

## Невзаимные эффекты при коллинеарном акустооптическом взаимодействии в кубических гиротропных кристаллах с электроиндуцированной анизотропией

М.В. ШУБА

Исследование коллинеарного акустооптического (АО) взаимодействия представляет существенный интерес в связи с возможностью широких практических применений (см., например, [1]), одним из которых является создание невзаимных элементов для управления амплитудными и частотными характеристиками излучения кольцевых лазеров [2]. В работах [3–5] изучались особенности невзаимных эффектов, возникающих из-за различия волновых расстроек встречных волн при коллинеарной АО дифракции света на бегущей ультразвуковой волне в centrosymmetric кристаллах. Однако до сих пор не рассматривались особенности невзаимных эффектов при акустооптическом коллинеарном взаимодействии в гиротропных кристаллах в присутствии электрического управляющего поля.

В настоящей работе рассматривается влияние электроиндуцированной анизотропии и гиротропии среды на дифракцию света на акустических волнах в случае их коллинеарного распространения в кубических кристаллах (например,  $Bi_{12}GeO_{20}$ ,  $Bi_{12}SiO_{20}$ ,  $TeO_2$  и др.) и обсуждается возможность использования данного взаимодействия при разработке АО невзаимных элементов.

Пусть в плоскости (100) кубического кристалла класса 23 под некоторым углом  $\psi$  к кристаллографической оси [001] распространяются световая и звуковая волна (см. рис. 1). Положим также, что ортогонально последним приложено внешнее электрическое

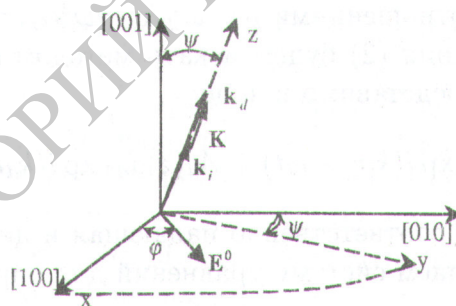


Рис. 1. Геометрия взаимодействия ( $\vec{k}_{i,d}$ ,  $\vec{K}$  — соответственно волновые векторы падающей и дифрагированной световых и звуковой волн)

поле  $\vec{E}^0$ . Используем систему координат, ось  $z$  которой совместим с направлением волновой нормали акустической волны, а ось  $x$  — с осью [100]. Полагаем что, вектор  $\vec{E}^0$  образует с последней угол  $\varphi$ . Как известно (см., например, [6]), в результате воздействия внешнего электрического поля кубический кристалл оказывается двулучепреломляющим, т. е. в одном направлении с различными скоростями могут распространяться две электромагнитные волны, векторы электрической напряженности которых имеют вид:

$$\vec{E}_1 = A_1 \vec{a}_1 \exp i[(k_0 + q_1)z - \omega t], \quad \vec{E}_2 = A_2 \vec{a}_2 \exp i[(k_0 + q_2)z - \omega t],$$

где  $A_{1,2}$  — амплитуды;  $\omega$  — частота;  $k_0 = (\omega/c)n$  — волновое число,  $n$  — оптический показатель преломления кристалла;  $\vec{a}_{1,2}$  — векторы поляризации, определяемые соотношением

$$\vec{a}_1 = (\vec{e}_+ + \tau \vec{e}_-) / \sqrt{1 + \tau^2}, \quad \vec{a}_2 = (\tau^* \vec{e}_+ - \vec{e}_-) / \sqrt{1 + \tau^2}, \quad (1)$$



$\vec{e}_{\pm} = (\vec{e}_1 \pm \vec{e}_2)/\sqrt{2}$ ,  $\vec{e}_k$  — орты используемой координатной системы.

Электроиндуцированные добавки  $q_1$  и  $q_2$  к невозмущенному волновому числу  $k_0$  имеют вид

$$q_{1,2} = (1/4k_0) \left\{ (\xi_1 + \xi_2) \pm \sqrt{(\xi_1 - \xi_2)^2 + 4(\omega/c)^4 \Delta \tilde{\epsilon}_{12} \Delta \tilde{\epsilon}_{21}} \right\},$$

$$\xi_{1,2} = (\omega/c)^2 \Delta \tilde{\epsilon}_{22,11} \pm 2k_0 \rho, \quad \Delta \tilde{\epsilon}_{22,11} = \vec{e}_{\pm}^* \Delta \epsilon^{el} \vec{e}_{\pm}, \quad \Delta \tilde{\epsilon}_{12,21} = \vec{e}_{\mp}^* \Delta \epsilon^{el} \vec{e}_{\pm},$$

причем  $\Delta \epsilon_{ik}^{el} = -n^4 r_{ikm} E_m^0$ ,  $\tau = (\omega/c)^2 \Delta \tilde{\epsilon}_{12}/(2k_0 q_1 - \xi_2)$ ,  $r_{ijk}$  — тензор электрооптических коэффициентов;  $\epsilon = n^2$ ;  $\rho$  — удельное вращение плоскости поляризации света, обусловленное наличием гиротропии.

Упругая волна, распространяющаяся вдоль оси  $z$ , создает периодическое изменение тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta \epsilon_{ij}^{pe} = -\epsilon^2 p_{ijmn} u_{mn}$ , где  $p_{ijmn}$  — компоненты тензора фотоупругости;  $u_{mn} = (1/2)(\partial u_m/\partial x_n + \partial u_n/\partial x_m)$  — тензор деформации,  $u_m$  — вектор смещения акустической волны. Взаимодействие световой и звуковой волн на фотоупругой нелинейности приводит к появлению в области их перекрытия индуцированной электрической поляризации среды:

$$P_i = P_i^+ + P_i^- = \frac{1}{8\pi} (\Delta \epsilon_{ij}^{pe} + \Delta \epsilon_{ij}^{pe*}) E_j.$$

Тогда волновое уравнение для электрической напряженности дифрагированного поля принимает вид

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\epsilon + \Delta \epsilon^{el}}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \frac{2\alpha}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \text{rot} \vec{E} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — скаляр, связанный с параметром гирации  $\gamma$  и удельным вращением  $\rho$  плоскости поляризации света в среде соотношениями  $\rho = \omega\gamma/c = \omega^2\alpha/c^2$ .

Решение волнового уравнения (2) будем искать методом связанных волн, полагая, что поле излучения в среде представимо в виде

$$\vec{E} = A_i(z) \vec{a}_i \exp i(\vec{k}_i \vec{r} - \omega t) + A_d(z) \vec{a}_d \exp i(\vec{k}_d \vec{r} - \omega t), \quad (3)$$

где индексами  $i, d$  обозначены соответственно падающая и дифрагированная волны.

Подставляя (3) в (2), получаем систему уравнений для определения медленно изменяющихся амплитуд  $A_{i,d}$ :

$$\frac{dA_i}{dz} = ibA_d \exp(-i\Delta kz), \quad \frac{dA_d}{dz} = ibA_i \exp(i\Delta kz). \quad (4)$$

Здесь  $b = (\omega^2/4c^2 k_0) \vec{a}_i \Delta \epsilon^{pe} \vec{a}_d$ ;  $\Delta k = (\vec{k}_i + K - \vec{k}_d) \vec{e}_z$  — волновая расстройка,  $K = \Omega/v$ ;  $\Omega$  и  $v$  — частота и фазовая скорость акустической волны. В случае коллинеарной дифракции света в кубическом гиротропном кристалле волновая расстройка определяется выражением  $\Delta k = \rho \sin(\theta)\theta$ , где  $\theta$  — угол между  $\vec{K}$  и  $\vec{k}_i$ . С учетом граничных условий  $A_d(0) = 0$ ,  $A_i(0) = A_{i0}$  из (4) получаем

$$A_i(z) = \exp\left(-\frac{i\Delta kz}{2}\right) \left[ \cos sz + i \frac{\Delta k}{2s} \sin sz \right] A_{i0}, \quad A_d(z) = \exp\left(\frac{i\Delta kz}{2}\right) \frac{ib}{s} \sin(sz) A_{i0}, \quad (5)$$

$$s = [b^2 + (\Delta k/2)^2]^{1/2}.$$



Относительная величина  $T$  мощности падающего пучка, преобразуемой в дифрагированный пучок на длине взаимодействия  $L$ , в соответствии с выражением (5) имеет вид

$$T = \frac{|A_d(L)|^2}{|A_i(0)|^2} = \frac{\sin^2 \left( |b| L \sqrt{1 + (\Delta k/2 |b|)^2} \right)}{1 + (\Delta k/2 |b|)^2}$$

Условие Брэгга  $\Delta k = 0$  можно представить следующим образом:  $v(n_d - n_i)/\lambda = f_s$ , откуда следует, что длина волны света  $\lambda$  оказывается обратно пропорциональной частоте звука  $f_s = \Omega/2\pi$  и прямо пропорциональна электроиндуцированной оптической анизотропии.

Эффективность преобразования энергии падающей световой в дифрагированную волну, когда  $\vec{a}_i \equiv \vec{a}_2$  и  $\vec{a}_d \equiv \vec{a}_1$ :

$$b = \frac{\pi}{4\lambda n(1+\tau^2)} [(\Delta\varepsilon_{11}^{pe} + \Delta\varepsilon_{22}^{pe})(1 - \tau^2) - 4i\tau\Delta\varepsilon_{12}^{pe}] = \frac{\pi n^3}{4\lambda n(1+\tau^2)} \sqrt{\frac{I_a}{\rho_0 v^3}} [\mu(1 - \tau^2)(f_{12}p_{12} + f_{21}p_{21} + f_{11}p_{11} + f_{44}p_{44}) + 4i\tau\beta p_{44} \sin(\eta + \psi)]. \quad (6)$$

Здесь  $f_{12} = \cos^3 \psi \cos \eta - \sin \psi \sin \eta$ ,  $f_{21} = \cos \psi \cos \eta - \sin^3 \psi \sin \eta$ ,  $f_{44} = -\cos \psi \sin \psi \cos(\psi + \eta)$ ,  $f_{11} = \cos \psi \sin \psi \sin(\psi - \eta)$ ,  $I_a$  — интенсивность звуковой волны,  $\rho_0$  — плотность кристалла,  $\beta$  — проекции вектора поляризации упругой волны на ось  $x$ ,  $\mu$  — модуль составляющей вектора поляризации упругой волны, лежащей в плоскости  $yz$ ,  $\eta$  — угол, образованный данной составляющей с осью  $z$ , который как и  $\mu$ , так и  $\beta$ , определяется из уравнения Кристоффеля,  $\tau$  определяется согласно (1):

$$\tau = -\frac{1}{2} \frac{\omega}{c} E^0 r_{41} n^3 \frac{\sin 2\psi \cos \varphi - 2i \sin \psi \sin \varphi}{\sqrt{4\rho^2 + (\omega/c)^2 n^6 r_{41}^2 E^{02} \sin^2 \psi (1 - \cos^2 \varphi \sin^2 \psi) + 2\rho}}$$

Как следует из полученных соотношений, наиболее существенно воздействие электрического поля проявляется в изменении поляризации собственных волн в кристалле и, следовательно, в соответствии с (6), эффективности  $T$  дифракции света на акустической волне, поляризованной вдоль направления  $[100]$ . Как видно из (6), коллинеарное акустооптическое взаимодействие является разрешенным для любых углов  $\psi$ . Однако эффективность его минимальна при  $\psi = \pi/2$ ,  $\eta = 0$  и при  $\psi = \pi/4$ ,  $\eta = \pi/4$ .

Проанализируем случай дифракции встречных волн на ультразвуковой волне. Как следует из выражения (6), значения параметров  $b_{\pm}$  для волн, дифрагировавших во встречных направлениях, различны при  $\tau \neq 0$  ( $\psi \neq 0$ ),  $\beta \neq 0$ ,  $\mu \neq 0$  и  $\eta + \psi \neq 0, \pi$ . Данная особенность обуславливает появление амплитудной невзаимности, которая определяется разностью величин  $T$  встречных волн  $\Delta T = T_+ - T_-$  и оказывается тем больше, чем больше различие параметров  $b_+$  и  $b_-$ :

$$b_+ - b_- = \frac{2i\pi\tau n^3 \beta p_{44} \sin(\eta + \psi)}{\lambda(1 + \tau^2)} \sqrt{\frac{I_a}{\rho_0 v^3}}$$

Таким образом, величина амплитудной невзаимности  $\Delta T$  зависит от величины электроиндуцированной анизотропии, гиротропных акустических свойств кристалла, интенсивности звуковой волны, а также от направления распространения и поляризации акустических и световых волн. Величина  $\Delta T$  максимальна при выполнении условий:

$$\eta + \psi = \pi/2, 3\pi/2 \quad \text{и} \quad \begin{cases} \psi = \pi/2 & \text{при} & \varphi \geq \pi/4 \\ \psi = \arccos \frac{\sqrt{\cos 2\varphi}}{\sqrt{2 \cos \varphi}} & \text{при} & \varphi < \pi/4 \\ \psi = \pi - \arccos \frac{\sqrt{\cos 2\varphi}}{\sqrt{2 \cos \varphi}} & \text{при} & \varphi < \pi/4 \end{cases}$$



Отметим, что параметр  $b_{\pm}$  максимален, когда  $\psi = \eta = 0, \pi/2$ .

Следовательно, оптимальный режим амплитудной невязимности будет достигнут в кубическом нецентросимметричном кристалле с большим параметром  $p_{44}$ , когда световая и звуковая волна распространяются вдоль кристаллографической оси [011], звуковая волна поляризована параллельно направлению [111], а электрическое поле приложено вдоль [010].

Расчет, проведенный на основании полученных формул, показал, что при переключении направления приложенного поля, возможно изменение знака  $\Delta T$ , что может быть использовано для переключения направления генерации кольцевого лазера.

Вследствие малости разности показателей преломления собственных волн гиротропного кристалла коллинеарное АО-взаимодействие имеет большую угловую апертуру  $\psi_{1/2} = (\Delta\lambda_{1/2}/\lambda)^{1/2}$  эффективного взаимодействия. Например, для кристалла титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ ) ( $\rho = 21.63^\circ\text{мм}^{-1}$ ,  $L = 2\text{см}$ ,  $\lambda = 0.63\text{мкм}$ )  $\psi_{1/2} \approx 20^\circ$ .

Таким образом, в работе установлено, что величина амплитудной невязимности при коллинеарном ОА взаимодействии в кубических гиротропных кристаллах с электроиндуцированной анизотропией зависит от величины электроиндуцированной анизотропии, гиротропных и акустических свойств кристалла, интенсивности звуковой волны, а также от направления распространения и поляризации акустических и световых волн. Показано также, что максимальное значение амплитудной невязимности достигается, когда волновые векторы звуковой и световой волн коллинеарны направлению [110], внешнее электрическое поле ориентировано вдоль оси [010], а звуковая волна поляризована вдоль [111]. Обнаружена возможность переключения направления генерации кольцевого лазера посредством изменения направления управляющего поля. Полученные в работе соотношения могут быть использованы при разработке и оптимизации параметров электро- и поляризационно управляемых широкоапертурных акустооптических невязимных элементов на основе кубических гиротропных кристаллов.

**Abstract.** In this paper the features of collinear acousto-optical interaction in not centrosymmetric cubic crystals with an electroinduced anisotropy had been investigated. It has been shown, that such interaction is accompanied by nonreciprocal effects. It has been established the dependence of value of amplitude nonreciprocity on a propagation direction both polarization light and sound waves, and also on orientation of an external electric field.

### Литература

- [1] А.Ярив, П.Юх, *Оптические волны в кристаллах*, М.: Мир, 1987.
- [2] Г.Е.Зильберман, Л.Ф.Купченко, *Прхождение света через ультразвуковой пучок в однородном изотропном диэлектрике*, Р и Э. 20:11 (1975), 2347–2356.
- [3] Л.С.Корниенко, Н.В.Наний, О.Е.Наний, *Оптическая невязимность при коллинеарной анизотропной дифракции на бегущих ультразвуковых волнах*, Вестник МГУ. Сер. 3, физика, астрономия 32:4 (1991), 67–70.
- [4] И.Ф.Гончарова, Л.С.Корниенко, Н.В.Кравцов, О.Е.Наний, А.А.Шелаев, *Когерентные эффекты в твердотельном кольцевом лазере на YAG : Nd3+ в режимах АО синхронизации мод*, Квант. электроника 8:6 (1981), 1347–1350.
- [5] О.Е.Наний, А.Б.Селунский, *Акустооптический интерференционный невязимный элемент*, Квант. электроника 17:8 (1990), 1091–1092.

[6] Ф.И.Федоров, *Оптика анизотропных сред*, Мн.: Изд-во АН БССР, 1956.

Гомельский госуниверситет  
им. Франциска Скорины,  
246699 Гомель, Беларусь

Поступило 23.04.2001

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф.СКОРИНЫ