

Рис. 3. Влияние жесткости спектра на зависимость $^{154}\text{Eu}/^{155}\text{Eu}$ от $^{137}\text{Cs}/^{134}\text{Cs}$

ные определены с достаточной точностью и используемые в теоретическом анализе нуклиды могут быть экспериментально идентифицированы. Впрочем, по-видимому, более рационально не требовать высокой экспериментальной точности в каждой исходной физической постоянной, а проводить глобальную корректировку по реперному эксперименту специально для конкретно рассматриваемого энергетического ядерного реактора.

Авторы надеются, что по расчетам процессов образования большого числа различных продуктов деления можно будет восстановить спектр нейтронов и для нескольких делящихся нуклидов в различных теплотехнических режимах эксплуатации ядерных реакторов.

Поступила в Редакцию 15.04.80

ПРИМЕЧАНИЕ

В журнале «Атомная энергия» (1980, т. 48, вып. 5, с. 204) появилась статья Б. А. Бибичева и др. «Полуземперический метод расчета изотопного состава урана и плуто-

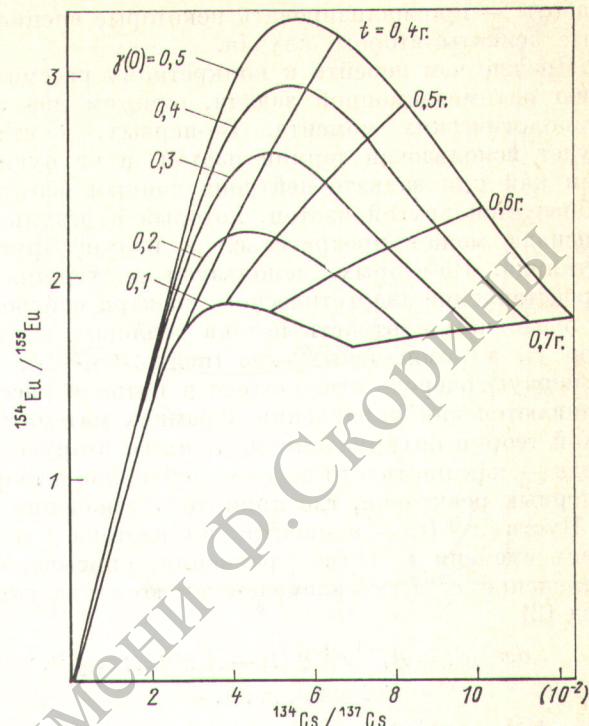


Рис. 4. Влияние жесткости спектра на зависимость $^{154}\text{Eu}/^{155}\text{Eu}$ от $^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$

ния в облученном топливе ВВЭР», в которой с помощью формул из книги А. К. Круглова и А. П. Рудика «Искусственные изотопы и методика расчета их образования в ядерных реакторах» по абсолютным экспериментальным значениям концентрации ^{134}Cs и ^{137}Cs и по известному начальному количеству ядерного топлива и истории облучения восстановлена начальная жесткость спектра $\gamma(0)$ и плотность потока тепловых нейтронов $\Phi(0)$ и с их помощью рассчитаны концентрации актиноидов. Очень хорошее совпадение экспериментальных и расчетных данных в работе Б. А. Бибичева и других вселяет надежду и на перспективность предлагаемого нами расчетно-экспериментального метода определения $\gamma(0)$, согласно которому измеряются только относительные концентрации продуктов деления и нет необходимости знать историю облучения и количество облученного ядерного топлива

сентябрь 1980 г.

УДК 621.039

Вырожденные оптимальные режимы облучения изотопов

ГЕРАСИМОВ А. С., РУДИК А. П.

В общем случае оптимальный процесс может существовать лишь тогда, когда имеются по крайней мере два эффекта, конкурирующие между собой. Применительно к оптимальным режимам облучения изотопов [1] это может быть конкуренция между распадом и выгоранием изотопов, если энергетическая зависимость сечений примерно одинакова^{*} для различных изотопов, и между выгора-

нием и образованием изотопов в различных областях энергетического спектра нейтронов, если энергетическая зависимость сечений существенно различна для различных изотопов *.

Первый случай в общем плане достаточно подробно разобран в работе [1]; цель настоящей

* Конечно, и во втором случае может быть конкуренция между распадом и выгоранием изотопов.

работы — проанализировать некоторые специальные аспекты второго случая.

Прежде чем перейти к конкретному рассмотрению оптимизационной задачи, отметим два терминологических момента. Во-первых, в статье будет использован термин изотоп, а не нуклид, так как при захвате нейтрона данным изотопом образуется другой изотоп, который в результате распада может превратиться в изотоп другого нуклида. Во-вторых, используем двухгрупповое представление энергетического спектра нейтронов и обозначим плотность потока тепловых нейтронов U , а резонансных — ω [нейтр. / (см²·с)], ибо в первую очередь эти плотности потоков рассматриваются как управления в рамках математической теории оптимизации (и лишь во вторую очередь — как плотности потоков нейтронов в теории ядерных реакторов, где принято обозначение Φ).

Пусть $x^{(i)}(t)$ — концентрация изотопа i в момент времени t . Тогда уравнения, описывающие изменение $x^{(i)}(t)$ со временем, имеют стандартный вид [2]

$$\frac{dx^{(i)}}{dt} = A_i^{i-1} x^{(i-1)}(t) - A_i x^{(i)}(t) \equiv f^{(i)}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где A_i^{i-1} — скорость превращения изотопа $i-1$ в изотоп i ; A_i — полная скорость исчезновения изотопа i ; n — общее число изотопов в рассматриваемой цепочке (ниже в некоторых случаях n будем называть также числом звеньев в цепочке).

При формулировке оптимизационной задачи система уравнений (1) дополняется минимизируемым функционалом J :

$$J = \int_0^T f^0[x^{(1)}, \dots, x^{(n)}; \mathbf{W}] dt, \quad (2)$$

где f^0 — заданная функция своих аргументов; \mathbf{W} — вектор управления (в двухгрупповом приближении его компоненты — U и ω), от которого зависят A_i^{i-1} и A_i , $i = 1, \dots, n$; T — время облучения (которое может быть либо задано, либо определено при решении оптимизационной задачи). На базе уравнений (1) и функционала (2) вводится гамильтониан

$$\mathcal{H} = \sum_{i=0}^n \psi_i f^{(i)}, \quad (3)$$

причем сопряженные функции ψ_i ($i = 1, \dots, n$) определяются из уравнений

$$d\psi_i(t)/dt = -\partial \mathcal{H} / \partial x^{(i)}, \quad (4)$$

а сопряженную функцию ψ_0 удобно взять равной $\psi_0 = -1$. Уравнения (1) и (4) следует дополнить граничными условиями: значениями $x^{(i)}(0)$ при $i = 1, \dots, n$ и $\psi_k(T) = 0$ для тех k , для которых не определено $x^k(T)$.

В величины A_i^{i-1} и A_i , вообще говоря, могут входить три типа членов: λ (始终坚持 λ — постоянная рас-

пада некоторого изотопа); σU (σ — сечение взаимодействия нейтронов при тепловых энергиях); $I\omega$ (I — резонансные интегралы). Нас будут интересовать только случаи, когда ни в одну скорость реакции A_i^{i-1} и A_i ($i = 1, \dots, n$) не входит λ .

Вырожденная оптимизационная задача. Пусть

$$\begin{aligned} A_i^{i-1} &= \sigma_i^{(i-1)} U + I_i^{i-1} \omega; \\ A_i &= \sigma_i U + I_i \omega. \end{aligned} \quad (5)$$

Введем новую переменную s ($ds = U dt$) и управление $\Omega = \omega/U$. Тогда система уравнений (1) может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} dx^{(i)}/ds &= (\sigma_i^{(i-1)} + I_i^{i-1} \Omega) x^{(i-1)} - \\ &- (\sigma_i + I_i \Omega) x^{(i)} \equiv \tilde{f}^{(i)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\tilde{f}^{(i)} = f^{(i)}/U$. Для определенности предположим, что $x^{(1)}(0) = 1$, $x^{(i)}(0) = 0$, $i \neq 1$, и найдем максимум величины $x^{(n)}(T)$, т. е. минимум функционала J , равного

$$J = -x^{(n)}(T) = - \int_0^T \frac{dx^{(n)}}{dt} dt = - \int_0^S \frac{dx^{(n)}}{ds} ds, \quad (7)$$

где $S = \int_0^T U(t) dt$. Если время облучения T не фиксировано, то не фиксировано и значение S . Будем также считать, что конечное состояние определено условием $x^{(1)}(T) = A$. Тогда в силу условий трансверсальности $\psi_i(T) = 0$, $i > 1$, а величина $\psi_1(T)$ не определена. С физической точки зрения рассматривается задача о получении максимального количества n -го изотопа при заданной глубине выгорания первого изотопа при нефиксированном времени облучения и при управлении $U(t)$ и $\omega(t)$, удовлетворяющих известным ограничениям

$$U_{\min} \leq U(t) \leq U_{\max}; \quad \omega_{\min} \leq \omega(t) \leq \omega_{\max}. \quad (8)$$

Эта вырожденная задача имеет следующие особенности.

Во-первых, так как нет λ в A_i^{i-1} и A_i и не задано T , то нет величин [кроме $U(t)$ и $\omega(t)$], имеющих размерность времени. Следовательно, единственно возможная комбинация U и ω , входящая в решение задачи, — это их отношение Ω . Величина S однозначно определяется через $x^{(1)}(0)$ и $x^{(1)}(T) = A$, но при этом вид $U(t)$ не фиксируется. Если же в A_i^{i-1} или A_i входит λ или задано время облучения T , то появляется величина размерности времени, вырождение снимается, и становятся важными временные зависимости отдельно для каждого управления $U(t)$ и $\omega(t)$.

Во-вторых, если, например, $U_{\min} = 0$, и этому U_{\min} соответствует оптимальный режим *, то

* Конечно, приводимое рассуждение справедливо и для случая, когда меняются местами U и ω и $\omega_{\min} = 0$.

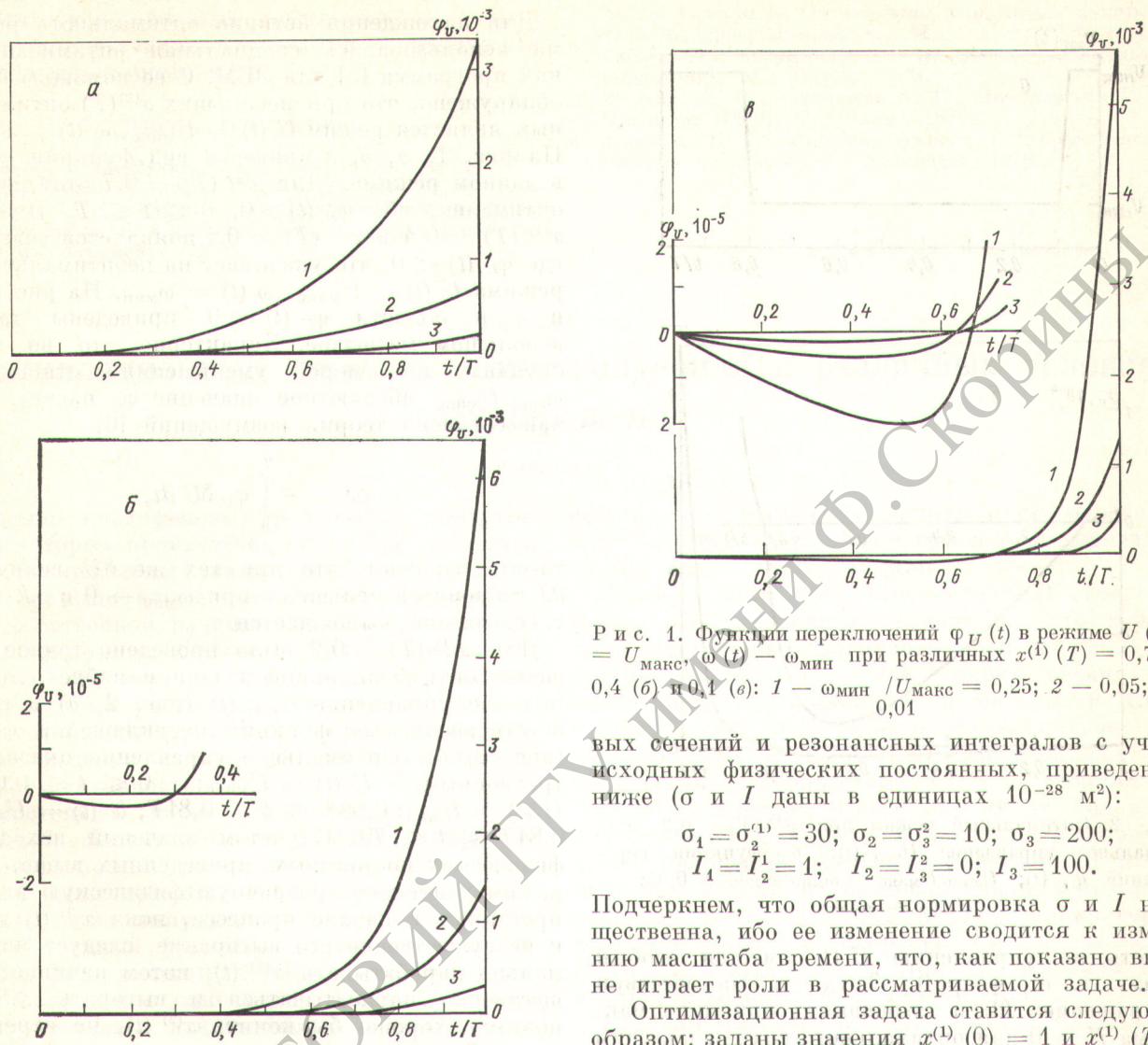


Рис. 1. Функции переключений $\Phi_U(t)$ в режиме $U(t) = U_{\max}, \omega(t) - \omega_{\min}$ при различных $x^{(1)}(T) = 0,7$ (а); 0,4 (б) и 0,1 (в): 1 — $\omega_{\min}/U_{\max} = 0,25$; 2 — 0,05; 3 — 0,01

вых сечений и резонансных интегралов с учетом исходных физических постоянных, приведенных ниже (σ и I даны в единицах 10^{-28} м^2):

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_2^{(1)} = 30; \quad \sigma_2 = \sigma_3^2 = 10; \quad \sigma_3 = 200; \\ I_1 &= I_2^1 = 1; \quad I_2 = I_3^2 = 0; \quad I_3 = 100.\end{aligned}$$

Подчеркнем, что общая нормировка σ и I несущественна, ибо ее изменение сводится к изменению масштаба времени, что, как показано выше, не играет роли в рассматриваемой задаче.

Оптимизационная задача ставится следующим образом: заданы значения $x^{(1)}(0) = 1$ и $x^{(1)}(T) = A$; величина T не фиксирована; двухгрупповое приближение с управлением $U(t)$ и $\omega(t)$, подчиняющимся ограничениям (8); требуется найти такие $U_{\text{опт}}(t)$ и $\omega_{\text{опт}}(t)$, чтобы величина $x^{(3)}(T)$ достигала максимума.

Проанализируем в этом примере возможность возникновения особых оптимальных режимов [4]. Согласно выражениям (1), (2), (3) и (5) гамильтониан H можно представить в виде

$$\mathcal{H} = \varphi_U + \varphi_\omega \omega, \quad (9)$$

причем для рассматриваемого примера функции переключений φ_U и φ_ω равны соответственно:

$$\begin{aligned}\varphi_U &= -\sigma_1 x^{(1)} \psi_1 + \sigma_2^1 x^{(1)} \psi_2 - \sigma_2 x^{(2)} \psi_2 + \sigma_3^2 x^{(2)} \times \\ &\times [\psi_3 - \psi_0] - \sigma_3 x^{(3)} [\psi_3 - \psi_0]; \\ \varphi_\omega &= -I_1 x^{(1)} \psi_1 + I_2^1 x^{(1)} \psi_2 - I_2 x^{(2)} \psi_2 + I_3^2 x^{(2)} \times \\ &\times [\psi_3 - \psi_0] - I_3 x^{(3)} [\psi_3 - \psi_0].\end{aligned} \quad (10)$$

Подчеркнем, что функция φ_U переходит в функцию φ_ω при замене $I \rightleftharpoons \sigma$.

согласно уравнениям (5) A_i^{i-1} и A_i пропорциональны управлению ω , и в исходную систему уравнений (1) и в функцию $f^{(0)}$ из минимизируемого функционала (2) управление U не входит. Поэтому можно ввести величину s ($ds = \omega dt$), и задача вообще перестает зависеть от управления, а зависит только от аргумента s — вопрос об оптимальности отпадает, а величина S находится из граничных условий. С физической точки зрения отсутствие оптимизационной задачи объясняется тем, что при $U(t) = U_{\min} = 0$ исчезает возможность существования конкурирующих процессов.

Методический пример. Продемонстрируем особенности вырожденной оптимизационной задачи на простейшей трехзвенной цепочке, описываемой системой уравнений (1). Преследуя чисто методические цели, используем опыт монографии [3] и выберем сугубо модельные значения тепло-

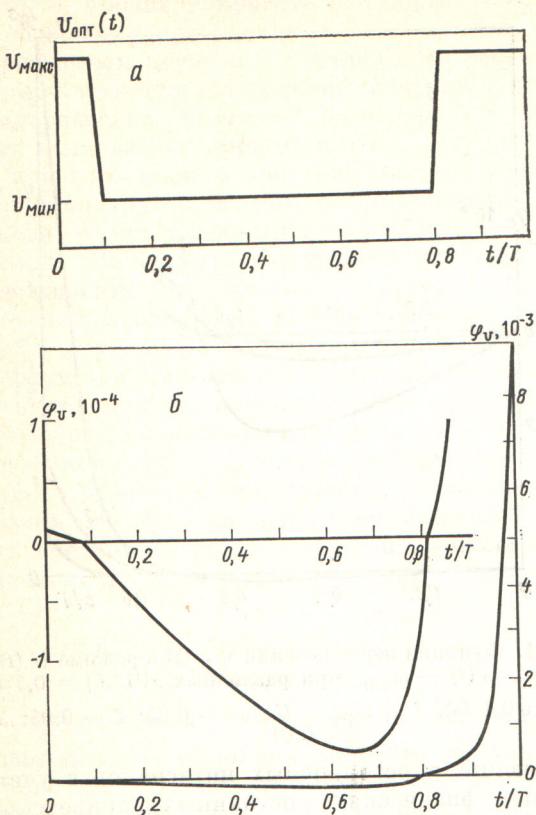


Рис. 2. Оптимальный режим при $x^{(1)}(T) = 0,2$: а — оптимальное управление $U_{\text{опт}}(t)$; б — функция переключений $\varphi_U(t)$; $U_{\text{мин}}/U_{\text{макс}} = \omega_{\text{мин}}/\omega_{\text{макс}} = 0,25$; $U_{\text{макс}} = \omega_{\text{макс}}$

Пусть по управлению $U(t)$ имеется особый режим, т. е. $\varphi_U = 0$. Тогда в соответствии с выражением (9) и требованием принципа максимума $H = 0$ для оптимального случая получим и $\varphi_\omega = 0$, т. е. если есть особый режим, то он возникает одновременно и по управлению $U(t)$ и по управлению $\omega(t)$, что находится в согласии с утверждением, высказанным ранее, что есть только одно существенное управление Ω . Далее найдем $d\varphi_U/dt$:

$$\begin{aligned} d\varphi_U/dt = \omega \{ (\sigma_1 I_2^1 - \sigma_2^1 I_1 + \sigma_1^1 I_2 - \sigma_2 I_2^1) \times \\ \times \psi_2 x^{(1)} + (\sigma_3^2 I_2^1 - \sigma_2^1 I_3^2) (\psi_3 - \psi_0) x^{(1)} + \\ + (\sigma_3^2 I_3 - \sigma_3 I_3^2 + \sigma_2 I_3^2 - \sigma_3^2 I_2) (\psi_3 - \psi_0) x^{(2)} \}. \quad (11) \end{aligned}$$

Воспользовавшись соотношением $\varphi_U \rightleftharpoons \varphi_\omega$ при $\sigma \rightleftharpoons I$ (или путем непосредственных расчетов), легко убедиться в том, что

$$\frac{1}{U} \frac{d\varphi_\omega}{dt} = - \frac{1}{\omega} \frac{d\varphi_U}{dt}. \quad (12)$$

Таким образом, действительно, особое управление возникает одновременно и по $U(t)$, и по $\omega(t)$.

Для нахождения истинно оптимального режима использовалась специальная оптимизационная программа [5] для ЭВМ. С ее помощью было обнаружено, что при небольших $x^{(3)}(T)$ оптимальным является режим $U(t) = U_{\text{макс}}, \omega(t) = \omega_{\text{мин}}$. На рис. 1, а, б, в приведен вид функции $\varphi_U(t)$ в данном режиме. Для $x^{(1)}(T) = 0,7$ этот режим оптимален, ибо $\varphi_U(t) > 0, 0 \leq t \leq T$. Но при $x^{(1)}(T) = 0,4$ и $x^{(1)}(T) = 0,1$ появляется участок, где $\varphi_U(t) < 0$, что указывает на неоптимальность режима $U(t) = U_{\text{макс}}, \omega(t) = \omega_{\text{мин}}$. На рис. 1, б и в в области $\varphi_U(t) < 0$ приведены также в большом масштабе. Характерно, что во всех случаях по мере уменьшения отношения $\omega_{\text{мин}}/U_{\text{макс}}$ абсолютное значение φ_U падает. Так как согласно теории возмущений [6]

$$\delta J = - \int_0^T \varphi_U \delta U dt, \quad (13)$$

то это означает, что при тех же δU величина δJ становится меньше, а при $\omega_{\text{мин}} \rightarrow 0$ и $\delta J \rightarrow 0$, т. е. задача вырождается.

Для $x^{(1)}(T) = 0,2$ было проведено точное решение оптимизационной задачи и найдено оптимальное управление $U_{\text{опт}}(t)$ (рис. 2, а) и соответствующая ему функция переключений $\varphi_U(t)$ (рис. 2, б). Оптимальное управление оказалось трехзонным: $U(t) = U_{\text{макс}}, 0 \leq t \leq 0,08T$; $U(t) = U_{\text{мин}}, 0,08T \leq t \leq 0,81T$; $U(t) = U_{\text{макс}}, 0,81T \leq t \leq T^*$. С учетом значений исходных физических постоянных, приведенных выше, этот режим допускает прозрачную физическую интерпретацию: в начале процесса, пока $x^{(3)}(t)$ мало и не существенно его выгорание, следует максимально нарабатывать $x^{(2)}(t)$; потом начинает существенно нарабатываться и выгорать $x^{(3)}(t)$; поэтому хорошо бы копить $x^{(2)}(t)$, не переводя его в $x^{(3)}(t)$ — этому соответствует участок $U(t) = U_{\text{мин}}$; и, наконец, надо максимально быстро перевести $x^{(2)}(t)$ в $x^{(3)}(t)$ — этому соответствует $U(t) = U_{\text{макс}}$.

Обратим внимание на следующее интересное обстоятельство. Согласно формуле (11) $d\varphi_U/dt \sim \omega$, и поэтому в точках переключения управления U (чему соответствует и переключение управления ω) появляется излом в функции $\varphi_U(t)$.

Выводы. Среди оптимизационных задач по облучению изотопов в ядерных реакторах существуют вырожденные задачи. Возникают они тогда, когда в изучаемом процессе нет распадных переходов и не задано время облучения. Эти задачи характерны тем, что в оптимальном режиме, являющемся их решением, определяется не абсолютная временная зависимость каждого участка

* При этом $U_{\text{мин}}$ соответствует $\omega_{\text{макс}}$, а $U_{\text{макс}} = \omega_{\text{мин}}$.

энергетического спектра нейтронов, а только относительная взаимная зависимость различных энергетических интервалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зарицкая Т. С., Рудик А. П. Препринт ИТЭФ-537. М., 1967; Атомная энергия, 1969, т. 26, вып. 5, с. 432.
2. Круглов А. К., Рудик А. П. Искусственные изотопы и методика расчета их образования в ядерных реакторах. М., Атомиздат, 1977.

3. Табак Д., Куо Б. Оптимальное управление и математическое программирование. М., Наука, 1975, с. 191.
4. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Особые оптимальные управления. М., Наука, 1973.
5. Воловик А. И., Герасимов А. С., Немировская С. А. Препринт ИТЭФ № 110. М., 1979.
6. Рудик А. П. Оптимизация физических характеристик ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1979.

Поступила в Редакцию 15.04.80

УДК 539.1.074.3

Сцинтилляционный детектор гамма-излучения в различных условиях экранирования

СОБОРНОВ О. П.

Создание низкофоновых подземных лабораторий, в которых практически полностью исключен вклад космического излучения в фон спектрометра, открыло новые возможности для определения собственной радиоактивности компонентов сцинтилляционных блоков (СЦБ) и проведения сравнительной оценки условий экранирования, обеспечиваемых различными защитными камерами. Изготовление последних сопряжено с трудностями подбора материалов, имеющих низкую удельную активность.

В настоящей работе приведены результаты измерений, выполненных в лучших отечественных лабораториях с помощью низкофоновых СЦБ, которые были приняты в качестве образцовых. Скорость счета импульсов собственного излучения (собственный фон) СЦБ на основе монокристалла и фотоумножителя (ФЭУ) в соответствующей упаковке или сцинтилляционного детектора из монокристалла в контейнере с отражателем, работающим в сочетании с ФЭУ, нам была неизвестна, как неизвестен вклад отдельных конструкционных элементов в собственный фон. Эти величины определяли косвенно — по результатам измерений фоновой скорости счета в камерах, где внешнее излучение сведено к минимуму и практически отсутствует.

Измерительная аппаратура. Использовались многоканальные амплитудные анализаторы АИ-256, АИ-4024, НТА-512В, ИКА-70 и D1DАС-4000, источники высокого напряжения Б5-24 и БНБ2-95, а также образцовые СЦБ [1].

Главными компонентами основного СЦБ являются сцинтиллятор NaI(Tl) диаметром 76×76 мм с ФЭУ-110, заключенные в корпус из бескислородной меди с монтажными деталями (включая панель ФЭУ из фторопластика). Высокое энергетическое разрешение СЦБ, равное $(7,0 \pm 0,1)\%$ по фотопику ^{137}Cs , обеспечило надежную индентификацию источников фонового излучения и спо-

собствовало снижению погрешностей определения скорости счета в энергетическом диапазоне от 0,3 до 5,0 или 7,0 МэВ.

Размеры кристалла основного СЦБ соответствуют международному стандарту. Это позволяет в дальнейшем сравнивать наши данные с результатами исследователей других стран, использующих низкофоновые детекторы и СЦБ с кристаллами аналогичного размера. Кроме основного СЦБ в некоторых сравнительных исследованиях использовали СЦБ с кристаллом NaI(Tl) диаметром 100×100 мм (с колодцем диаметром 33×60 мм), сопряженным с ФЭУ-110 через кварцевый световод толщиной 20 мм и имеющим корпус из бескислородной меди. Разрешение этого СЦБ 9,3%. Этой аппаратурой измеряли фоновую скорость счета (имп./мин) СЦБ. В дальнейшем в этом же значении для краткости используется термин фон.

Условия измерений. Исследования были проведены в низкофоновых камерах, расположенных как на поверхности, так и глубоко под землей и имеющих однослоиную или многослойную защиту, а также дополнительную систему детекторов активной защиты в режиме антисовпадений. Таким образом, были изучены практические все пути снижения фона, включая активную защиту от ядерно-активного компонента космического излучения. Исключение составляли специальные режимы анализа с применением электронных методов, например метода совпадений.

На рис. 1 схематически показано устройство исследуемых камер. Все размеры (в скобках), кроме указанных особо, даны в миллиметрах.

Камера 1 расположена в Приэльбрусье в туннеле (Баксанское ущелье) под слоем пород, равновесным 660 м водного эквивалента (м. в. э.). Стены лаборатории сделаны из низкоактивного бетона (500) и дунита (500). Камера изготовлена из свинца (45), меди (50), плексигласа (200),