

Ж. Н. Кульбакова

Факультет математики и технологий программирования,
кафедра математического анализа

О РАЗВИТИИ ВНИМАТЕЛЬНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Учебная математическая деятельность приводит к развитию особенностей интеллектуальной сферы личности во всех ее компонентах.

Так, изучение геометрии помогает обрести многомерность восприятия, умение мыслить в иных плоскостях и пространствах, то есть развивает пространственное и образное мышление. Изучение алгебры дает представление о формуле как концентрированном знании, о зависимости отдельных элементов в природе, т. е. развивает аналитическое и обобщенное мышление. Изучение арифметики способствует формированию алгоритмического стиля мышления, начал математического анализа – функционального стиля мышления. В то же время конкретные математические знания не являются «предметом первой необходимости» для подавляющего числа людей. Именно поэтому на первый план выдвигается принцип приоритета развивающей функции обучения математике, не математическое развитие, а развитие с помощью математики, формирование в процессе обучения математики качеств мышления, необходимых для полноценного функционирования человека в современном обществе, для динамичной адаптации человека в нем.

Одной из целей математического образования является формирование качеств мышления, не только характерных для математической деятельности, но и необходимых человеку для продуктивной жизни в современном обществе. В процессе изучения математических дисциплин студентом любой специальности должны быть сформированы три составляющих мышления: 1) высокий уровень элементарных мыслительных операций (анализа, синтеза, сравнения, обобщения, классификация и др.); 2) активность мышления, проявляющаяся в продуцировании большого количества различных идей, возникновении нескольких вариантов решения проблемы; 3) организованность и целенаправленность мышления, проявляющиеся в ориентации на выделение существенного в явлениях, в использовании обобщенных схем анализа явления.

Бесспорно, что любые занятия математикой развивают внимание, память, мышление человека. Но этот развивающий аспект математики можно усилить с помощью специальных упражнений, а также специально конструированных заданий диагностического типа, так называемых задач-«ловушек». Это такие задачи, которые, на первый взгляд, кажутся достаточно простыми и решаются стандартными приемами, но зачастую это впечатление обманчиво. Подобные задачи-«ловушки» специально составляются таким образом, чтобы в ходе их решения была допущена заранее «запрограммированная» автором ошибка. При их решении необходимо уйти от стереотипов, быть предельно внимательным и, главное, иметь достаточный запас знаний, чтобы эти «ловушки» обойти. К задачам-«ловушкам» относятся и те, которые решаются оригинальным методом, и в случае, если он не будет найден, решение окажется громоздким и трудоемким.

Задачи-«ловушки» можно назвать заданиями диагностического типа, так как они позволяют преподавателю диагностировать принятие учебной задачи и показывают качество знаний. А значит, такие задания не только формируют учебные действия студентов, но и позволяют преподавателю оценивать их формирование. Задачи-«ловушки» внешне часто выглядят довольно просто и поэтому не вызывают повышенной бдительности. Студент, не подозревающий подвоха, автоматически выполняет действия, которые, как ему кажется, должны у него проверить при постановке рассматриваемого им задания. Он выполняет некоторый привычный для него алгоритм, который на самом деле не имеет отношения к поставленной задаче. Задача-«ловушка» имеет цель выявить, отличит ли студент необычный вопрос от стандартного, «ловушку» от хорошо изученных задач с известным алгоритмом решения. Как показал проведенный эксперимент, неподготовленный студент в большинстве случаев попадает в расставленные ловушки, а значит, не проявляет должного внимания, бдительности, не достаточно анализирует данные задачи или полученный результат.

Студентам первого курса математического и экономического факультетов, уже сдавших ЦТ по математике, причем с неплохими результатами, было предложено несколько вариантов заданий, подобных следующим:

1. Найти производную функции $y = \sin 3 + 10x + 3$.
2. Указать значение выражения $\arccos \pi / 3$.
3. Построить схематически график функции $y = \ln 3$.
4. Вынести a из-под корня в выражении: $\sqrt[8]{-a^9}$.
5. Упростить выражение: $(\sqrt{ab} - a) / \sqrt{-a}$.
6. Решить иррациональное неравенство: $\sqrt{x-1} \geq -5$.
7. Решить квадратное неравенство: $x^2 + x + 4 > 0$.

Результаты оказались следующими:

| | задача 1 | задача 2 | задача 3 | задача 4 | задача 5 | задача 6 | задача 7 |
|-----------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| КОЛ-ВО верных ответов | 34 % | 17 % | 21 % | 14 % | 21 % | 29 % | 36 % |

Первая задача показала, что все участники эксперимента знают, что производная постоянной функции равна нулю, но при этом ошибочно пишут $(\sin 3)' = \cos 3$. Вторая задача содержала некорректно поставленный вопрос: «Чему равно значение $\arccos \pi / 3$?», и ответ должен был быть: «Это выражение не имеет смысла, так как под знаком арккосинуса

может быть только величина, модуль которой не превосходит единицы. Здесь же $\pi/3 > 1$ ». Тем не менее большинство ответов неверные: $\arccos \pi/3 = 1/2$. Это говорит не только о недостаточном уровне знаний, но и о невнимательности опрашиваемых. Обсуждение работ вызвало иногда улыбку, иногда досаду у студентов, то есть они признали, что подобных ошибок они могли не допустить при более внимательном подходе.

Третья задача – на построение графиков. Опять-таки все участники подтвердили позже, что им известно, что графиком постоянной функции является горизонтальная прямая. Тем не менее при построении графика функции $y = \ln 3$ большинство рисует график функции $y = \ln x$.

В четвертой задаче делают такую ошибку: $\sqrt[8]{-x^9} = x \cdot \sqrt[8]{-x}$, не учитывая, что из условия следует, что $-x \leq 0$, а значит, $\sqrt[8]{x^8} = |x| = -x$.

В пятой задаче большинство не учитывает, что если $a \leq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$.

Решая иррациональное неравенство, большинство не замечает, что оно верно при всех допустимых значениях x , то есть при всех $x \geq 1$.

При решении квадратного неравенства, получив отрицательный дискриминант, многие сразу пишут, что решений нет, забывая, что решают не квадратное уравнение, а неравенство.

Надо отметить, что обсуждение предложенных задач вызвало интерес у студентов математического факультета. Ими была отмечена несомненная польза решения подобных задач. Знание о существовании задач-«ловушек» повышает уровень концентрации и внимания, мобилизует на поиск верного решения. Естественно, при повторной попытке «словить» студентов в подобные ловушки, ошибок фиксируется в значительно меньшем количестве. Таким образом, на занятиях по математическим дисциплинам осуществляется развитие концентрации внимания, склонность к анализу, критичность мышления.

В последние годы в текстах заданий централизованного тестирования по математике довольно часто встречаются задачи подобного характера. На своих занятиях по математическому анализу я стараюсь напоминать студентам об их существовании, моделируя ситуации с их использованием, подбираю задачи-«ловушки» в новой для них дисциплине. Например, при изучении первого замечательного предела, в качестве дополнительных вопросов предлагаются пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (\sin x) / x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sin x) / x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin(1/x) = 0.$$

Удивление поначалу вызывает задача вычислить интеграл $\int_0^4 ||x - 2| - 1| dx$, хотя несложно получить его значение, построив график подынтегральной функции. Задачи составляются на основе анализа наиболее распространенных и типичных ошибок студентов и являются своего рода провокацией на совершение подобных ошибок. Но на этапе подготовки к экзамену такие ошибки полезны, если акцентировать на них внимание, делая соответствующие выводы. Как говорится, кто предупрежден, тот вооружен.

Как показал проведенный эксперимент, без соответствующей подготовки студенты с большой вероятностью попадают в эти ловушки. Поэтому преподаватель, обращая внимание студентов на существование подобных заданий, стимулирует проявление высокого уровня концентрации внимания, необходимость уйти от стереотипного мышления. А это полезно и будущим учителям математики, и будущим специалистам ИТ-сферы.

Рассмотренный прием является интересным и для преподавателя, и для студентов. При включении в учебный процесс задач-«ловушек» присутствует элемент игры, что значительно активизирует учебный процесс, делает его увлекательным.