблюдении геометрического подобия в размерах трещин. При неглубоких поверхностных трещинах в патрубковой зоне реактора коэффициент интенсивности напряжений можно определять приближенно, используя имеющиеся решения для пластин. Совпадение экспериментальных и расчетных результатов показывает целесообразность применения поляризационно-оптического метода замораживания деформаций для определения коэффициента интенсивности напряжений в конструкциях со сложной геометрией.

Поступила в Редакцию 24.IV.78

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х. Поляризационно-оптические методы механики твердого деформируемого тела. М., «Наука», 1973.
2. Marloff R. e.a. «Expt 1. Mech.», 1971, v. 11, N 12, p. 529.
3. Зорев Н. Н. и др. «Атомная энергия», 1977, т. 42, вып. 6, с. 465.
4. Хесин Г. Л. и др. В кн.: Сборник трудов МИСИ № 125—126. М., Стройиздат, 1975, с. 56.
5. Schmitt W. «Inter. G. of Pressure Vessels and Piping», 1975, N 3, p. 74.
6. Parks D. «Inter. G. of Fracture», 1974, v. 10, N 4, p. 487.
7. Schmitt W. e.a. Ibid., 1976, v. 12, N 3, p. 381.
8. Smith E. e.a. Ibid., N 1, p. 13.

УДК 539.173.84

## Нейтроны, испущенные осколками спонтанного деления <sup>252</sup>Cf и деления <sup>239</sup>Ru тепловыми нейtronами

БАСОВА Б. Г., РЯЗАНОВ Д. К., РАБИНОВИЧ А. Д., КОРОСТИЛЕВ В. А.

Исследование осколков деления, испускающих повышенное число нейтронов, представляет значительный интерес для теории и практического приложения. Известно, что такие осколки должны обладать в момент деления большой неравновесной деформацией. Установление равновесной формы осколка сопровождается переходом энергии деформации в энергию возбужде-

ния ядра-осколка с последующим испусканием нейтронов.

Установлено экспериментально, что зависимость числа испускаемых нейтронов от массы осколка  $v$  ( $M$ ) имеет пилообразный вид, указывающий на сильную неравномерность распределения энергии возбуждения  $E^*$  между двумя осколками [1]. Особенности поведения  $v$  ( $M$ )

объясняются влиянием оболочечных эффектов в ядрах-осколках [1, 2].

Представляет интерес выяснить, как меняется зависимость  $v(M)$  с изменением другого параметра осколков — суммарной кинетической энергии осколков  $E_k$  (МэВ), отражающей форму осколков, их вытянутость к моменту разрыва, что видно из формулы

$$E_k = 1,44 Z_l Z_t / (R_l + R_t + d), \quad (1)$$

где  $Z_l$ ,  $Z_t$  — зарядовые числа легких и тяжелых осколков соответственно;  $R_l$ ,  $R_t$  — максимальные радиусы легкого и тяжелого осколков;  $d = 1 \div 2$  ферми.

Предполагая форму осколков сфероидальной, можно записать

$$R_l = R_{0l} \left(1 + \frac{2}{3} \beta_l\right), \quad R_t = R_{0t} \left(1 + \frac{2}{3} \beta_t\right), \quad (2)$$

где  $\beta_l$ ,  $\beta_t$  — параметры деформации легкого и тяжелого осколков;  $R_{0l,t} = 1,22 M_{l,t}^{2/3}$  ферми.

Повышенный выход нейтронов ожидается для сильно деформированных осколков с  $\beta_l$ ,  $\beta_t \geq 1$  и низких значений  $E_k$  в согласии с энергетическим балансом при делении. Формулу энергетического баланса можно записать в виде справедливом для отдельного события деления, если идентифицировать это событие по массе осколка  $M$  и определенному значению  $E_k$

$$Q(M) = E_k(M) + E^*(M, E_k) = E_k(M) + v(M E_k) [B_n(M) + \bar{E}_n(M)] + E_j, \quad (3)$$

где  $B_n$  — энергия связи нейтрона для осколка массой  $M$ , усредненная по зарядовому распределению;  $\bar{E}_n$  — средняя энергия спектра нейтронов, испускаемых осколком массой  $M$ ;  $E^*$  — энергия возбуждения осколка;  $E_j$  — полная энергия  $\gamma$ -квантов деления. Определяющими величинами в уравнении (3) являются  $E_k(M)$  и  $v(M, E_k)$ , остальные слабо меняются с изменением параметров осколков  $M$ ,  $E_k$  [4].

Таким образом, одновременное измерение  $M$ ,  $E_k$  и числа нейтронов для осколков деления и последующее вычисление распределений  $P(M, E_k)$  и соответствующего ему  $v(M, E_k)$  позволит составить в общих чертах картину распределения энергии в отдельных актах деления.

Основная цель настоящей работы — получение распределений  $P(M, E_k)$  и  $v(M, E_k)$  для сильно различающихся нуклонным составом делящихся ядер  $^{252}\text{Cf}$  и  $^{240}\text{Pu}$ , а также выявление осколков, испускающих наибольшее число нейтронов.

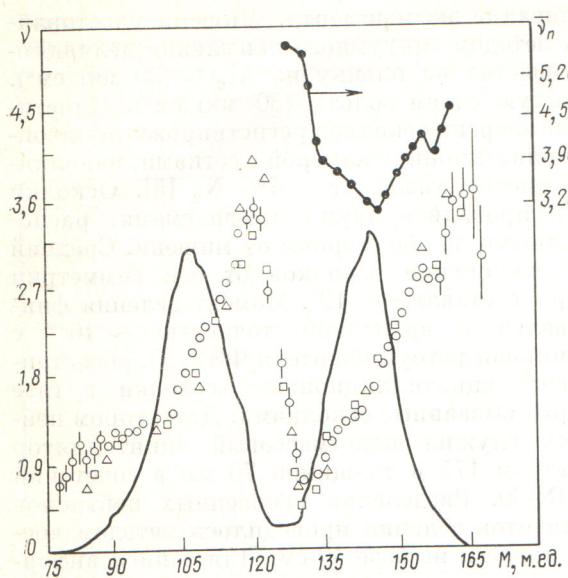
**Описание эксперимента.** Мишени изготавливались методом вакуумного напыления делящегося вещества на пленку из  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (30 мкг/см<sup>2</sup>), покрытую слоем золота (30 мкг/см<sup>2</sup>). Кинетические энергии осколков регистрировались двойной ионизационной камерой с сетками, наполняемой смесью газов  $\text{Ar} + 4\% \text{N}_2$  [5]. Осколки коллимировались двумя диафрагмами, расположеными по обе стороны от мишени. Средний угол отклонения осколков от оси симметрии камеры составлял  $\sim 12^\circ$ . Момент деления фиксировался с временной точностью  $\sim 10^{-9}$  с при помощи фотоумножителя ФЭУ-30, регистрирующего сцинтилляционные вспышки в газе камеры, вызванные осколками. Детектором нейтронов служил пластмассовый сцинтиллятор диаметром 175 и толщиной 70 мм в сочетании с ФЭУ-30. Разделение мгновенных нейтронов и  $\gamma$ -квантов деления проводилось методом времени пролета на базе 40 см. Для записи информации использовалось накопительное устройство, имеющее 8192 канала и выполненное на магнитном барабане. Емкость каждого канала памяти составляла  $2^{14}$  разрядов. Память накопителя разбивалась на две равные части. В одной части регистрировались двойные совпадения ( $64 \times 64$ ) в координатах «кинетическая энергия — кинетическая энергия совпадающих осколков»  $F(E_1, E_2)$ , в другой — тройные совпадения между двумя осколками и нейтроном в тех же координатах —  $N(E_1, E_2)$  [6]. Среднее число нейтронов для каждого события деления ( $E_i$ ,  $E_j$ ) вычислялось по формуле

$$v(E_i, E_j) = \frac{N(E_i, E_j)}{\xi(E_i, E_j)} / [F(E_i, E_j) + N(E_i, E_j)], \quad (4)$$

где  $\xi(E_i, E_j)$  — эффективность регистрации нейтронов, испущенных осколками в акте деления с координатами ( $E_i$ ,  $E_j$ ).

Процедура вычисления эффективности и методика обработки измерений подробно описаны в работе [7]. Кратко заметим, что алгоритм расчета  $\xi(E_i, E_j)$  строился на основе модели испарения нейтронов из полностью ускоренных осколков с учетом спектров нейтронов в системе центра масс осколка, размеров нейtronного детектора и его чувствительности к нейтронам разных энергий, углового распределения совпадающих осколков и скоростей осколков.

В результате эксперимента было зарегистрировано  $7,84 \cdot 10^6$  событий спонтанного деления  $^{252}\text{Cf}$  и  $2,83 \cdot 10^5$  нейтронов, испущенных осколками. Для реакции деления  $^{239}\text{Pu}$  тепловыми нейтронами было зарегистрировано  $1,28 \cdot 10^6$  со-

Рис. 1. Зависимость выхода нейтронов от массы осколков для  $^{252}\text{Cf}$ :

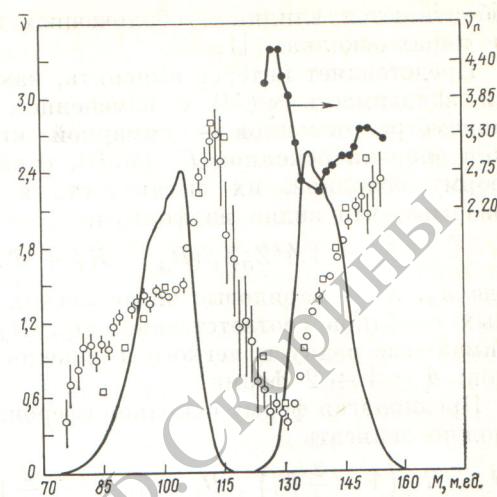
— выход осколков; ● — суммарное число нейтронов из двух осколков; число нейтронов на осколок по данным: ○ — настоящей работы, △ — [8], □ — [4]

бытий деления и  $2,9 \cdot 10^4$  соответствующих им нейтронов.

**Результаты измерений.** На рис. 1 показана зависимость  $v(M)$  для спонтанного деления  $^{252}\text{Cf}$  в сравнении с данными работ [4, 8], полученными с помощью большого жидкого сцинтилятора (БЖС) с растворенным гадолинием и методом времени пролета с применением пластмассового сцинтилятора. Можно отметить нехорошее согласие данных, полученных разными методами. Заметны структурные особенности распределения  $v(M)$  при  $M_{\text{л}} \approx 90 \div 100$  м. ед. и  $M_{\text{т}} \approx 140 \div 142,156$  м. ед., на что указывалось в работе [9]. На рис. 1 также показан ход зависимости суммарного числа нейтронов из двух осколков от массы тяжелого осколка  $v_n(M_{\text{т}})$ . Обращает на себя внимание рост  $v_n(M_{\text{т}})$  при делении ядра на осколки равной массы.

На рис. 2 показаны зависимости  $v(M)$  и  $v_n(M_{\text{т}})$  для деления  $^{239}\text{Pu}$  тепловыми нейтронами в сравнении с данными, полученными с помощью БЖС с растворенным кадмием [10]. Различие в методах измерения числа нейтронов сказалось сильнее на краях зависимости  $v(M)$ .

Несмотря на разницу в 12 нуклонов между делящимися ядрами и различия в массовых распределениях, в ходе  $v(M)$  и  $v_n(M_{\text{т}})$  для деления  $^{252}\text{Cf}$  и  $^{239}\text{Pu}$  можно заметить общие черты.

Рис. 2. Зависимость выхода нейтронов от массы осколков для  $^{239}\text{Pu} + n_{\text{th}}$ :

— выход осколков; ● — суммарное число нейтронов из двух осколков; число нейтронов на осколок по данным: ○ — настоящей работы, □ — [10]

Как уже отмечалось, зависимость  $v(M)$  обусловлена свойствами осколков [1, 2, 4]. Осколки с массами  $M_{\text{л}} \approx 80 \div 90$  м. ед. и  $M_{\text{т}} \approx 130$  м. ед. отличаются большой жесткостью и устойчивы к изменению своей формы из-за «магического» числа нуклонов, составляющих замкнутые оболочки в ядрах с  $M = 82$  ( $N = 50$ ,  $Z = 32$ ) и  $M = 132$  ( $N = 82$ ,  $Z = 50$ ) [2, 11]. Ядра-осколки массой 150—170 и 105—120 м. ед. и с числом нуклонов, сильно отличающимся от известных магических чисел, легко деформируются при делении и, таким образом, получают запас энергии деформации, переходящей в число испускаемых нейтронов.

Рассмотрение экспериментальных данных по  $v(M)$  для  $^{233}\text{U}$  и  $^{235}\text{U}$  при делении указанных изотопов тепловыми нейтронами [10], деления  $^{238}\text{U}$  и  $^{226}\text{Ra}$  протонами [12, 13] совместно с данными, представленными на рис. 1 и 2, позволяет сделать вывод, что осколки определенной массы испускают одинаковое число нейтронов независимо от типа деления и вида делящегося ядра. Таким образом, массовое распределение осколков решающим образом определяет среднее число нейтронов  $v$ , образующихся при делении. Отметим, что такая связь  $v(M)$  и массового распределения осколков может быть использована для более или менее успешного предсказания  $v$  ряда тяжелых и сверхтяжелых ядер [14].

Рассмотрим более детальную информацию в виде зависимостей  $v(M)$  для фиксированных

значений  $E_{\text{k}}$  (рис. 3). Здесь же даны соответствующие массовые распределения осколков. Как указывалось ранее, параметр  $E_{\text{k}}$  важен с точки зрения энергетического баланса при делении и влияния на форму осколков [см. формулы (1), (2)].

Характерная черта приводимых результатов — большой и устойчивый выход нейтронов из легких осколков в интервале масс 110—126 м. ед. для  $^{252}\text{Cf}$  и 105—120 м. ед. для  $^{239}\text{Pu}$  почти во всем интервале изменения  $E_{\text{k}}$ . Для тяжелого осколка функция  $v(M)$  демонстрирует сильное уменьшение  $v$  с ростом  $E_{\text{k}}$ , что можно объяснить преимущественным выходом узкой группы масс с  $M_{\text{t}} \approx 130 \div 134$  м. ед. (сферический осколок) для  $^{252}\text{Cf}$  и  $^{239}\text{Pu}$ . Максимальное число нейтронов ( $v \approx 5$ ) испускают осколки с  $M_{\text{l}} \approx 120 \pm 5$  м. ед. и  $E_{\text{k}} \approx 185$  МэВ для  $^{252}\text{Cf}$  и осколки с  $M_{\text{l}} \approx 110$  м. ед. и  $E_{\text{k}} \approx 167$  МэВ для  $^{239}\text{Pu}$ . Соответствующие тяжелые осколки с  $M_{\text{t}} = A - M_{\text{l}}$  (здесь  $A$  — масса делящегося ядра) почти не испускают нейтронов. В обоих случаях это события деления с предельно различными деформируемостями осколков [11]. Отметим также, что с уменьшением  $E_{\text{k}}$  события деления с сильно различающимися

массами легких и тяжелых осколков (сильно асимметричное деление) характеризуются также большим различием деформируемости осколков. В данном случае тяжелый осколок испускает большое число нейтронов: для  $^{252}\text{Cf}$   $M_{\text{t}} \geq 164$ ,  $E_{\text{k}} \approx 150 \div 165$  МэВ,  $v \approx 5$ ; для  $^{239}\text{Pu}$   $M_{\text{t}} \approx 156$ ,  $E_{\text{k}} \approx 137 \div 147$  МэВ,  $v \approx 4$ . В этом случае легкий осколок с  $(A - M_{\text{t}}) = M_{\text{l}} \geq 82$  за счет влияния оболочечной структуры является жестким ядром почти сферической формы.

Оценим для указанных событий деления параметры деформации  $\beta_{\text{l}}$ ,  $\beta_{\text{t}}$  на основе формул (1) и (2). Значения зарядов  $Z_{\text{d}}$  и  $Z_{\text{t}}$  определяются из предположения, что зарядовая плотность в делящемся ядре и в осколках одинакова (можно привлечь и прямые экспериментальные данные). Для тяжелого осколка с  $M_{\text{t}} \approx 130 \div 134$  м. ед. естественно принять  $\beta = 0$ . Тогда для  $^{252}\text{Cf}$  с  $M_{\text{l}} \approx 120$  м. ед. и  $E_{\text{k}} = 185$  МэВ получим  $\beta_{\text{l}} = 1,0$ ; для  $^{239}\text{Pu}$  с  $M_{\text{l}} \approx 110$  м. ед. и  $E_{\text{k}} = 167$  МэВ  $\beta_{\text{l}} = 1,17$ .

Предположив для легкого осколка с  $M_{\text{l}} \geq 82$  м. ед.  $\beta \approx 0,1 \div 0,2$ , получим для  $^{252}\text{Cf}$  с  $M_{\text{t}} \approx 164$  м. ед. и  $E_{\text{k}} = 155$  МэВ  $\beta_{\text{t}} = 0,9$ ; для  $^{239}\text{Pu}$  с  $M_{\text{t}} \approx 156$  м. ед. и  $E_{\text{k}} = 147$  МэВ

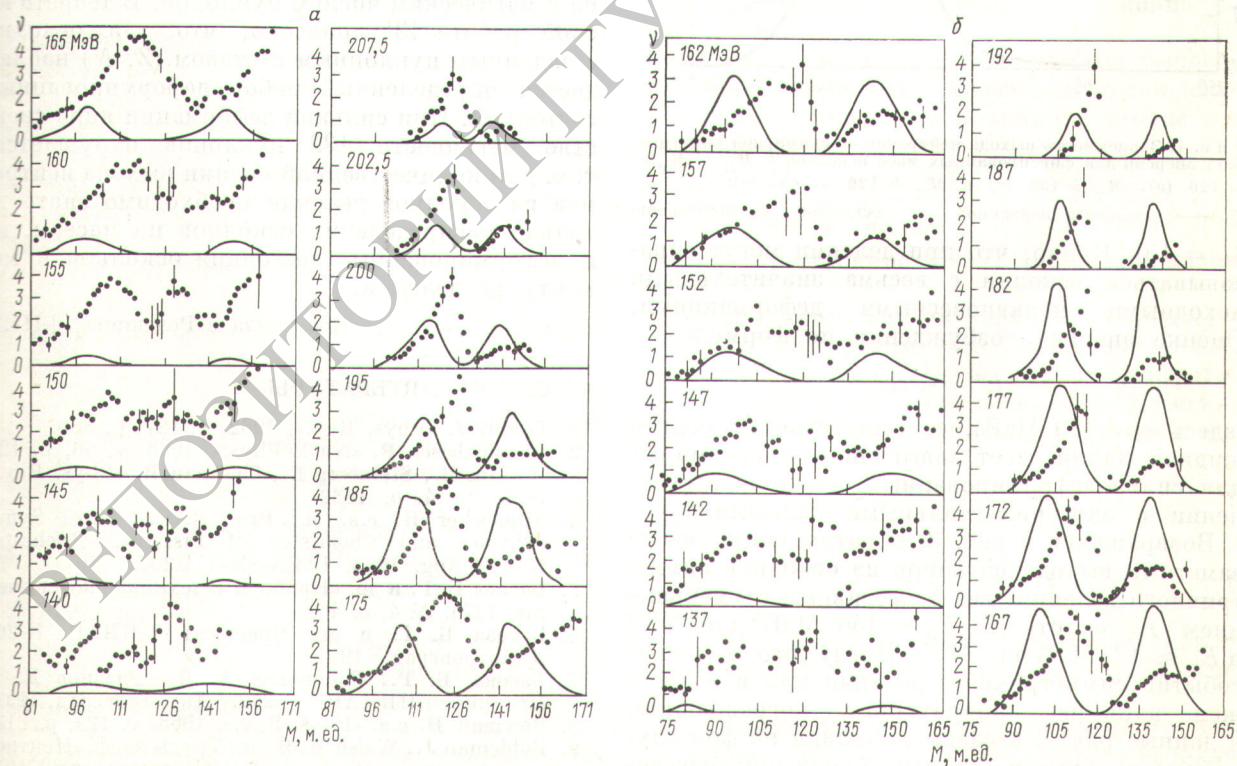


Рис. 3. Зависимость выхода нейтронов (●) от массы осколков (— — выход осколков) для фиксированных значений суммарной кинетической энергии при спонтанном делении  $^{252}\text{Cf}$  (a) и при делении  $^{239}\text{Pu}$  тепловыми нейтронами (b)

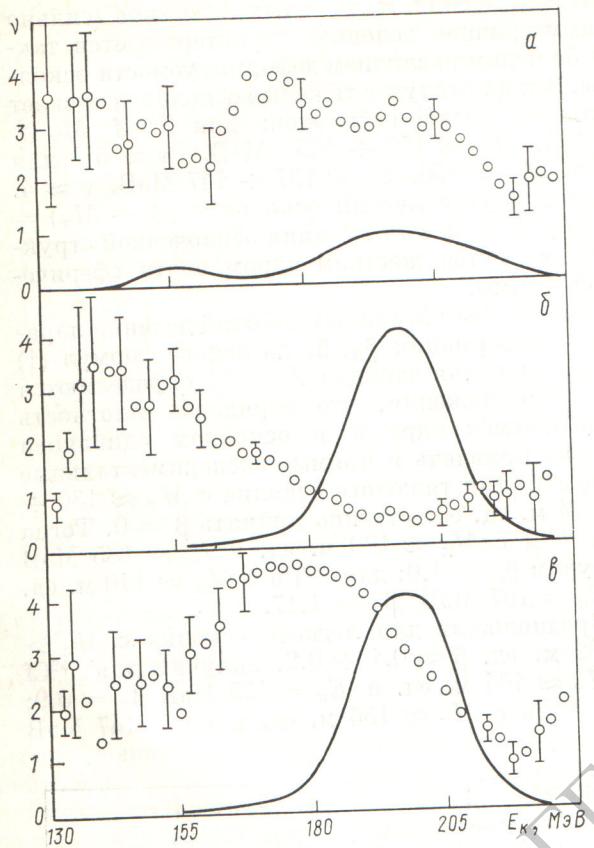


Рис. 4. Зависимость выхода нейтронов от суммарной кинетической энергии для фиксированных масс осколков с  $M_l = M_t = 126$  (а);  $M_t = 132$  (б) и  $M_l = 120$  м. ед. (в):  $\circ$  — выходы нейтронов и осколков соответственно

$\beta_t = 1.0$ . Видно, что при делении могут образовываться осколки с весьма значительными исходными неравновесными деформациями. Оценка энергии возбуждения по формуле

$$E^* = \frac{1}{2} c \beta^2 \quad (5)$$

(здесь  $c = 120$  МэВ), соответствующей модели жидкой капли, дает завышенные значения  $E^*$  для сильнодеформированных осколков в сравнении с экспериментальными данными.

Возвращаясь к рис. 3, обратим внимание на заметный выход нейтронов из осколков симметричного деления, все более явный с уменьшением  $E_k$  вплоть до  $E_k = 140$  МэВ для  $^{252}\text{Cf}$  и  $E_k \approx 137$  МэВ для  $^{239}\text{Pu}$ . Ввиду того что выход событий симметричного деления мал и подвержен влиянию аппаратурных погрешностей, в данные рис. 3 введены поправки на фон случайных двойных и тройных совпадений, рассеяние осколков на краях коллиматора и др. Поправка на разрешение по массам, равное 3,5 м. ед., не вводилась. Зависимость выхода нейтронов от  $E_k$  для спонтанного деления  $^{252}\text{Cf}$  при трех выбранных массах осколков приведена на рис. 4. При  $M_l = M_t = 126$   $v(E_k)$  является слаборастущей функцией с уменьшением  $E_k$ . Это события деления, в которых оба осколка являются сильно деформированными нейтронно-избыточными ядрами, испускающими 3—4 нейтрана каждый, что находится в согласии с формулой энергетического баланса (3). Оценка параметра деформации дает значение  $\beta_l \approx \beta_t \approx 1.29$  при  $E_k = 145$  МэВ. Выход таких событий мал ( $10^{-4}$  для спонтанного деления  $^{252}\text{Cf}$ ), и они не оказывают заметного влияния на среднее число нейтронов деления  $v$ .

Рассмотрим пару осколков с  $M_t = 132$  м. ед. и  $M_l = 120$  м. ед. Выход нейтронов из них в зависимости от  $E_k$  показан на рис. 4, б, в. При  $E_k > 170$  МэВ легкий осколок испускает значительное число нейтронов и, следовательно, сильнее деформирован в сравнении с тяжелым осколком. Однако при  $E_k < 170$  МэВ число испускаемых нейтронов перераспределяется в пользу осколка с  $M_t = 132$  м. ед., что указывает на возможность сильной деформации осколка с магическим числом нуклонов. В теоретической работе [3] показано, что для осколка с заданным нуклонным составом ( $Z, N$ ) наблюдается определенный набор деформированных состояний. При сильной деформации ядра свойство магичности 132 нуклонов нарушается, т. е. для количественной оценки выхода нейтронов из осколков деления необходимо знать не только распределения осколков по массам, но и деформированные состояния осколков к моменту разделения.

Поступила в Редакцию 13.III.78

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Terrell J. «Phys. Rev.», 1962, v. 127, p. 880.
- Wandenbosch R. «Nucl. Phys.», 1963, v. 46, p. 129.
- Wilkins B., Steinberg E., Chasman R. «Phys. Rev.», 1976, v. 14, p. 1832.
- Nifenecker H. e.a. In: Proc. IAEA Third Symp. «Physics and Chemistry of Fission». Rochester, 13—17 Aug. 1973, IAEA-SM-174/207.
- Басова Б. Г. и др. «Приборы и техника эксперимента», 1975, № 4, с. 46.
- Басова Б. Г. и др. Препринт НИИАР П-269. Димитровград, 1975.
- Басова Б. Г., Рабинович А. Д., Рязанов Д. К. Препринт НИИАР, П-262. Димитровград, 1975.
- Bowman H. e.a. «Phys. Rev.», 1963, v. 129, p. 2133.
- Boldeman J., Walsh R. В кн.: Труды конф. «Нейтронная физика». М., изд. ЦНИИатоминформ, 1976, ч. 5, с. 210.

- III. Альмин В. Ф. и др. In: Proc IAEA Symp. «Physics and Chemistry of Fission». Vienna, 1965, v. 1, p. 587.  
 III. Рубенян В. А. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1972, т. 36, № 1, с. 212.

12. Cheifetz E., Fraenkel Z. «Phys. Rev. Lett.», 1968, v. 21, N 4, p. 36.  
 13. Schmitt H., Конецн Е. Ibid., 1966, v. 16, N 22, p. 1008.  
 14. Захарова В. П. Препринт ИАЭ-2738. М., 1976.

зап. № 209.6

## К вопросу оптимизации системы прямого преобразования энергии с параболическими траекториями заряженных частиц

Дементьев С. К., Махин А. В.

Для прямого преобразования энергии реактивных пучков ионов в работе [1] предложено использовать систему с параболическими траекториями ионов, или систему скосенных диафрагм — ССД. Простота и высокая эффективность (~ 90%) ССД для достаточно плотных пучков ионов ( $d/r_{d_i} \leq 0,2$ , где  $d$  — диаметр пучка на входе в зону торможения;  $r_{d_i}$  — дебаевский ионный радиус) могут оказаться решающими факторами при выборе конкретной конструкции рекуператора для термоядерного реактора. ССД можно использовать и в системе инжекции токамаков, однако в этом случае необходимо применить компенсацию объемного заряда ионов электронами [2].

В работе [1] приведен метод расчета оптимальных параметров системы (угла наклона диафрагм  $\alpha_{\text{опт}}$ , длины зоны торможения  $\lambda_{\text{опт}}$ , максимальной эффективности  $\eta_{\text{макс}}$ ). Оптимальный угол среза диафрагм  $\beta_{\text{опт}}$  предлагается находить из условия

$$\operatorname{tg} \beta_{\text{опт}} = 2 \operatorname{tg} \alpha_{\text{опт}}, \quad (1)$$

или  $\beta_{\text{опт}} \approx 2\alpha_{\text{опт}}$  для малых  $\alpha_{\text{опт}}$ , т. е. края собирающих электродов совпадают с линией вершин параболических траекторий ионов.

В настоящей работе предлагается метод расчета оптимального угла среза, учитывающий вторичную эмиссию с диафрагм. На рис. 1, а и б схематически показаны траектории заряженных частиц в ССД. Энергия пучка  $W$  такова, что вершины парабол лежат между  $N$ -й и  $N + 1$ -й диафрагмами. Как показали эксперименты, ток в этом случае течет в основном на  $N$ -ю и  $N - 1$ -ю диафрагмы, если пучок не очень плотный и широкий. Пунктир показывает траектории вторичных электронов. В случае рекуперации отрицательных ионов или электронов необходимо исключить попадание пучка на диафрагмы со стороны входного отверстия системы, так как в противном случае наблюдается потеря

эффективности из-за вторичной эмиссии, если только  $\sigma > 1$ , где  $\sigma$  — коэффициент вторичной эмиссии, зависящий от энергии частиц, попадающих на диафрагмы, т. е. от дискретности расположения пластин (см. рис. 1, а). Математически это условие можно записать следующим образом:

$$x_1|_{y'_N} (\alpha_{\text{опт}} + \theta/2) \leq x_N, \quad (2)$$

где  $x_1|_{y'_N} (\alpha_{\text{опт}} + \theta/2)$  — координата первой точки пересечения траектории частицы, влетающей в ССД под углом  $\alpha_{\text{опт}} + \theta/2$  к оси  $y'$ , с линией  $N$ -й диафрагмы;  $x_N$  — координата конца  $N$ -й диафрагмы.

Минимальный угол  $\beta_{\text{опт}}$  может быть вычислен по следующей формуле (здесь учтено также расхождение пучка из-за объемного заряда аналогично [1]):

$$\beta_{\text{опт}} = \frac{2\alpha_{\text{опт}} + \theta + \sqrt{2} d/r_d}{1 + (\sqrt{2} d_{\text{п}}/r_d)^{1/2}} - \frac{\sqrt{2} d/r_d}{1 - \sqrt{2} d_{\text{п}}/r_d}, \quad (3)$$

где  $d_{\text{п}}$  — расстояние между соседними пластинами.

Часть частиц, описав параболу, попадает на  $N - 1$ -ю диафрагму, что эквивалентно электронной эмиссии ( $\sigma = 1$ ) с  $N$ -й диафрагмы. Поэтому при  $\sigma < 1$  такие потери следует исключить. Условие можно записать следующим образом:

$$x_2|_{y'_N} (\alpha_{\text{опт}} - \theta/2) \geq x_N + d, \quad (4)$$

откуда

$$\beta_{\text{опт}} = \frac{2\alpha_{\text{опт}} - \theta - \sqrt{2} d/r_d}{1 - (\sqrt{2} d_{\text{п}}/r_d)^{1/2}} - \sqrt{2} d/r_d. \quad (5)$$

Прямое преобразование энергии пучков положительных ионов рассмотрим в двух аспектах.

1. Режим без компенсации объемного заряда ионов электронами. В этом случае необходимо добиться отсутствия тока вторичных электро-