

^{137}Cs и ^{134}Cs в целых твэлах и кассетах могут быть измерены γ -спектрометрическим методом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Eder O., Lammer M. In: Proc. IAEA Symp. «Nuclear Data in Science and Technology». Vienna, 1974, v. 1, p. 233.

2. Зарицкая Т. С., Круглов А. К., Рудик А. П. «Атомная энергия», 1976, т. 41, вып. 5, с. 321.
3. Сидоренко В. Д., Беляева Е. Д. Препринт ИАЭ-1171, 1966.
4. Meek M., Rider B. Compilation of Fission Product Yields Vallecitos Nuclear Center». NEDO-12154-1, 1974.

Поступила в Редакцию 30.10.78
В окончательной редакции 14.10.79

УДК 621.039.56

Влияние размещения датчиков на азимутально-радиальную устойчивость реактора

ТОРЛИН Б. З.

Форм-фактор μ , аналогичный рэндалловскому форм-фактору [1], введен для реакторов с N быстродействующими астатическими регуляторами* в работах [2, 3] как собственное число системы

$$\begin{cases} \Delta\varphi + B_0^2\varphi + \Phi_0 \sum_{j=1}^N F_j s_j + \mu\varphi = 0; & (1a) \\ \int_V K_j \varphi dV = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N, & (1b) \end{cases}$$

где B_0 и Φ_0 — невозмущенные материальный параметр и распределение нейтронного потока, функция F_j описывает пространственную локализацию реактивности s_j , вносимой j -м регулирующим стержнем (РС); K_j — весовая функция формирования сигнала датчиков для управления этим РС. Известно [1—6], что пространственная устойчивость реактора по медленным процессам тем выше, чем выше минимальное собственное значение μ_{\min} . Воздействие на μ_{\min} различных систем регулирования, а также влияние различного размещения датчиков и РС изучалось для высотной задачи в работе [3]. В публикации [7] этим же методом изучалось влияние центрального автоматического регулятора на пространственную устойчивость для цилиндрического случая. Очевидно, что с помощью такого регулятора нельзя исправить поле нейтронов при его азимутальном перекосе. Для этого требуется ввести эксцентрично расположенные РС. Детальный анализ устойчивости такой системы со сложным распределением свойств проведен с помощью программы БАСИРА на БЭСМ-6. Качественно, однако, ситуацию можно проанализировать и без применения ЭВМ. Рассмотрим однородный цилиндрический реактор единичного радиуса с нулевыми граничными условиями ($B_0 = 2,405$).

Если тонкие РС размещены в точках с координатами (R_j, θ_j) , $j = 1, 2, \dots, N$, то согласно

* Считается, что регуляторы обладают устойчивостью по быстрым процессам.

работе [8] решением уравнения (1a) будет сумма

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{j=1}^N a_j f_j(r, \theta), \quad (2)$$

где

$$f_j(r, \theta) = N_0(Br_j) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(BR_j) J_n(Br) \frac{N_n(B)}{J_n(B)} \cos n(\theta - \theta_j). \quad (2a)$$

Здесь J_n и N_n — соответственно функции Бесселя и Неймана порядка n ; $B^2 = B_0^2 + \mu$, а r_j — расстояние от места расположения j -го РС до точки с координатами (r, θ) .

Соотношение между коэффициентами a_j и собственные значения B могут быть найдены из условий (1b). Как показано в работах [2, 3], условия (1b) превращаются в $\varphi(r_j, \theta_j) = 0$; $j = 1, 2, \dots, N$ (r_j и θ_j — полярные координаты j -го датчика), если каждый регулятор настроен на поддержание заданного потока нейтронов в месте расположения своего датчика.

Рассмотрим пример симметричного по азимуту размещения шести РС на радиусе ρ и шести датчиков, установленных на радиусе r_g на тех же лучах, что и РС. Обозначив $f_1 = f_1(r_g, 0)$; $f_2 = f_1(r_g, \pi/3)$; $f_3 = f_1(r_g, 2\pi/3)$ и $f_4 = f_1(r_g, \pi)$, вместо условия (1b) будем иметь $\hat{A}a = 0$, где a — вектор с компонентами a_j , а матрица \hat{A} имеет вид

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ b_2 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ b_3 & b_2 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_4 & b_3 & b_2 & b_1 & b_2 & b_3 \\ b_5 & b_4 & b_3 & b_2 & b_1 & b_2 \\ b_6 & b_5 & b_4 & b_3 & b_2 & b_1 \end{pmatrix},$$

где $b_l = f_l$.

Матрица \hat{A} относится к классу циркулянтных [9]. Воспользовавшись свойством этих матриц, преобразуем ее к диагональному виду и получим следующие четыре трансцендентных уравнения

для определения B :

$$\begin{aligned} b_1 + 2(b_2 + b_3) + b_4 &= 0; \\ b_1 + b_2 - b_3 - b_4 &= 0; \\ b_1 - b_2 - b_3 + b_4 &= 0; \\ b_1 - 2(b_2 - b_3) - b_4 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставив вместо b_i соответствующие выражения, после элементарных преобразований получим

$$N_0(Br_1) + 2N_0(Br_2) + 2N_0(Br_3) + N_0(Br_4) - 6 \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{|6n|} = 0; \quad (3a)$$

$$N_0(Br_1) + N_0(Br_2) - N_0(Br_3) - N_0(Br_4) - 6 \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{|1+6n|} = 0; \quad (3б)$$

$$N_0(Br_1) - N_0(Br_2) - N_0(Br_3) + N_0(Br_4) - 6 \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{|2+6n|} = 0; \quad (3в)$$

$$N_0(Br_1) - 2N_0(Br_2) + 2N_0(Br_3) - N_0(Br_4) - 6 \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{|3+6n|} = 0, \quad (3г)$$

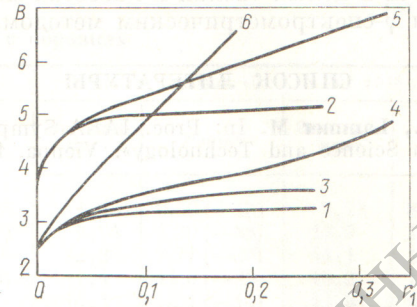
где $U_k = J_k(B\rho) J_k(Br_g) \frac{N_k(B)}{J_k(B)}$; r_i — расстояние от первого РС до i -го датчика, $r_1 = |r_g - \rho|$.

Кроме суммы (2), решением системы (1) в рассматриваемом примере являются функции вида $J_{3n}(Br) \sin 3n\theta$ для тех значений B , при которых

$$J_{3n}(B) = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3д)$$

Таким образом, минимальное собственное значение $B_{\min}^2 = B_0^2 + \mu_{\min}$ следует выбрать из полного набора корней этих уравнений.

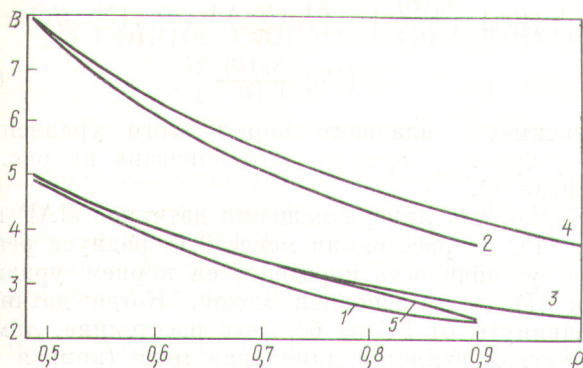
Простейшим из уравнений является (3д). Наименьшим из определяемого им набора значений является $B = 6,380$. Поскольку оно не зависит ни от ρ , ни от r_g , очевидно, что такая система в принципе не способна обеспечить устойчивость реактора, если при отсутствии регуляторов он неустойчив более чем на двух азимутальных модах. Несмотря на сложную форму и остальные уравнения сравнительно просто поддаются анализу, а их наименьшие корни могут быть оценены даже без помощи ЭВМ. Заметим, что с уравнением (3а) связана возможность радиальной стабилизации поля (в том числе поддержания основной моды), а с уравнениями (3б), (3в) и (3г) — главным образом, возможность системы устранять соответственно дипольные, квадрупольные и более высокого порядка азимутальные перекосы нейтронного поля. Уже эти соображения указывают на то, что, в первую очередь, минимальное собственное значение следует искать среди корней уравнения (3а). К такому же выводу можно прийти, обратившись к предельному случаю $r_1 \rightarrow 0$. При этом $N_0(Br_1) \rightarrow -\infty$. Исходя из структуры



Р и с. 1. B как функция расстояния между РС и датчиком: 1 — первый корень уравнения (3а); 2 — первый корень уравнения (3б); 3 — первый корень уравнения (5); 4 — первый корень уравнения (6а); 5 — первый корень уравнения (6б); 6 — первый корень уравнения (7)

выражений U_k , видим, что корнями всех уравнений являются в этом случае нули функций Бесселя. Поэтому минимальными корнями уравнений (3а) — (3г) будут соответственно 2,405; 3,832; 5,136; и 6,380. Та же техника, которая применялась для анализа эффективности эксцентрично расположенных РС в работе [8] при малом r_1 , позволяет легко установить, что с увеличением r_1 эти значения B возрастают. Монотонность их роста во всем диапазоне изменения r_1 в общем случае аналитически показать трудно. Однако это подтверждается численными расчетами, а для больших r_1 будет показано ниже и аналитически. Поэтому искать B_{\min} среди корней уравнений (3г) не следует, и оно может быть исключено из дальнейшего анализа. В тех случаях, когда неустойчивой является только первая азимутальная мода, из рассмотрения может быть исключено также и уравнение (3в). Чаще всего минимальное собственное значение находится из уравнения, связанного с радиальной стабилизацией, т. е. в рассматриваемом примере из уравнения (3а).

Существенная особенность входящих в уравнения (3) сумм — их быстрая сходимость. Как правило, для определения наименьшего из корней достаточно ограничиться одним членом суммы с наименьшим индексом. Для уравнений (3а), (3б) и (3в) ими будут соответственно U_0 , U_1 и U_2 . На рис. 1 показана зависимость от r_1 наименьших корней уравнений (3а) и (3б) при $\rho = 2/3$. Решение получено графическим способом. Учет второго члена суммы приводит к поправке значения корня, не превышающей 3%. Из рис. 1 видно, что устойчивость системы лимитируется младшим корнем уравнения (3а), т. е. фактически устойчивостью основной моды. Причем удаление датчика от РС к краю активной зоны повышает устойчивость в довольно узких пределах. На азимутальную устойчивость это перемещение датчика (кривая 2) воздействует в гораздо большей степени. На рис. 2 показана зависимость младших корней уравнений (3а) и (3б) от положения РС при $r_g = 0,9$.



Р и с. 2. Зависимость B от размещения РС: 1, 2 — первый корень уравнений (3а) и (3б) соответственно; 3, 4 — первый корень уравнения (4) при $l = 0$ и $l = 1$; 5 — первый корень уравнения (5)

Из графиков видно, в каких широких пределах можно воздействовать на устойчивость нейтронного поля удалением РС от датчика. Лимитирующей во всем диапазоне оказывается устойчивость основной моды.

Кривые 3 и 4 на рис. 2 описываются соотношениями $B = 2,405/\rho$ и $B = 3,832/\rho$. Как видно из рис. 2, по мере увеличения расстояния между датчиком и РС расхождение между кривыми 1 и 3, а также между кривыми 2 и 4 уменьшается. Это объясняется следующим образом. Если воспользоваться «теоремой сложения» [10] для функций Неймана, то уравнения (3) легко преобразовать к виду

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{|l+6n|} = 0, \quad l = 0, 1, 2, 3, \quad (4)$$

где

$$V_k = \begin{cases} J_k(B\rho) \left[N_k(Br_g) - J_k(Br_g) \frac{N_k(B)}{J_k(B)} \right] & \text{при } \rho < r_g; \\ J_k(Br_g) \left[N_k(B\rho) - J_k(B\rho) \frac{N_k(B)}{J_k(B)} \right] & \text{при } \rho > r_g. \end{cases}$$

Если члены рядов (4) расположить в порядке возрастания индексов, то их суммы будут сходиться тем быстрее, чем больше разница ρ и r_g . Когда эта разница достаточно велика, для оценки наименьших корней можно ограничиться уравнениями

$$V_l \approx 0, \quad l = 0, 1, 2. \quad (4a)$$

Эти уравнения уже появлялись в работе [7], где отмечалось, что при достаточно больших r_g зависимость от ρ младших корней уравнений (4а) при $l = 0$ и $l = 1$ будет иметь вид, как на рис. 2 (кривые 3 и 4). Из рис. 2 видно, что при $r_g = 0,9$ и $\rho \leq 0,5$ кривые 1 и 3, как и кривые 2 и 4, практически сливаются, т. е. кроме члена с наимень-

шим индексом остальные члены ряда (4) несущественны.

В рассмотренном примере число датчиков и РС было одинаковым. Если же датчиков больше, чем РС, возникает избыточность информации, которой можно распорядиться оптимальным образом. Например, требование минимальности квадратичного

уклонения $\sum_{i=1}^M \varphi_i^2$ нейтронного поля от его стационарного распределения приводит к тому, что выражение (16) преобразуется к виду

$$\sum_{i=1}^M \varphi_i \psi_{ij} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

где M — число датчиков, а φ_i и ψ_{ij} — соответственно отклонение нейтронного поля от стационарного значения и функция влияния j -го РС в месте установки i -го датчика.

Если в системе из предыдущего примера к шести датчикам добавить еще шесть симметричных по азимутальному углу θ и также расположенных на радиусе r_g , то условие (16) по-прежнему будет иметь вид $\Delta a = 0$. Правда, теперь матричные элементы будут более сложным образом выражаться через f_l и функции влияния РС:

$$\begin{aligned} b_1 &= f_1 \psi_1 + 2f_2 \psi_2 + 2f_3 \psi_3 + 2f_4 \psi_4 + \\ &\quad + 2f_5 \psi_5 + 2f_6 \psi_6 + f_7 \psi_7; \\ b_2 &= f_3 \psi_1 + (f_2 + f_4) \psi_2 + (f_1 + f_5) \psi_3 + (f_2 + f_6) \psi_4 + \\ &\quad + (f_3 + f_7) \psi_5 + (f_4 + f_6) \psi_6 + f_5 \psi_7; \\ b_3 &= f_5 \psi_1 + (f_4 + f_6) \psi_2 + (f_3 + f_7) \psi_3 + (f_2 + f_6) \psi_4 + \\ &\quad + (f_1 + f_5) \psi_5 + (f_2 + f_4) \psi_6 + f_3 \psi_7; \\ b_4 &= f_7 \psi_1 + 2f_6 \psi_2 + 2f_5 \psi_3 + 2f_4 \psi_4 + \\ &\quad + 2f_3 \psi_5 + 2f_2 \psi_6 + f_1 \psi_7, \end{aligned}$$

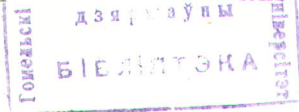
где

$$f_l = f_l(r_g, \theta_l); \quad \theta_l = \pi/6(l-1); \quad \psi_l = \psi_{l,1}.$$

Однако после диагонализации матрицы \hat{A} приходим к тем же четырем уравнениям (3). После подстановки в них вместо b_l соответствующих выражений только первое приобретает вид, отличный от уравнения (3а). Остальные уравнения совпадают с выражениями (3б) — (3г). Поэтому азимутальная устойчивость систем с двенадцатью и шестью датчиками одинакова. Вместо уравнения (3а) получаем

$$\begin{aligned} N_0(Br_1) + 2 \sum_{l=2}^6 N_0(Br_l) + N_0(Br_7) - \\ - 12 \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{|12n|} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Зависимость наименьшего корня этого уравнения от r_1 показана на рис. 1 и 2. Устойчивость реактора по-прежнему лимитируется основной модой, а устойчивость основной моды системы



с двенадцатью датчиками, как видно из рис. 1 (кривая 3) и рис. 2 (кривая 5), незначительно выше, чем у системы с шестью датчиками.

Существенно меняется ситуация, если к шести (или двенадцати) датчикам, установленным равномерно на радиусе r_g , добавить датчик, установленный в центре активной зоны. В этом случае наименьший корень основной моды оказывается даже выше 6,38. Устойчивость реактора определяется значением наименьшего корня уравнения (3б), поскольку появление центрального датчика не сказывается на виде выражений (3б) — (3г). Таким образом, добавление датчика в центре резко повышает устойчивость реактора.

Рассмотрим в заключение ситуацию, характерную для реактора, управляемого локальными автоматическими регуляторами (ЛАР). Остановимся сначала на шести РС, размещенных, как и в предыдущих примерах, равномерно по углу θ на радиусе ρ . Управляющие датчики устанавливаются вокруг каждого РС на расстоянии r_1 . Минимальные собственные значения такой системы следует искать среди корней уравнений

$$N_0(Br_1) + J_0(Br_1) [2N_0(B\rho_2) + 2N_0(B\rho_3) + N_0(B\rho_4) - 6 \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_{|6n|}] = 0; \quad (6a)$$

$$N_0(Br_1) + J_0(Br_1) [N_0(B\rho_2) - N_0(B\rho_3) - N_0(B\rho_4) - 6 \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_{|1+6n|}] = 0, \quad (6б)$$

связанных в первую очередь с основной и дипольной модами нейтронного поля соответственно. Здесь ρ_i — расстояние между первым и i -м РС, $v_l = J_l^2(B\rho) \frac{N_l(B)}{J_l(B)}$. На рис. 1 зависимость от r_1 наименьшего корня уравнений (6а) и (6б) показана для $\rho = 2/3$ (кривые 4 и 5 соответственно).

Обращает на себя внимание, что для ЛАР зависимость B от расстояния между датчиками и РС сильнее, чем во всех предыдущих примерах. Отодвигая датчик от РС, можно обеспечить с помощью ЛАР устойчивость реактора в более широких пределах. Однако с помощью шести РС не удается поднять B_{\min} выше 4,8 (при этом $r_1 = 1/3$). Лимитирующей вновь оказывается устойчивость основной моды. Устойчивость может быть существенно улучшена, если в центре реактора поместить еще один РС, окруженный датчиками на радиусе r_0 . Очевидно, что на азимутальную устойчивость этот ЛАР не повлияет и уравнение (6б) останется неизменным. Вместо уравнения (6а) появится более сложное:

$$\left\{ N_0(Br_1) + J_0(Br_1) \left[2N_0(B\rho_2) + 2N_0(B\rho_3) + N_0(B\rho_4) - 6 \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{|6n|} \right] \right\} \left[N_0(Br_0) - \right.$$

$$\left. - J_0(Br_0) \frac{N_0(B)}{J_0(B)} \right] = 6J_0(Br_0) J_0(Br_1) [N_0(B\rho) - J_0(B\rho) \frac{N_0(B)}{J_0(B)}]^2. \quad (7)$$

Зависимость младшего корня этого уравнения от r_1 при $r_0 = r_1$ и $\rho = 2/3$ показана на рис. 1 (кривая 6).

Видно, что при размещении датчиков ЛАР вокруг РС на расстоянии менее 0,14 радиуса реактора устойчивость определяется корнем уравнения (7), т. е. основной модой. Когда датчики отодвинуты от РС на большее расстояние, лимитирующей является дипольная мода (кривая 5). Когда они удалены от РС на расстояние 0,26 радиуса реактора, $B_{\min} = 6,38$ и дальнейшее увеличение расстояния уже не приводит к росту устойчивости. Для реактора РБМК-1000 это соответствует приблизительно 6 шагам его решетки. Система из семи ЛАР с такой расстановкой датчиков обеспечивает устойчивость реактора, который по критерию Рэндалла был бы неустойчив на двух азимутальных модах и одной радиальной. Установка датчиков вокруг РС на расстоянии не менее 3 шагов решетки может обеспечить устойчивость реактора, который без ЛАР был бы неустойчив на первой азимутальной гармонике.

Все обсуждаемые в работе тенденции влияния расположения датчиков и стержней на устойчивость реактора были подтверждены расчетами по программе БАСИРА. Более подробно об этом будет сообщено в отдельной работе.

В заключение автор приносит свою глубокую признательность А. Д. Галанину, Я. В. Шевелеву, А. М. Афанасьеву, И. Б. Басиной, Б. Б. Бергелсону и другим товарищам, проявившим интерес к работе и обсуждавшим ее результаты, а также Е. Ф. Сабаеву и И. С. Постникову, обратившим его внимание на свойства циркулянтных матриц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Randall D., John D. «Nucleonics», 1958, v. 16, p. 82.
2. Хитчок А. Устойчивость ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1963.
3. Афанасьев А. М., Торлин Б. З. «Атомная энергия», 1977, т. 43, вып. 4, с. 243.
4. Емельянов И. Я., Гаврилов П. А., Селиверстов Б. Н. Управление и безопасность ядерных энергетических реакторов. М., Атомиздат, 1975.
5. Афанасьев А. М., Торлин Б. З. В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. Динамика ЯЭУ. Вып. 2(6). М., Изд. ЦНИИАтоминформ, 1974, с. 91.
6. Постников И. С. Там же, вып. 1, 1974, с. 5.
7. Торлин Б. З. «Атомная энергия», 1978, т. 54, вып. 6, с. 457.
8. Галанин А. Д. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М., Атомиздат, 1959.
9. Соболев О. С. Однотипные связанные системы регулирования. М., Энергия, 1973.
10. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.

Поступила в Редакцию 02.07.79