

УДК 532.551:66.015.24

Теплоперенос при турбулентном течении жидкого металла в каналах с различными условиями на стенке

КАДЕР Б. А.

Решению этой проблемы для стабилизированного поля скорости и температуры посвящено множество работ, сравнительно полный список которых можно найти в монографиях [1, 2]. Расчеты, как правило, основаны на упрощенном уравнении турбулентного теплопереноса (здесь и далее стандартные обозначения не поясняются):

$$U(y) \partial t / \partial x = \partial / \partial y [(a + \varepsilon) \partial t / \partial y] \quad (1)$$

с граничными условиями, постулирующими на стенке трубы либо постоянную температуру t_w , либо постоянное значение теплового потока q_w . Распределение коэффициента турбулентной теплопроводности $\varepsilon(y)$ и скорости $U(y)$ обычно аппроксимируют какими-либо эмпирическими или полуэмпирическими зависимостями. Дифференциальное уравнение (1), преобразованное в соответствии с решаемой задачей, интегрируется с помощью ЭВМ или реже аналитически, и полученные результаты аппроксимируются простыми формулами типа $Nu_\infty = A + B Re^m$.

Как показано в работах [3—5], эту проблему можно решить на основе требований размерности и подобия, без непосредственного обращения к коэффициенту ε . При этом удаётся рассмотреть также и общий случай граничного условия

$$-a \partial t / \partial y (x > 0, 0) = k [t(x > 0, -\delta) - t(x > 0, 0)], \quad (2)$$

соответствующий наличию тонкого слоя термического сопротивления толщиной δ на стенке. Здесь $k = \lambda_w / (\rho c_p \delta)$ — проводимость этого слоя с коэффициентом теплопроводности λ_w , на внешней границе которого обычно поддерживаются условия $t(x > 0, -\delta) = \text{const}$ или $q(x > 0, -\delta) = \text{const}$.

Структура температурного поля в жидком металле характеризуется четырьмя независимыми линейными масштабами: вязким масштабом $\delta_v = \nu / u_*$; масштабом $\delta_h = a / u_* \gg \delta_v$ теплового подслоя, в пределах которого доминирует механизм молекулярной теплопроводности; толщиной слоя влияния термического сопротивления на стенке $\delta_k = a / k$ и толщиной термического пограничного слоя $R = D_e / 2$. В случае развитого турбулентного теплопереноса справедливы условия $\max(\delta_h, \delta_k) \ll R$, так что $R_K (\lambda_w / D_e) = a (2kR)^{-1} \ll 1$ и $Re_* = Ru_* / a \gg 1$. Так как при ламинарном режиме течения максимальное значение $Re_* = 0,5 Re \sqrt{\lambda / \rho c_p} \sim \sqrt{2 \cdot 2000} \cdot 0,4 \approx 6$, то рассматриваемый случай характеризуется значениями $Re_* \gg 60$, т. е. $Pe = D_e \bar{U} / a \gg 3 \cdot 10^3$.

Требования размерности и подобия позволяют показать [3—5], что при развитой тепловой турбулентности распределение температуры в области $y \ll R$ описывается универсальным, одинаковым для каналов с любой формой поперечного сечения «пристенным законом» $(t_w - t) / t_* = \Phi_1(y u_* / \nu, u_* / k, Pr)$, где $t_* = a_w / (\rho c_p u_*)$ — характерный масштаб температуры. В то же время в ядре потока при $y \gg \max(\delta_h, \delta_k)$ должен выполняться «закон дефекта» $(t_w - t) / t_* = \Phi_2(y / R)$, который может изменяться с формой канала, но не зависит от молекулярных констант жидкости и, следовательно, от величины Pr . Предположение о существовании зоны сращения этих асимптотических разложений позволяет не только показать, что в этой области, характеризующейся неравенствами $\max(\delta_h, \delta_k) \ll y \ll R$, справедливы логарифмические законы распределения температуры

$$(t_w - t) / t_* = \alpha \ln y + \beta (u_* / k, Pr) \quad \text{и} \\ (t - t_0) / t_* = -\alpha \ln (y / R) + \beta_1, \quad (3)$$

но и простым сложением этих законов определить перепад температуры между стенкой и центром канала $(t_w - t_0)$, а следовательно, и универсальный закон теплопереноса, справедливый [4] в широком диапазоне изменения режимных параметров ($5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$, $6 \cdot 10^{-3} \leq Pr \leq 10^6$). Расчеты, проведенные по этой формуле, показали, что для трубы при $Pr \ll 1$ и $3 \cdot 10^3 \leq Re = Re Pr \leq 10^5$ при отсутствии термического сопротивления на стенке с хорошей точностью подтверждается широко известная зависимость

$$Nu_\infty^{(tr)} = 0,025 Re^{0,8} \quad \text{при } Re > 3 \cdot 10^3, \quad (4)$$

пригодная для граничных условий первого и второго рода.

В области меньших Re (но $Re \gg 10^4$), где режим турбулентного теплопереноса уже нельзя считать вполне развитым, обычно используется интерполяционная формула

$$Nu_\infty = Nu_\infty^{(tr)} + Nu_\infty^{(st)}, \quad (5)$$

причем в случае граничного условия $t_w = \text{const}$ число Нуссельта, соответствующее молекулярному переносу тепла в потоке с профилем скорости, характерным для турбулентного режима течения, принимается равным 5, а при $q_w = \text{const}$ считается $Nu_\infty^{(st)} = 7$. При повышенных требованиях к точности расчетов $Nu_\infty^{(st)}$ можно определить, пользуясь дифференциальным уравнением (1), в котором $\varepsilon = 0$ и $U(y) = U_0 (y/R)^{1/n}$, при этом $\bar{U} / U_0 = 2n^2 / (n+1) (2n+1)$, а $n = \lambda^{-1/2}$ в соответствии с формулой Нуннера.

Тогда

$$\text{Nu}_{\infty, q}^{(n)} = 8 (\bar{U}/U_0)^2 [1 + 2/n + 0(n^{-2})] \cong \cong 8 - 6/\lg \text{Re}; \quad (6)$$

$$\text{Nu}_{\infty, t}^{(n)} = (64/11) (\bar{U}/U_0) [1 + 2/(3n) + 0(n^{-2})] \cong \cong 5,8 - 3/\lg \text{Re}.$$

Первая из формул (6) получена с помощью интеграла Лайона, а вторая — с помощью трех последовательных итераций по методу Воскресенского [2]. В этом случае при $\text{Re} \geq 10^4$ и любом Pr

$$\text{Nu}_{\infty, q} = \text{Nu}_{\infty, q}^{(n)} \exp(-\text{Pr}/3000) + 0,025 \text{Pr}^{0,8}; \quad (7)$$

$$\text{Nu}_{\infty, t} = \text{Nu}_{\infty, t}^{(n)} \exp(-\text{Pr}/3000) + 0,025 \text{Pr}^{0,8}. \quad (8)$$

Для учета влияния термического контактного сопротивления на границе жидкий металл — стенка в настоящее время не существует теоретических формул. Большинство имеющихся для труб опытных данных (см. [2]) группируется около эмпирической кривой:

$$R_{\text{К}} (\lambda_{\text{ж}}/d) = 0,2 \exp(-0,11 \text{Pr}^{1/3}). \quad (9)$$

Вытекающая из аддитивности термических сопротивлений зависимость

$$\text{Nu}_{\infty}^{(k)} = [\text{Nu}_{\infty}^{-1} + R_{\text{К}} (\lambda_{\text{ж}}/D_e)]^{-1} \quad (10)$$

позволяет рассчитать стабилизировавшийся безразмерный коэффициент теплоотдачи $\text{Nu}_{\infty}^{(k)} = -(\partial t/\partial y)_w D_e/[t(-\delta) - \bar{t}]$ при наличии такого слоя на стенке. Наши результаты (рис. 1) хорошо согласуются с экспериментальными данными [6],

полученными непосредственным измерением температуры стенки, и, следовательно, эта зависимость может быть рекомендована для практических расчетов.

Рассмотрим теперь теплоотдачу на термическом начальном участке ($x \geq 0$) при стабилизировавшемся профиле скорости. Опубликованные варианты теоретического анализа проблемы [7—9] ограничиваются численным решением уравнения (1) при дискретных значениях Re и Pr с использованием сложной эмпирической аппроксимации распределения ε в сечении канала. Для получения простой и теоретически обоснованной методики решения поставленной задачи проведем некоторые оценочные расчеты.

При развитой тепловой турбулентности продольным молекулярным потоком тепла можно пренебречь, считая уравнение (1) применимым для $x > 0$. В окрестности начального сечения слой теплового влияния стенки толщиной Δ не выходит за пределы области с линейным профилем скорости $U(y) = yu_*^2/\nu = u_*y_+$, в которой можно принять $\varepsilon = 0$. Оценить Δ можно сравнением левой и правой частей уравнения (1) с учетом сделанных выше предположений: $(\Delta u_*^2/\nu)[t_w - t(\Delta)]/x \sim a[t_w - t(\Delta)]/\Delta^2$.

Тогда $\Delta \sim \delta_v(x_+/\text{Pr})^{1/3}$ и $\text{Nu} \sim D_e/\Delta \sim \text{Pr} \sqrt{\lambda/8}/x_+^{1/3}$. Согласно точному решению Левека, коэффициент пропорциональности здесь равен $3^{1/3}/\Gamma(1/3)$ при $t_w = \text{const}$ и $\Gamma(2/3)/9^{1/3}$ при $q_w = \text{const}$ (Γ — гамма-функция Эйлера). Однако

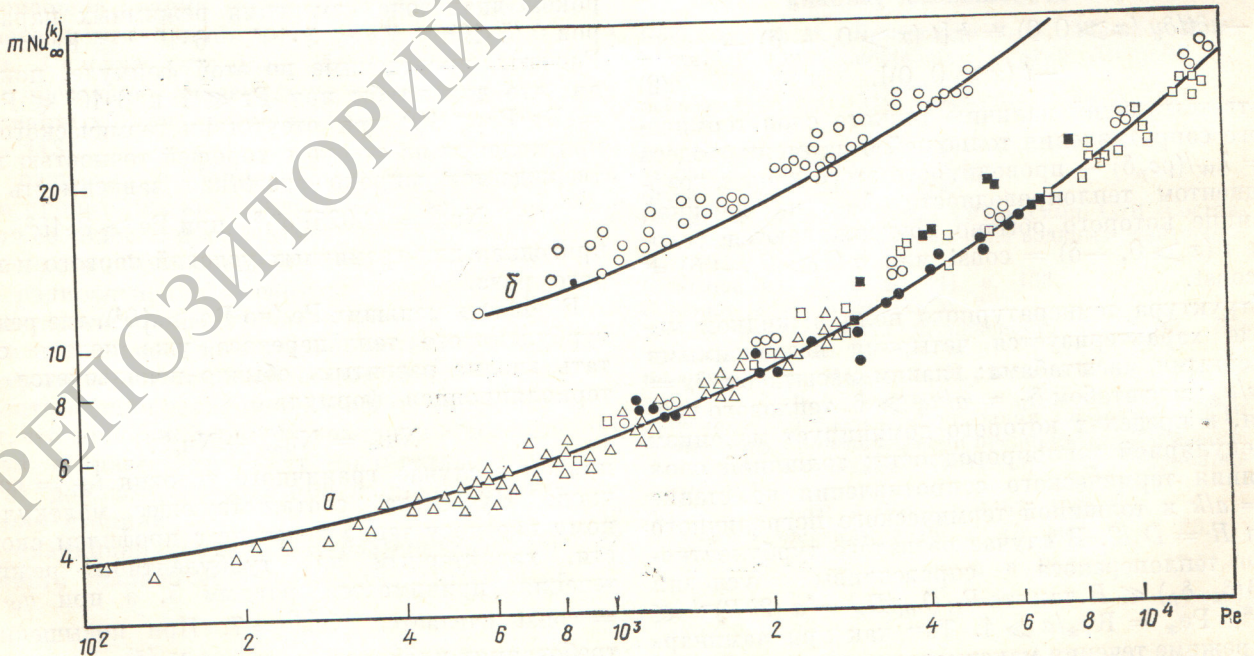


Рис. 1. Теплоотдача при турбулентном течении жидких металлов в трубе с термическим сопротивлением на стенке [6]: $a - q(-\delta) = \text{const}$ рассчитано по формулам (7), (9), (10), множитель m , введенный для различия двух групп данных, равен 1; $b - t(-\delta) = \text{const}$ ($m = 2$) рассчитано по формулам (8)–(10); \circ — ртуть ($\text{Pr} \approx 0,02$); \square — эвтектический сплав висмут — свинец ($\text{Pr} \approx 0,03$); \blacksquare — висмут ($\text{Pr} \approx 0,01$); \bullet — олово ($\text{Pr} \approx 0,01$); \triangle — натрий ($\text{Pr} \approx 0,005$).

длина этой области очень мала и составляет примерно $l_+ \sim 10^3 \text{ Pr}$, т. е. $l/D_e \sim 10^3 \text{ Pr}/(\text{Re} \sqrt{\lambda/8})$.

Далее следует часть канала, где перенос тепла осуществляется еще чисто молекулярным механизмом, но значительная часть теплового пограничного слоя находится в области турбулентного переноса импульса. В этом случае можно использовать степенную аппроксимацию профиля скорости и считать $\varepsilon \sim 0$. Тогда из уравнения (1) следует оценка $\Delta \sim D_e/(\text{Pe } x/D_e)^{n/(2n+1)}$ и $\text{Nu} \sim (\text{Pe } D_e/x)^{n/(2n+1)}$. Точное решение этого уравнения дает

$$\text{Nu}_0 = 2B \left[\frac{n+1}{8(2n+1)} \text{Pe} \frac{D_e}{x} \right]^{n/(2n+1)}, \quad (11)$$

где Nu_0 отнесено к максимальному перепаду температуры $(t_w - t_0)$ и $B = \Gamma^{-1} [(3n+1)/(2n+1)]$ при $t_w = \text{const}$ и $\Gamma [(n+1)/(2n+1)]$ при $q_w = \text{const}$. Формула (11) справедлива вплоть до расстояния $l_+ \sim 8n/\text{Pr}^{(n+1)/n}$ [т. е. $l/D_e \sim 60/(\text{Pe} \sqrt{\lambda/8})$] от начального сечения $x=0$. Ясно, что при развитом турбулентном режиме теплоотдачи ($\text{Pe} > 3 \cdot 10^3$) эта область также будет невелика (например, при $\text{Re} = 10^5$ и $\text{Pr} = 0,03$ $l/D_e \approx 0,7$). Все имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные получены для существенно больших значений x/D_e .

В области $l_+ > 8n/\text{Pr}^{(n+1)/n}$ безразмерный коэффициент теплоотдачи стремится к Nu_∞ со скоростью, определяемой, главным образом, первым собственным значением λ_1^2 оператора (1): $\text{Nu}/\text{Nu}_\infty = 1 + B_1 \exp(-\lambda_1^2 x/D_e)$. Ясно, что при $\lambda_1^2 x/D_e \gg 1$ теплоперенос можно считать стабилизировавшимся, а при $\lambda_1^2 x/D_e \ll 1$ справедлива формула (11). В рассматриваемой области $\lambda_1^2 \sim D_e/x$ и может быть оценено по следующим соображениям. Перенос тепла здесь осуществляется турбулентной диффузией с $\varepsilon/\nu \approx \text{Pr}_t^{-1} u_+ \gg \text{Pr}^{-1}$, $U(y) = U_0 (y/R)^{1/n}$ и $\Delta \sim R$. Тогда, сравнивая левую и правую части дифференциального оператора (1), получаем $D_e/x \sim \lambda_1^2 \sim (n/2)(n+1)^{-1}(2n+1)^{-1}$. В соответствии с этим анализ результатов численных расчетов для трубы [7–9] показывает, что λ_1^2 с достаточной точностью можно считать не зависящим от Pe постоянной: $\lambda_1^2 = \sqrt{2}/8 \approx 0,2$. Таким образом, температурное поле и локальные коэффициенты теплоотдачи в потоке жидкого металла в трубах при $\text{Pe} > 3 \cdot 10^3$ стабилизируются на длине $L/d \sim 3/\lambda_1^2 \sim 15$.

Все сказанное ранее справедливо лишь при $\Delta > \delta_R$. При меньших значениях Δ определяющее влияние оказывает термическое сопротивление на стенке и $\text{Nu} = kD_e/a$. Общую формулу для расчета теплопереноса на термическом начальном участке при граничном условии третьего рода можно получить, непосредственно решая уравнение (1), которое для этой цели удобно пред-

ставить в виде

$$Ay_+^{1/n} \frac{\partial \theta}{\partial x_+} = \frac{\partial}{\partial y_+} \left[\left(\frac{1}{\text{Pr}} + \frac{\kappa}{\text{Pr}_t} y_+ \right) \frac{\partial \theta}{\partial y_+} \right], \quad (12)$$

$$\theta = \frac{t(-\delta) - t}{t(-\delta) - t_0}$$

при граничном условии

$$\partial \theta / \partial y_+ (x_+ > 0, 0) = - (k/u_*) \text{Pr} \theta (x_+ > 0, 0). \quad (13)$$

С помощью преобразования координат

$$\xi = [(\kappa \text{Pr} / \text{Pr}_t)^{(2n+1)/n} / (A \text{Pr})] x_+, \quad \eta = (\kappa \text{Pr} / \text{Pr}_t) y_+ \quad (14)$$

удается исключить параметры A и Pr и привести исходное уравнение к виду

$$\eta^{1/n} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(1 + \eta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right]; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_w = -K \theta_w; \quad K = \frac{k \text{Pr}_t}{\kappa u_*}. \quad (15)$$

Для приближенного [10] решения поставленной задачи заменим переменные $z = \eta/\Delta$ (ξ) и предположим, что безразмерные профили температуры зависят лишь от z . Проинтегрировав затем полученный дифференциальный оператор по ξ от 0 до 1 и приравняв его нулю, получим обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$c_1 \Delta^{(n+1)/n} \Delta' + c_2 \Delta - 1 = 0; \quad (16)$$

$$\Delta(0) = \theta'(0)/[K\theta(0)]; \quad \Delta(0)|_{h \rightarrow \infty} = 0,$$

где значения постоянных c_1 и c_2 определяются выбранной формой зависимости $\theta(z)$. Решение уравнения (16) задается неявной функцией, которую после некоторых несложных преобразований можно записать следующим образом:

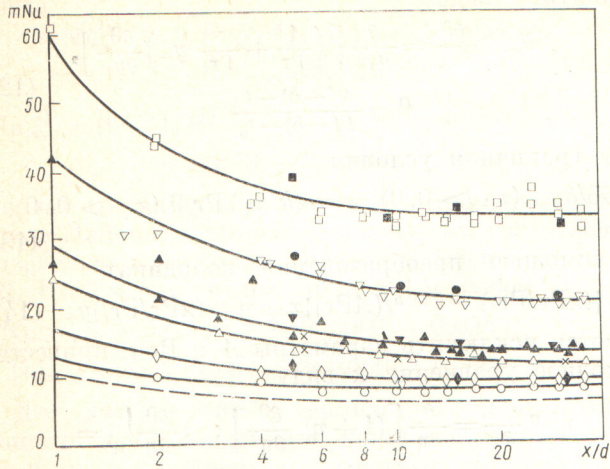
$$\frac{\text{Nu}_\infty, 0 / \text{Nu}_0(\xi)}{\text{Nu}_\infty, 0 / \text{Nu}_0(0)} \int \frac{u^{(n+1)/n}}{1-u} du = \left(\frac{c_2^{(2n+1)/n}}{c_1} \right) \xi. \quad (17)$$

При граничных условиях первого рода (т. е. при $K \rightarrow \infty$) нижний предел получившегося интеграла стремится к нулю; однако при конечном значении K толщина термического пограничного слоя у передней кромки начального участка конечна, теплоотдача определяется значением $R_R(\lambda_{ж}/D_e)$ и в соответствии с приведенными выше рассуждениями $\text{Nu}_0(0) = kD_e/a$.

Коэффициент в правой части уравнения (17) удобнее всего определить сравнением ее асимптотического представления при больших значениях ξ и $K \rightarrow \infty$ с формулой для почти стабилизировавшегося теплообмена в условиях отсутствия термического сопротивления на стенке. Для трубы отсюда получим неявную зависимость

$$\frac{\text{Nu}_\infty, 0 / \text{Nu}_0(x/d)}{\text{Nu}_\infty, 0 / \text{Nu}_0(0)} \int \frac{u^{(n+1)/n}}{1-u} du = \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{x}{d}, \quad (18)$$

которую для практических целей удобно апро-



Р и с. 2. Распределение локальных коэффициентов теплоотдачи по длине термического начального участка при течении турбулентного стабилизировавшегося потока ртути в трубе и $q_w = \text{const}$: ——— расчет по зависимости (23); ——— по формуле (21); \square [11], \blacksquare [12] — $Pe = 160$, $m = 1$; \square [11], \blacksquare [12] — $Pe = 270$, $m = 4$; \diamond [11], \blacklozenge [12] — $Pe = 400$, $m = 1$; ∇ [11], \bullet [12] — $Pe = 630$, $m = 2$; \triangle [11], \times [12] — $Pe = 850$, $m = 1$; \blacktriangle [11], \blacktriangledown [12] — $Pe = 1260$, $m = 1$ (множитель m введен для различия разных групп данных)

ксимировать простой формулой

$$\frac{Nu_0}{Nu_{\infty, s}} = \left[1 - \exp \left(- \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{x}{d} \right) \right]^{-n/(2n+1)} \quad (19)$$

После перехода от $(t_w - t_0)$ к среднему перепаду температуры в трубе $(t_w - \bar{t})$ оказалось, что на большей ее части ($x/d \geq 1$) в режиме развитой турбулентности может быть использована простая зависимость

$$Nu^{(n)}/Nu_{\infty} = 1 + 0,65/(x/d). \quad (20)$$

Для составления интерполяционной зависимости, позволяющей проводить расчеты при $Pe \leq 3 \cdot 10^3$ (но $Re \geq 10^4$), необходимо решить задачу чисто молекулярного теплопереноса в начальном термическом участке трубы с развитым турбулентным профилем скорости. Окончательная зависимость оказывается вполне аналогичной (19):

$$\frac{Nu_{\infty}^{(n)}}{Nu_{\infty}^{(1)}} = \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{Nu_{\infty}}{I} \right)^{(2n+1)/n} \times \left(\frac{1}{Pe} \frac{x}{d} \right) \right] \right\}^{-n/(2n+1)}, \quad (21)$$

$$\text{где } I_t = 2 (U_0/4\bar{U})^{n/(2n+1)} [(2n+1)/n]^{1/(2n+1)} \Gamma^{-1} \times \\ \times [n/(2n+1)] = 0,564 + (3 \lg Re)^{-1} \text{ и } I_q = \\ = 2 (U_0/4\bar{U})^{n/(2n+1)} [n/(2n+1)]^{2n/(2n+1)} \times \\ \times \Gamma[(n+1)/(2n+1)] = 0,886 + (4 \lg Re)^{-1}, \text{ а } Nu_{\infty}^{(n)}$$

вычисляется по формулам (6). Опытных данных для проверки полученной формулы крайне мало [11, 12], но все имеющиеся данные для $Pe \leq 10^2$,

при котором вклад турбулентного механизма теплопереноса невелик и находится в пределах точности эксперимента, согласуются с зависимостью (21) (рис. 2).

Отметим, что формула (21) оказывается полезной и при ламинарном ($n = 1$) движении жидкости с произвольным Pr . Здесь

$$\frac{Nu_{\infty}^{(n)}}{Nu_{\infty}^{(1)}} = \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{Nu_{\infty}^{(n)}}{I} \right)^3 \left(\frac{1}{Pe} \frac{x}{d} \right) \right] \right\}^{-1/3}, \quad (22)$$

$$Nu_{\infty, t}^{(1)} = 3,66 \text{ и } Nu_{\infty, q}^{(1)} = 4,36, \text{ а } I_t = 2 \cdot 3^{1/3} \Gamma^{-1} (1/3) = \\ = 1,077 \text{ и } I_q = 2 \cdot 3^{-2/3} \Gamma (2/3) = 1,302.$$

При анализе граничных условий третьего рода необходимо обратиться к полному уравнению (17). Однако получающиеся при этом формулы слишком громоздки, поэтому с учетом приближенного характера решения (17) целесообразно воспользоваться зависимостью, аналогичной (10). При ламинарном течении такой подход справедлив для любых Pr , и полученные значения практически совпадают с результатами точных численных расчетов, приведенных в работе [13].

Сравнение искомой интерполяционной формулы

$$Nu = Nu^{(n)} \exp(-Pe/3000) + Nu^{(1)}, \quad (23)$$

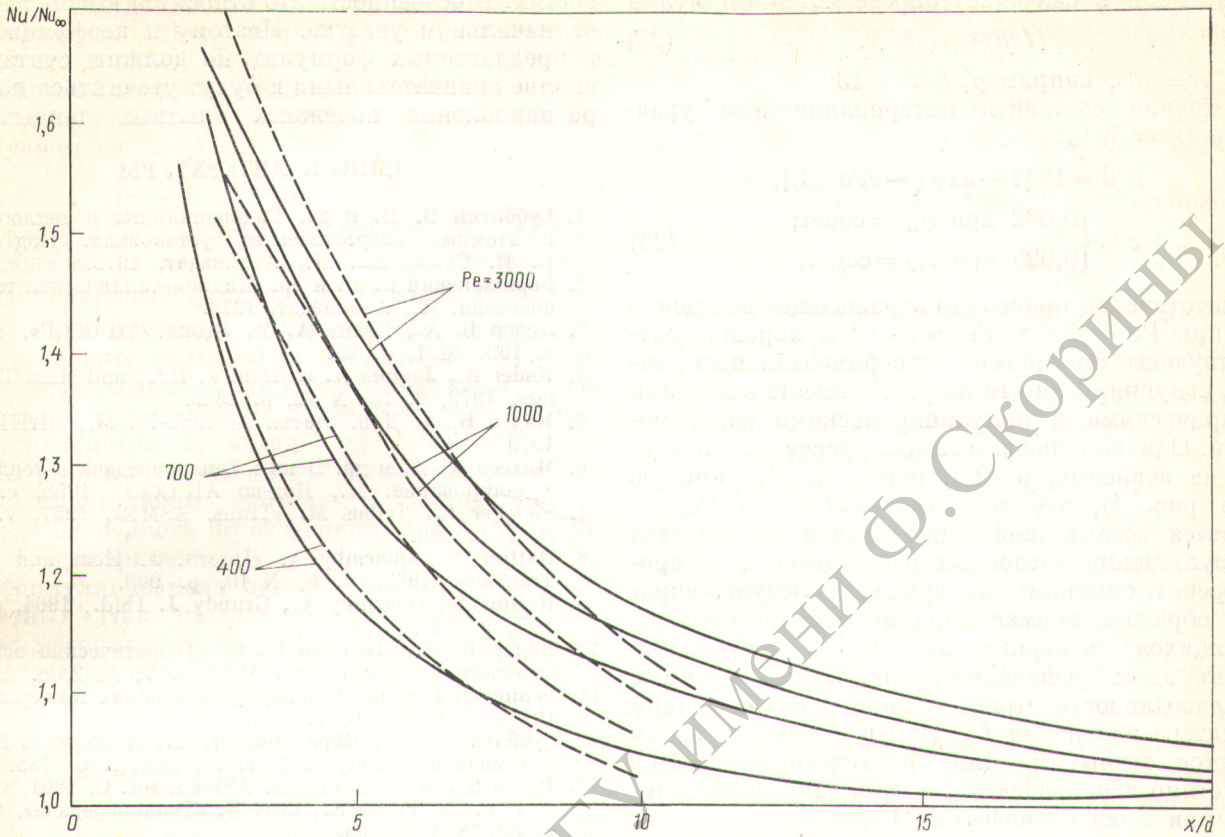
основанной на предельных законах (20) и (21) для расчета соответственно $Nu^{(n)}$ и $Nu^{(1)}$ с имеющимися экспериментальными данными, представлено на рис. 2 и 3 [для вычисления входящих в формулы (20), (21) значений Nu_{∞} следует использовать соотношения (5) или (7), (8) для $Nu_{\infty}^{(n)}$ и (6) для $Nu_{\infty}^{(1)}$].

При учете термического сопротивления на стенке трубы можно воспользоваться эмпирической аппроксимацией (9) и уравнением (10). Получающиеся при этом результаты не противоречат данным единственной имеющейся здесь экспериментальной работы [12].

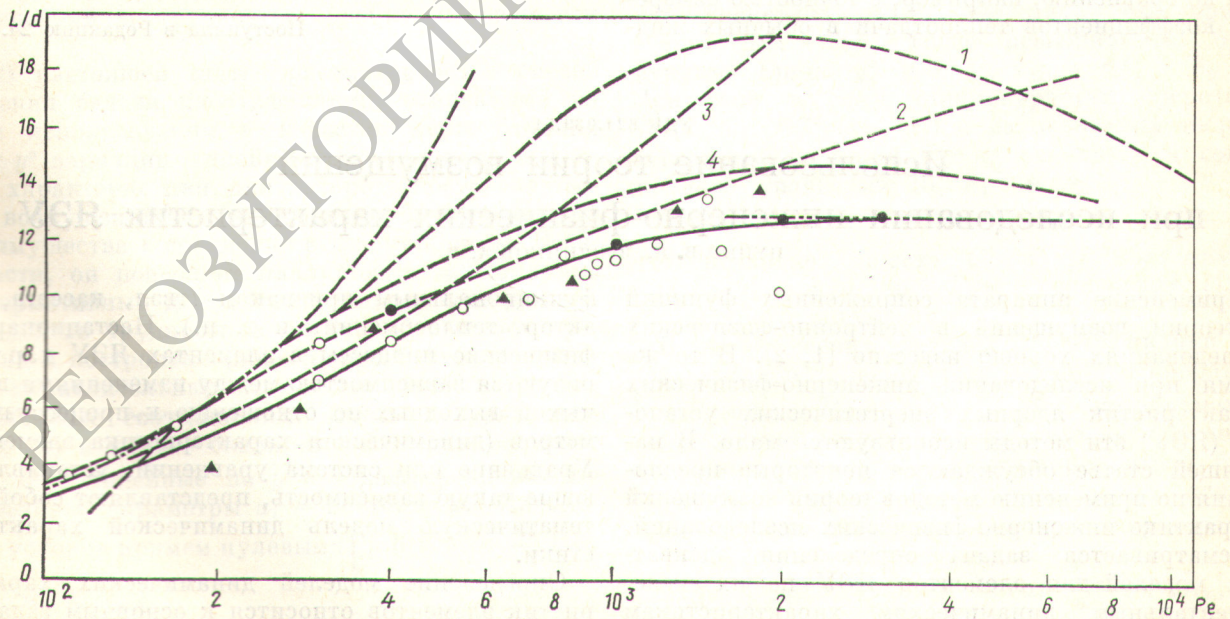
В соответствии с предложенными зависимостями длина L стабилизации локальных коэффициентов теплопереноса при $R_K = 0$ определяется величиной Pe и в общем случае зависит от Re . При $Pe \leq 100$ имеем $L/d \sim Pe$. Как следует из зависимости (21):

$$\left(\frac{L}{d} \right)^{(n)} = Pe \left(\frac{I}{Nu_{\infty}} \right)^{(2n+1)/n} \ln \left[\frac{100n}{r(2n+1)} \right] = c Pe, \quad (24)$$

где $r/100$ — точность (%) определения длины термического начального участка для $Nu_{\text{лок}}$. Для $q_w = \text{const}$, например при $r = 5\%$ (т. е. при $Nu(L)/Nu_{\infty} = 1,05$), имеем $L/d = 0,032 Pe$, в то время как при $t_w = \text{const}$ и $r = 5\%$ $L/d = 0,025 Pe$, т. е. L/d здесь несколько меньше, чем для $q_w = \text{const}$. При развитом турбулентном режиме L/d не зависит ни от граничных условий,



Р и с. 3. Распределение относительной величины локальных коэффициентов теплообмена по длине начального участка при $q_w = \text{const}$: — расчет по формуле (23); - - - аппроксимация экспериментальных данных работы [12]



Р и с. 4. Длина стабилизации локальных коэффициентов теплоотдачи в турбулентном потоке жидкого металла в трубе при $r = 5\%$: — предельный закон (24); - - - предельный закон (25); — расчет по формуле (26); 1 — расчет по зависимости (23); 2 — расчет по формуле работы [2]; $L/d = 0,04 Pe / (1 + 0,002 Pe)$; 3 — расчет по методу [41]; 4 — расчет по публикации [14]. Экспериментальные точки: ▲ — [41], ● — [12], ○ — [15]

ни от Pe и в силу (20) определяется формулой

$$(L/d)^{(*)} = 65/r. \quad (25)$$

Для $r = 5\%$, например, $L/d = 13$.

Нетрудно составить интерполяционное уравнение ($r = 5$) %:

$$L/d = 13 [1 - \exp(-cPe/13)],$$

$$c = \begin{cases} 0,032 & \text{при } q_w = \text{const}; \\ 0,025 & \text{при } t_w = \text{const}, \end{cases} \quad (26)$$

асимптотически правильно отражающее поведение L/d при $Pe \leq 10^2$ и $Pe > 3 \cdot 10^3$ и хорошо соответствующее имеющимся экспериментальным данным, сгруппированным на рис. 4 вместе с другими эмпирическими и полумпирическими зависимостями. Однако непосредственные расчеты, основанные на зависимости (23), показали (см. кривую I на рис. 4), что зависимость $L/d = f(Pe)$ не является монотонной. Этот вывод согласуется с результатами численных расчетов [14], но противоречит опытному материалу. Следует, впрочем, обратить внимание на невысокую точность имеющихся экспериментов. Это обстоятельство играет здесь решающую роль, так что вопрос о справедливости вывода теории о немонотонном характере изменения $L/d(Pe)$ в настоящее время остается открытым. Для практических расчетов допустимо использовать формулу (26), справедливую при любых значениях Pe .

Отметим, что точность имеющихся экспериментальных данных о теплопереносе в жидких металлах до сих пор еще продолжает оставаться небольшой по сравнению, например, с точностью измерения коэффициентов теплоотдачи в обычных жид-

костях. В особенности это относится к измерениям на начальном участке. Поэтому и коэффициенты в предлагаемых формулах не должны считаться вполне окончательными и будут уточняться по мере накопления надежных опытных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Субботин В. И. и др. Гидродинамика и теплообмен в атомных энергетических установках. Под ред. В. И. Субботина. М., Атомиздат, 1975.
2. Боринанский В. М. и др. Жидкометаллические теплоносители. М., Атомиздат, 1976.
3. Кадер Б. А., Яглом А. М. «Докл. АН СССР», 1970, т. 190, № 1, с. 65.
4. Kader B., Jaglom A. «Intern. J. Heat and Mass Transfer», 1972, v. 15, N 12, p. 2329.
5. Кадер Б. А. Ден. статья № 1382-79. М., ВИНТИ, 1979.
6. Михеев М. А. и др. В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. М., Изд-во АН СССР, 1958, с. 69.
7. Sleicher C., Tribus M. «Trans. ASME», 1957, v. 79, № 4, p. 789.
8. Hatton A., Quarmby A. «Intern. J. Heat and Mass Transfer», 1963, v. 6, N 10, p. 903.
9. Hatton A., Quarmby A., Grundy J. Ibid., 1964, v. 7, N 7, p. 847.
10. Кадер Б. А., Дильман В. В. «Теоретические основы химической технологии», 1973, т. 7, № 2, с. 240.
11. Генин Л. Г. и др. «Теплофизика высоких температур», 1978, т. 16, № 6, с. 1243.
12. Субботин В. И., Ибрагимов М. Х., Номофилов Е. В. «Атомная энергия», 1962, т. 13, вып. 2, с. 155.
13. Rosen E., Scott E. «Trans. ASME», ser. C, 1961, v. 83, N 1, p. 98; Розен Е., Скотт Е. «Теплопередача», 1961, т. 83, N 1, с. 98.
14. Булеев Н. И., Ельцова Л. Д., Бирюкова Г. П. «Теплофизика высоких температур», 1966, т. 4, № 4, с. 540.
15. Амшеров Н. А. и др. В кн.: Жидкие металлы. Под ред. П. Л. Кириллова. М., Атомиздат, 1967, с. 15.

Поступила в Редакцию 24.01.79

УДК 621.039.51

Использование теории возмущений при исследовании инженерно-физических характеристик ЯЭУ

ПУПКО В. Я., ЗРОДНИКОВ А. В.

Применение аппарата сопряженных функций и теории возмущений в нейтронно-физических исследованиях хорошо известно [1, 2]. В то же время при исследовании инженерно-физических характеристик ядерных энергетических установок (ЯЭУ) эти методы используются мало. В настоящей статье обсуждаются некоторые предложения по применению методов теории возмущений в практике инженерно-физических исследований. Рассматривается задача определения адекватных моделей для элементов ЯЭУ по их экспериментальным динамическим характеристикам (идентификация элементов ЯЭУ).

Постановка задачи. Под элементом ЯЭУ будем понимать отдельный конструктивный узел установки или несколько таких узлов, объединенных

функциональным признаком (твэл, кассета, реактор, теплообменник и т. п.). Нестационарные физические процессы в элементах ЯЭУ характеризуются зависимостью между изменениями входных и выходных по отношению к процессу параметров (динамическая характеристика элемента). Уравнение или система уравнений, устанавливающие такую зависимость, представляют собой математическую модель динамической характеристики.

Определение моделей динамических характеристик элементов относится к основным задачам, решаемым при экспериментальном исследовании нестационарных процессов в ЯЭУ. В большинстве практических важных случаев эта задача сводится к подгонке априорной математической модели по