

Представление функции распределения в виде (16) отражает тот факт, что нейтроны, попавшие из менее плотной среды в более плотную, вылетают из той же точки, в которую они влетели, поскольку в более плотной среде они имеют значительно меньшую длину свободного пробега. Кроме этого, диффузия нейтронов в более плотной среде на значительные расстояния обусловлена нейтронами, попавшими в нее из менее плотной среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вейнберг А., Вигнер Е. Физическая теория ядерных реакторов. М., Изд-во иностр. лит., 1961.

2. Ямпольский П. А. Нейтроны атомного взрыва. М., Атомиздат, 1961.
3. Казарновский М. В. В кн.: Труды ФИАН, 1959, т. 11, с. 176.
4. Казарновский М. В. В кн.: Теоретические и экспериментальные проблемы нестационарного переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1972.
5. Медведев Ю. А., Метелкин Е. В. «Атомная энергия», 1980, т. 48, вып. 5, с. 308.
6. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., «Наука», 1971.

Поступило в Редакцию 19.02.80

УДК 621.039.564.2:621.039.512.45

Перекосы поля нейтронов в реакторах при случайно распределенных возмущениях макросечений

ГОРИУНОВ В. К.

При восстановлении поля нейтронов по результатам измерений в отдельных областях реактора, а также при физическом расчете мощности ТВС возникает вопрос о точности получаемых результатов, в частности, о связи между точностью результата и погрешностью исходных данных — макроскопических сечений взаимодействия. В большом числе задач можно или приходится предполагать случайным распределение погрешностей в макросечениях по элементам активной зоны, например, по ТВС.

Изменение первоначального поля нейтронов в результате наложения случайно распределенных возмущений макросечений при большом числе ТВС не является тривиальным повторением характера возмущений. «Мелкомозаичная» структура кусочно-постоянных в пределах каждой ТВС возмущений, как оказалось, приводит к глобальным, охватывающим до половины активной зоны перекосам поля нейтронов.

Для практики имеет также важное значение факт многократного усиления размаха флуктуаций поля нейтронов в сравнении с характерными значениями возмущений. Оценки средних квадратических флуктуаций мощности ТВС при среднем квадратическом возмущении макросечений 1 % сделаны в работах [1—3] методом статистического моделирования. Результаты показывают 2,5—11-кратное усиление флуктуаций в мощности ТВС для реакторов на тепловых нейтронах с большими размерами активной зоны.

Предложенную ранее модель [4] аналитического описания перекоса полей нейтронов и плотности энергораспределения можно рассматривать как решение уравнения диффузии для отклонения потока от первоначального при наличии случайно распределенных возмущений в критическом реакторе. Результаты указанных численных экспериментов удовлетворительно описываются этой моделью [5]. Оказалось, что флуктуации в поле нейтронов определяются следующими характеристиками реактора и возмущений: чувствительностью материального параметра к данному возмущению свойств активной зоны; законом распределения возмущений и, в частности, при гауссовом законе степенью их скоррелированности и средним квадратическим значением возмущения; свойствами отражателя и размерами активной зоны.

В реакторе радиусом R при граничном условии $(\Phi'_0/\Phi_0)|_{r=R} = -\lambda$ дисперсия относительных флуктуаций поля нейтронов согласно работе [4] выражается рядом из произведения радиально-азимутальных гармоник $J_m(\mu \frac{r}{R}) \exp[im(\varphi + \varphi_m)]$ — собственных функций невозмущенного уравнения (φ_m — случайная фаза i -й гар-

моники):

$$\left\langle \left[\frac{\delta\Phi(r, \varphi)}{\Phi_0(r, \varphi)} \right]^2 \right\rangle = \left(\frac{\partial \kappa_0^2}{\partial x} \sigma_x \right)^2 R^2 \int_{S_{a.3}} \rho(r') dr' \times \\ + \sum_{m, \eta, \gamma} a_m^{\eta\gamma}(\lambda R) \frac{J_m(\mu_m^{(\eta)} \frac{r}{R}) J_m(\mu_m^{(\gamma)} \frac{r}{R})}{[J_0(\mu_0^{(1)} \frac{r}{R})]^2}. \quad (1)$$

Здесь $\delta\Phi(r, \varphi)$ — отклонение поля нейтронов в точке с координатами (r, φ) относительно невозмущенного поля $\Phi_0(r, \varphi)$; $(\partial \kappa_0^2 / \partial x) \sigma_x$ — изменение материального параметра при отклонении свойства активной зоны x (макросечения какого-либо процесса, обогащения, плотности, температуры и др.) от первоначального на значение среднего квадратического возмущения σ_x (вычисляется, например, по двухгрупповому уравнению критичности); $\rho(r)$ — нормированная автокорреляционная функция для возмущений, при отсутствии корреляции возмущений между разными ТВС $\rho(r)$ имеет Π -образный в пределах одной ТВС вид и интеграл от нее равен площади ТВС в плане активной зоны; $J_0(\mu_0^{(1)} \frac{r}{R}) = \Phi_0(r, \varphi)$ — функция распределения невозмущенного поля нейтронов; $a_m^{\eta\gamma}(\lambda R)$ — зависящие от альbedo отражателя доли вклада произведений гармоник в дисперсию поля.

С целью интерпретации полученного результата рассмотрим случайную функцию координат $\delta\Phi(r)$, которая является суммой радиально-азимутальных гармоник $f_n(r)$ со случайными амплитудами z_n

$$\delta\Phi(r) = \sqrt{A} \sum_n z_n f_n(r). \quad (2)$$

Дисперсия этой функции в относительных единицах при гауссовом распределении случайных величин z_n с дисперсией σ_n^2 равна

$$\left\langle \left[\frac{\delta\Phi(r)}{f_0(r)} \right]^2 \right\rangle = A \sum_{n, l} k_{nl} \sigma_n \sigma_l \frac{f_n(r) f_l(r)}{[f_0(r)]^2}, \quad (3)$$

где k_{nl} — коэффициент корреляции между z_n и z_l . Сравнение формул (1) и (3) позволяет установить, что $a_m^{\eta\gamma} = \sigma_m^2$ и некоторые другие соответствия.

В таблице приведены результаты расчета средних квадратических значений амплитуд и коэффициенты корреляции между амплитудами различных гармоник. Следует отметить:

Параметры перекоса поля нейтронов в зависимости от краевых условий

$$H = [-R/\Phi(r)] [\partial\Phi(r)/\partial r] |_{r=R}$$

Статистические параметры вклада гармоник	H	Номер гармоники «mγ» (m — азимутальной, γ — радиальной)								
		«02»	«11»	«12»	«21»	«22»	«31»	«32»	«41»	«42»
Средняя квадратическая амплитуда	100	0,0472	0,1399	0,0416	0,0620	0,0290	0,0370	0,0217	0,0251	0,0169
	1	0,0814	0,2912	0,0705	0,1432	0,0500	0,0928	0,0383	0,0675	0,0307
	0,01	0,0953	0,4783	0,0824	0,2312	0,0592	0,1478	0,0459	0,1066	0,0373
Коэффициент корреляции между амплитудами («m1») и («m2») гармоник	100			0,278		0,283		0,285		0,285
	1			0,099		0,089		0,082		0,075
	0,01			0,001		0,001		0,001		0,001
Вероятность преобладания гармоники в среднем по реактору, %	100	8,3	60,7	5,3	16,3	1,6	4,2	0,5	1,0	2,1
	1	4,1	70,4	1,5	17,9	0,2	4,6	0,0	1,2	0,0
	0,01	2,7	72,9	1,0	17,8	0,2	4,3	0,0	1,1	0,0
Схематическое изображение линии нулей гармоники										

резкое снижение вклада с ростом номера радиальных гармоник и менее резкое снижение вклада с ростом номера азимутальных гармоник;

снижение степени скоррелированности вкладов радиальных гармоник с уменьшением λR (т. е. при переходе от реактора без отражателя к реактору с идеальным отражателем) и отсутствие корреляции между азимутальными гармониками;

рост вкладов с уменьшением λR и одновременное перераспределение вкладов гармоник по величине за исключением двух первых ($\gamma = 1$; $m = 1, 2$).

Таким образом, следствием случайно распределенных возмущений свойств активной зоны является появление перекоса поля нейтронов. Перекос описывается суммой нескольких первых радиально-азимутальных гармоник со случайными амплитудами. Среднее по реализациям значение каждой амплитуды равно нулю, дисперсия (при гауссовом характере возмущения) равна произведению множителя перед знаком суммы в формуле (1) на $a_m^{\eta\eta}$. Чем больше дисперсия, тем более вероятно отклонение данной амплитуды от нуля, следовательно, больший вклад дает данная гармоника в перекоз поля. Если, например, рассматривать лишь две статистически независимые гармоники в перекозе, то вероятность преобладания одной из них в среднем по реактору определяется формулой

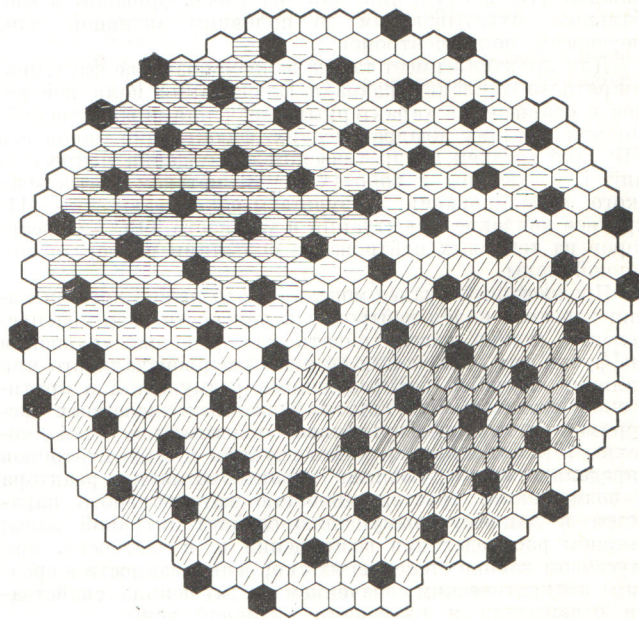
$$P \left(\left| z_1 \frac{f_1(r)}{f_0(r)} \right| > \left| z_2 \frac{f_2(r)}{f_0(r)} \right| \right) = \frac{4}{\pi \sqrt{\sigma_1^2 \sigma_2^2}} \int_0^\infty dx \int_0^x dy \times \\ \times \exp \left(-\frac{x^2}{\sigma_1^2} - \frac{y^2}{\sigma_2^2} \right) = \\ = \begin{cases} 1 - \frac{2}{\pi} \arctg \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}} \geq \sigma_2^2; \\ \frac{2}{\pi} \arctg \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}} \leq \sigma_2^2, \end{cases}$$

где $\bar{\sigma}_i^2$ — усредненная по реактору дисперсия вклада i -й гармоники:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sigma_i^2}{S_{a.3}} \int_{S_{a.3}} \left[\frac{f_i(r)}{f_0(r)} \right]^2 dr.$$

Вероятности преобладания каждой гармоники над остальными, соответствующие средним по реактору квадратам вкладов различных гармоник, показаны в таблице. Расчет проводили методом статистического моделирования [6] с учетом степени скоррелированности отдельных гармоник.

Наиболее вероятно появление гармоники «11» ($m=1$, $\gamma=1$), что и объясняет парадоксальный факт перекоса в распределении мощности ТВС на две половины по диа-



Картограмма отклонений потока нейтронов для типичной реализации случайных амплитуд z_n . Отклонения одного знака имеют штриховку одного направления, причем число линий штриховки соответствует проценту отклонения. В каждом шести ячейках ТВС вокруг ячеек со стержнями регулирования (черный шестиугольник) возмущение $\nu \Sigma_f^{(2)}$ одинаково. Последний ряд периферийных каналов не рассматривался

метру в большинстве случаев численных экспериментов. На рисунке показаны результаты расчета типичной реализации относительного отклонения потока тепловых нейтронов. Используются макроконстанты реактора на тепловых нейтронах радиусом 4,6 м из работы [3] при среднем квадратическом возмущении макросечений $\sqrt{\Sigma} \approx 1\%$ для блока из 6 ТВС. Представляет интерес перераспределение вероятностей при изменении качества отражателя, в частности, повышение роли гармоник «02» в реакторах без отражателя.

Приведенных в настоящей работе данных достаточно, чтобы оценить средний размер области перекося одного знака и другие характеристики для реального реактора.

В заключение отметим, что флюктуации мощности ТВС определяются не только перекосом поля нейтронов, но также флюктуациями сечения деления и их интерференций с флюктуациями поля нейтронов. Следует ожидать, что известные вероятности и доли вклада гармоник будут использованы в проектах размещения детекторов систем

контроля и способах обработки экспериментального материала.

Автор благодарен Я. В. Шевелеву за идею применения опубликованной ранее модели [4] к расхождению между расчетным и истинным потоками в реальном реакторе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карпов В. А., Постников В. В., Назарян В. Г. «Атомная энергия», 1976, т. 40, вып. 6, с. 456.
2. Карпов В. А. Препринт ИАЭ-2758. М., 1976.
3. Карпов В. А., Проценко А. Н. Препринт ИАЭ-2885. М., 1977.
4. Горюнов В. К. «Атомная энергия», 1978, т. 44, вып. 4, с. 357.
5. Горюнов В. К. Препринт ФЭИ-851. Обнинск, 1979.
6. Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Курс статистического моделирования. М., «Наука», 1976.

Поступило в Редакцию 06.03.80

УДК 621.039.515

Быстродействующий регулятор в пространственной динамике реактора

АФАНАСЬЕВ А. М., ТОРЛИН Б. З.

При рассмотрении автоматического регулирования пространственного распределения потока нейтронов, особенно если речь шла о подавлении ксеноновых колебаний, регуляторы считали быстродействующими [1—4]. Формально это означало, что по сравнению с медленно протекающими процессами инерционность электропривода и датчиков ничтожна, а коэффициент усиления K в цепи преобразования сигнала от датчика к исполнительному органу регулятора бесконечен. В настоящей работе дается количественная оценка влияния различия между большим и бесконечным значениями K на характеристики процесса для астатического локального регулятора нейтронного поля. Рассмотрение проводится в однорупновом диффузионном приближении с учетом одной группы запаздывающих нейтронов и одного звена внутренней обратной связи первого порядка [4] с положительным коэффициентом реактивности α и в пренебрежении временем жизни мгновенных нейтронов. Исходная система уравнений после линеаризации и преобразования Лапласа имеет вид

$$M^2 \frac{d^2}{dz^2} \varphi + (k_0 - 1) \varphi - \beta \varphi + \lambda c + \Phi_0 (\alpha x + \rho F) = 0; \\ \omega c = \beta \varphi - \lambda c; \omega x = \varphi - x; \omega \rho = -K \varphi(z_*) / \Phi_0(z_*) \quad (1)$$

с однородными граничными условиями на φ . Здесь φ , c , x и ρ — лапласовские образы относительных отклонений от стационарных значений соответственно нейтронного потока, концентрации источников запаздывающих нейтронов, параметра внутренней обратной связи и реактивности, локализация изменения которой описывается функцией F ; z_* — координата размещения датчика, управляющего регулятором; Φ_0 — стационарное распределение потока нейтронов. Остальные обозначения общеприняты. Если исполнительным органом является поглощающий стержень, конец которого находится в точке z_p , то $F = H\delta(z - z_p)$. Отметим, что ω и λ безразмерны (за единицу измерения принята постоянная времени τ внутренней обратной связи).

При $\Phi_0 = 1$ легко получить трансцендентное уравнение, связывающее собственные значения ω системы (1) с параметрами реактора:

$$\cos(B/n) \cos(B/v) = \varepsilon \omega B \sin B; \quad (2)$$

$$b^2 = \left(\frac{\alpha}{\omega + 1} - \frac{\omega \beta}{\omega + \lambda} \right); \quad (3)$$

$$b = B(M/H); \varepsilon = (M/H)^2/K; n = H/z_p; v = H/(H - z_*) \\ \text{при } z_* > z_p.$$

При условии $\varepsilon \ll 1$, которое реализуется в достаточно широком диапазоне возможных значений K , для наибольшего значения ω решение (2) с хорошей точностью может быть представлено в виде $\omega = \omega_0 + \varepsilon \omega_1 = \omega_0 + \Delta \omega$, где ω_0 соответствует предельному случаю $\varepsilon = 0$. Сохраняя только члены первого порядка по ε , из соотношения (3) получим выражение

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = -2 \frac{B_1}{\omega_0 B_0} (\omega_0 + 1) \frac{\lambda + \omega_0}{\lambda + (1 + 2\omega_0)(1 + \beta/b_0^2) - \alpha/b_0^2}; \quad (4)$$

$$\text{в котором при } v > n \text{ согласно уравнению (2)} \\ B_0 = \pi n/2; \quad (5)$$

$$\frac{B_1}{\omega_0 B_0} = -\varepsilon n \frac{\sin B_0}{\cos B_0/v}; \quad (6)$$

ω_0 определяется из соотношения (3) при $B = B_0$.

Если датчик расположен ближе к центру, чем конец стержня, т. е. $n > v$, в формулах (5) и (6) n следует заменить на v , а v на n . Случай симметричного размещения датчика и конца стержня ($n = v$) требует отдельного рассмотрения. При $\varepsilon = 0$ стремление v к n приводит к вырождению системы уравнений (1) и появлению второго (кратного) корня ω_0 , т. е. к полюсу второго порядка (ситуация типа жорданова ящика второго порядка). Это, в свою очередь, означает, что при описании временного поведения помимо членов вида $\exp \omega t$ появляются члены вида $t \exp \omega t$. Вырождение при $n = v$ исчезает, когда $\varepsilon \neq 0$. При малых значениях ε вместо (6) будем иметь

$$\frac{B_1}{\omega_0 B_0} = \pm n \sqrt{\frac{\varepsilon}{\omega_0 B_0} \sin B_0}. \quad (7)$$

С помощью полученных выражений легко оценить погрешность, вносимую в параметр ω заменой реального значе-

* При отрицательном подкоренном выражении ω становится комплексным.