от образующегося топлива уже превышает снижение реактивности в топливных модулях. Таким образом, в рассматриваемых случаях переход к связанным по нейтронному потоку более мелким модулям позволяет обеспечить при некоторых характерных размерах решетки малое изменение реактивности в процессе работы, свойственное быстрым реакторам с разбавленной активной зоной.

Выводы. Преимущество в КВ той или иной гетерогенной компоновки активной зоны зависит от соотношения размеров и состава композиций активной зоны и зоны воспроизводства.

Гетерогенная компоновка активной зоны быстрых реакторов большой мощности сочетает в себе преимущества в КВ реакторов с высокоэнергетическим спектром нейтронов и преимущества в изменении реактивности в процессе работы и выравнивания поля энерговыделения реакторов большой мощности с разбавленной активной зоной. Можно отметить, что преимущества гетерогенной компоновки более полно реализуются при повышенной энергонапряженности топлива и более глубоких выгораниях, что, по-видимому, требует разработки твэлов, работающих в условиях повышенных тепловых нагрузок, но при меньшем флюенсе [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Фейнберг С. М., Ковалевич О. М.** В кн.: Состояние и перспективы работ по созданию АЭС с реакторами на быстрых нейтронах. Симпозиум СЭВ. Т. 1. Обнинск, изд. ФЭИ, 1968, с. 165.
2. **Ковалевич О. М., Кунегин Е. П.** В кн.: Физика ядерных реакторов. Вып. 5. М., Атомиздат, 1977, с. 70.
3. **Абагян А. П. и др.** Групповые константы для расчета ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1964.
4. **Николайшвили Н. С. и др.** [1], т. II, с. 75.

Поступило в Редакцию 4.06.80

УДК 621.039.51.12:539.125.52

Метод матричной прогонки для расчета сложной решетки в P_3-приближении

РАЕВСКАЯ В. Е., ТОРЛИН Б. З.

Как указывалось в работе [1], расчет распределения нейтронов внутри многокольцевых блоков сложной решетки в P_3-приближении может быть проведен с помощью метода матричной свертки. Подробное описание одногрупповой программы расчета квадратных или гексагональных полиячеек на этой основе приводится в работе [2].

Результаты расчетов сложных кольцевых блоков в гетерогенной решетке по методике работы [1] и другим методикам [3, 4] оказались в хорошем согласии [2, 5]. Все сравнения, однако, проводились для блоков умеренной черноты. Было очевидно, что для блоков с черными слоями привлекательный своей простотой метод матричной свертки окажется неприемлемым. Численная проверка показала, что существенная погрешность возникает тогда, когда блок имеет слои с $\Delta/l_a > 3$, где Δ — толщина слоя; l_a — длина поглощения нейтронов в нем. Анализ погрешности метода матричной свертки позволил получить на слое с длиной диффузии L верхнюю оценку относительной погрешности, которая оказалась пропорциональной $\exp(2\Delta/L)$.

Рассмотрим метод расчета, лишенный этого недостатка. По своей структуре он является разновидностью метода матричной прогонки [6] и не приводит к накоплению ошибки. Обычно этот метод применяется для приближенного решения уравнений в конечно-разностной форме. В настоящей работе он используется как устойчивый метод синтеза точного решения задачи в кольцевом блоке, состоящем из однородных слоев.

В работах [1, 2] использовано шестикомпонентное представление вектора плотности потока нейтронов в P_3-приближении. Будем искать решение в виде двух трехкомпонентных векторов $\boldsymbol{\varphi}$ и $\mathbf{j}$. Компонентами $\boldsymbol{\varphi}$ будут соответственно первый, четвертый и третий, а $\mathbf{j}$ — второй, шестой и пятый компоненты прежнего шестикомпонентного вектора. В этом случае для i-й зоны n-го блока справедливы уравнения

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varphi}_{n,i}(r) = \hat{K}^{(1)}_{n,i}(r)\,\mathbf{A}_{n,i} + \hat{I}^{(1)}_{n,i}(r)\,\mathbf{B}_{n,i} + \mathbf{C}^{(1)}_{n,i}(r); \\ \mathbf{j}_{n,i}(r) = \hat{K}^{(2)}_{n,i}(r)\,\mathbf{A}_{n,i} + \hat{I}^{(2)}_{n,i}(r)\,\mathbf{B}_{n,i} + \mathbf{C}^{(2)}_{n,i}(r). \end{cases} \quad (1)$$

Матрицы $\hat{I}^{(1)}_{n,i}(r)$, $\hat{I}^{(2)}_{n,i}(r)$ размером 3×3 составлены из элементов первых трех, а матрицы $\hat{K}^{(1)}_{n,i}(r)$, $\hat{K}^{(2)}_{n,i}(r)$ того же размера — из остальных трех столбцов матрицы $\hat{M}(r)$ шестого порядка, приведенной в работах [1, 2]. Для формирования матриц с индексом (1) будем использовать элементы первой, четвертой и третьей, а для матриц с индексом (2) — второй, шестой и пятой строк матрицы $\hat{M}(r)$.

В уравнении (1) $\mathbf{A}_{n,i}$ и $\mathbf{B}_{n,i}$ — постоянные трехкомпонентные векторы для i-й зоны n-го блока, причем для центральных зон блоков $\mathbf{A}_{n,1} = 0$. Сохранив обозначения работы [1, 2], для векторов источников получим

$$\mathbf{C}^{(1)}_{n,i}(r) = l_{n,i}\,\mathrm{col}\,(c_1, c_4, c_3);$$

$$\mathbf{C}^{(2)}_{n,i}(r) = l_{n,i}\,\mathrm{col}\,(c_2, c_6, c_5).$$

Сформированные таким образом матрицы будут обладать следующими важными свойствами:

все элементы матриц $\hat{I}^{(1)}_{n,i}(r)$, $\hat{I}^{(2)}_{n,i}(r)$ пропорциональны модифицированным функциям Бесселя $I(r)$ и будут возрастать при увеличении радиуса r;

все элементы матриц $\hat{K}^{(1)}_{n,i}(r)$, $\hat{K}^{(2)}_{n,i}(r)$ пропорциональны модифицированным функциям Ганкеля $K(r)$ и будут уменьшаться при увеличении r;

в зонах со слабым поглощением только матрица $\hat{I}^{(2)}_{n,i}(r)$ может оказаться особой.

Пронумеруем, начиная от центра, зоны блока и границы между ними (r_i — внешний радиус i-й кольцевой зоны блока). С учетом выражения (1) можно получить следующие соотношения метода матричной прогонки:

$$\boldsymbol{\varphi}_{n,i+1}(r_i) = \hat{E}_{n,i+1}\boldsymbol{\varphi}_{n,i+1}(r_{i+1}) + \boldsymbol{\sigma}_{n,i+1}; \quad (2)$$

$$\mathbf{j}_{n,i+1}(r_{i+1}) = \hat{\gamma}_{n,i+1}\boldsymbol{\varphi}_{n,i+1}(r_{i+1}) + \mathbf{D}_{n,i+1}, \quad (3)$$

где

$$\hat{E}_{n,i+1} = \hat{L}^{(1)}_{n,i+1}(r_i)\,[\hat{L}^{(1)}_{n,i+1}(r_{i+1})]^{-1}; \quad (4)$$

$$\hat{\gamma}_{n,i+1} = \hat{L}^{(2)}_{n,i+1}(r_{i+1})\,[\hat{L}^{(1)}_{n,i+1}(r_{i+1})]^{-1}; \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n,i+1} = [\hat{K}^{(1)}_{n,i+1}(r_i) - \hat{E}_{n,i+1}\hat{K}^{(1)}_{n,i+1}(r_{i+1})]\,[\hat{f}^{(1)}_{n,i+1}]^{-1}\boldsymbol{\alpha}_{n,i+1} - \hat{E}_{n,i+1}\mathbf{C}^{(1)}_{n,i+1}(r_{i+1}) + \mathbf{C}^{(1)}_{n,i+1}(r_i); \quad (6)$$

$$\mathbf{D}_{n,\,i+1}=[\hat{K}^{(2)}_{n,\,i+1}(r_{i+1})-$$
$$-\hat{\gamma}_{n,\,i+1}\hat{K}^{(1)}_{n,\,i+1}(r_{i+1})][\hat{f}^{(1)}_{n,\,i+1}]^{-1}\boldsymbol{\alpha}_{n,\,i+1}-$$
$$-\hat{\gamma}_{n,\,i+1}\mathbf{C}^{(1)}_{n,\,i+1}(r_{i+1})+\mathbf{C}^{(2)}_{n,\,i+1}(r_{i+1}); \qquad (7)$$
$$\hat{L}^{(l)}_{n,\,k}(r)=\hat{I}^{(l)}_{n,\,k}(r)+\hat{K}^{(l)}_{n,\,k}(r)[\hat{f}^{(1)}_{n,\,k}]^{-1}\hat{f}^{(2)}_{n,\,k};$$
$$\hat{f}^{(1)}_{n,\,i+1}=\hat{K}^{(2)}_{n,\,i+1}(r_i)-\hat{\gamma}_{n,\,i}\hat{K}^{(1)}_{n,\,i+1}(r_i);$$
$$\hat{f}^{(2)}_{n,\,i+1}=\hat{\gamma}_{n,\,i}\hat{I}^{(1)}_{n,\,i+1}(r_i)-\hat{I}^{(2)}_{n,\,i+1}(r_i);$$
$$\boldsymbol{\alpha}_{n,\,i+1}=\hat{\gamma}_{n,\,i}\mathbf{C}^{(1)}_{n,\,i+1}(r_i)-\mathbf{C}^{(2)}_{n,\,i+1}(r_i)+\mathbf{D}_{n,\,i}.$$

В центре блока $\hat{\gamma}_{n,\,0}=0$ и $\mathbf{D}_{n,\,0}=0$ *, а все остальные матрицы $\hat{E}_{n,\,i+1}$ и $\hat{\gamma}_{n,\,i+1}$, как и векторы $\boldsymbol{\sigma}_{n,\,i+1}$ и $\mathbf{D}_{n,\,i+1}$, последовательно вычисляются с помощью рекуррентных соотношений (4) — (7), начиная от внешней границы первой зоны и до внешней границы каждого блока $r_{\text{вн}}$.

На внешней границе всех N неэквивалентных блоков полиячейки, согласно [1, 2], имеем

$$\left\{\begin{aligned} &\boldsymbol{\varphi}_n(r_{\text{вн}})=\sum_{k=1}^{N}\hat{F}^{(1)}_{n,\,k}\mathbf{A}_k+\mathbf{C}^{(1)}_n;\ n=1,\,2,\,\ldots,\,N;\\ &\mathbf{j}_n(r_{\text{вн}})=\sum_{k=1}^{N}\hat{F}^{(2)}_{n,\,k}\mathbf{A}_k+\mathbf{C}^{(2)}_n;\ n=1,\,2,\,\cdots,\,N,\end{aligned}\right. \qquad (8)$$

где $\hat{F}^{(1)}_{n,\,k}$, $\hat{F}^{(2)}_{n,\,k}$— матрицы размером 3×3 с элементами, алгоритм вычисления которых описан в работе [2].

Из выражения (8), исключив $\mathbf{A}_1,\,\ldots,\,\mathbf{A}_N$, легко получить

$$\mathbf{J}\equiv\hat{\Gamma}\boldsymbol{\Phi}+\mathbf{D}, \qquad (9)$$

где

$$\hat{\Gamma}=\hat{F}_2\hat{F}_1^{-1};\ \mathbf{D}=\mathbf{C}_2-\hat{\Gamma}\mathbf{C}_1;$$
$$\boldsymbol{\Phi}=\mathrm{col}\,(\boldsymbol{\varphi}_1,\,\boldsymbol{\varphi}_2,\,\cdots,\,\boldsymbol{\varphi}_N);\ \mathbf{J}=\mathrm{col}\,(\mathbf{j}_1,\,\mathbf{j}_2,\,\cdots,\,\mathbf{j}_N);$$
$$\hat{F}_1=\{\hat{F}^{(1)}_{n,\,k}\},\ F_2=\{\hat{F}^{(2)}_{n,\,k}\};$$
$$\mathbf{C}_1=\mathrm{col}\,(\mathbf{C}^{(1)}_1,\,\mathbf{C}^{(1)}_2,\,\cdots,\,\mathbf{C}^{(1)}_N);\ \mathbf{C}_2=\mathrm{col}\,(\mathbf{C}^{(2)}_1,\,\mathbf{C}^{(2)}_2,\,\cdots,\,\mathbf{C}^{(2)}_N).$$

Образуем также вектор $\mathbf{D}_{\text{бл}}=\mathrm{col}\,(\mathbf{D}_1,\,\mathbf{D}_2,\,\ldots,\,\mathbf{D}_n)$ и диагонально-клеточную матрицу $\hat{\gamma}_{\text{бл}}=\{\hat{\gamma}_n\}$, где $\mathbf{D}_n$ и $\hat{\gamma}_n$ — вектор и матрица, вычисленные соответственно с помощью (5) и (7) для внешней границы n-го блока.

Используя выражения (3) и (9), получаем

$$\boldsymbol{\Phi}=(\hat{\Gamma}-\hat{\gamma}_{\text{бл}})^{-1}(\mathbf{D}_{\text{бл}}-\mathbf{D}). \qquad (10)$$

После вычисления плотности потока нейтронов $\boldsymbol{\Phi}$ на внешней границе блоков можно воспользоваться соотношениями (2) и (3) для определения плотности потока нейтронов и на внутренних границах зон. Поскольку в подавляющем большинстве случаев интерес представляет только первый компонент вектора φ (нулевая гармоника), заметной экономии памяти ЭВМ можно достигнуть, не храня целиком матрицы $\hat{\gamma}_{n,\,i}$ и вектора $\mathbf{D}_{n,\,i}$. Для вычисления первого компонента вектора $\mathbf{j}$ (первая гармоника, используемая для определения средних потоков нейтронов в зонах [1, 2]) достаточно хранить только первые строки матриц $\hat{\gamma}_{n,\,i}$ и первые компоненты векторов $\mathbf{D}_{n,\,i}$.

По методике, идентичной изложенной, может быть организована матричная прогонка векторов $\mathbf{A}_{n,\,i}$ и $\mathbf{B}_{n,\,i}$. Хотя при этом для получения той же информации о распределении плотности потока нейтронов по блокам приходится хранить заметно большие массивы матриц, в некоторых случаях (например, для определения средних потоков нейтронов в зонах без поглощения) такая организация вычислительного процесса может быть оправдана.

После создания новой версии программы расчета сложной решетки в P_3-приближении методом матричной прогонки оказалось возможным провести расчеты полиячеек с блоками, содержащими слои с высоким отношением Δ/l_a. Для проверки методики и оценки погрешностей, обусловленных принятыми приближениями, в частности, сравнивались результаты расчета однородной решетки с многослойными блоками в P_3-приближении и расчета эффективной ячейки с тем же блоком методом интегрального уравнения [7]. Оказалось, что даже в блоке с омываемым с обеих сторон водой поглощающим слоем с $\Delta/l_a\approx5$ максимальное расхождение в распределении нейтронов не превысило 15% и пришлось на зону со слабым поглощением. Погрешность в определении коэффициента использования тепловых нейтронов составила всего 0,12%.

Программа написана на языке ФОРТРАН для БЭСМ-6. Время расчета одного варианта ~20 с для двойных решеток из однородных блоков и ~40 с для двойных решеток из 30-зонных блоков. Максимальное время ~4 мин требуется для расчета полиячейки размером 8×8, содержащей 20 неэквивалентных 30-зонных блоков двадцати сортов.

* Заметим, что $[\hat{K}^{(2)}_{n,\,1}(0)]^{-1}=0$ и $\hat{I}^{(2)}_{n,\,1}(0)=0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Галанин А. Д., Торлин Б. З.** «Атомная энергия», 1974, т. 36, вып. 2, с. 125.
2. **Раевская В. Е., Торлин Б. З.** Препринт ИТЭФ № 60, 1977.
3. **Смелов В. В.** «Атомная энергия», 1972, т. 33, вып. 5, с. 915.
4. **Методы** расчета полей тепловых нейтронов в решетках реакторов. Под ред. Я. В. Шевелева. М., Атомиздат, 1974.
5. **Галанин А. Д., Смелов В. В., Торлин Б. З.** «Атомная энергия», 1974, т. 37, вып. 1, с. 76.
6. **Марчук Г. И., Лебедев В. И.** Численные методы в теории переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1971.
7. **Бурмистров А. Я., Кочуров Б. П.** Препринт ИТЭФ № 49, 1976.

Поступило в Редакцию 22.10.79

УДК 620.171

Исследование скорости роста усталостной трещины в конструкционных сталях

ВАЙНЕР Л. А., ВИНОКУРОВ В. Ф.

При использовании современных методов оценки работоспособности конструкций в условиях циклических нагрузок необходимо знать закономерности развития усталостных трещин. Первые исследования кинетики развития усталостных трещин в облученных низкопрочных сталях зарубежного производства показали, что в результате нейтронного облучения, вызывающего значительные изменения характеристик прочности и пластичности, скорость роста трещин существенно не изменяется [1]. В то же время для облученных цилиндрических образцов с коль-