теристик, то процесс распространения нейтронов в системе (до поглощения) можно считать инвариантным по отношению к выбору начального момента. В этом случае функцию Грина можно представить в виде $g(\ldots, t, t') = g(\ldots, t - t')$, а характеристики реакторов K_i, Λ_i, β_{mi} слабо зависят от времени.

Введем в рассмотрение параметры связи $K_{ij}^p = K_i \rho_{ij}^p$, $K_{ij}^m = K_i \rho_{ij}^m / \beta_{mj}$, где $\rho_{ij}^{p,m} = \int_0^\infty d\tau \rho_{ij}^{p,m}(\tau)$, характеризующие нейтронное взаимодействие и временные функции $f_{ij}^{p,m}(\tau) = \rho_{ij}^{p,m}(\tau)/\rho_{ij}^{p,m}$, характеризующие его интенсивность. Отметим, что при совпадении с точностью до множителя форм-функций $\Phi_i(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ и $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ при $\mathbf{r} \in V_i$, $i = 1, \ldots, N$, справедливо равенство

$$K_{ij} = K_{ij}^p + \sum_{m=1}^{M} \beta_{mj} K_{ij}^m. \tag{14}$$

Учитывая, что для интенсивности делений в i-м реакторе $A_i(t)$ справедливо соотношение $A_i(t) = \langle \Sigma_f \widetilde{\varphi} \rangle_i = P_i(t)/\Lambda_i$, а величина Λ_i слабо зависит от времени, преобразуем уравнения кинетики связанной реакторной системы (11) к виду

$$l_i \frac{dA_i(t)}{dt} = [K_i(1-\beta_i) - 1] A_i(t) + \sum_m K_i \lambda_m C_{mi}(t) + K_i S_i(t) + \sum_{j=1}^{N} \left[K_{ij}^p \int_0^t dt' f_{ij}^p(t-t') A_j(t') + \sum_{m=1}^{M} K_{ij}^m \int_0^t dt' f_{ij}^m(t-t') \lambda_m C_{mj}(t') \right], \tag{15}$$

где $l_i = K_i \Lambda_i$ — среднее время жизни нейтронов в i-м реакторе.

Для преобразования уравнения (8) умножим его на $\Phi_i^+(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \chi_m(\mathbf{v})$ и после интегрирования по объему i-го реактора и переменной $\mathbf{v}$, получим

$$\frac{dC_{mi}(t)}{dt} + \lambda_m C_{mi}(t) = \beta_{mi} A_i(t); \quad m = 1, \ldots, M. \tag{16}$$

Отметим, что из формул (15), (16) при $N = 1$ непосредственно следуют уравнения кинетики реактора с отражателем (замедлителем) нейтронов, а широко известная модель Кона [5] является их частным случаем.

Условия применимости одноточечного приближения. Согласно публикации [4], одноточечное приближение справедливо, если форм-функция не изменяется со временем. В точечном приближении это условие эквивалентно равенству

$$A_i(t) = A_i A(t), \quad i = 1, \ldots, N. \tag{17}$$

Здесь A_i — форм-функция; $A(t)$ — амплитудная функция системы в точечном приближении. Для выполнения условия (17) необходимо, чтобы локальные возмущения плотности потока нейтронов в системе затухали гораздо быстрее характерного времени θ изменения амплитудной функции $A(t)$. В точечном приближении это означает, что функции $f_{ij}^{p,m}(\tau)$ должны затухать за время $\tau_{ij}^{p,m} \ll \theta$.

Рассмотрим теперь систему связанных реакторов, значения K, K_i в которой изменяются со временем настолько медленно, что $\tau_{ij}^{p,m} \ll \theta$, а независимые источники нейтронов отсутствуют. Можно считать, что в такой системе в каждый момент реализуется распределение плотности потока нейтронов $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, соответствующее условно-критической задаче (1), в которой время является независимым параметром. В этом случае для исследования поведения форм-функции рассматриваемой системы во времени удобно использовать условно-критическое уравнение в точечном приближении (4).

Ограничимся для простоты рассмотрением случая с $N = 2$. Предположив, что в уравнении (4) $K_i(t) = K_i^0 + \delta K_i(t)$, где $K_i^0 = K_i(t = 0)$, $K(t = 0) = 1$, $i = 1, 2$, получим, что отношение $A_2(t)/A_1(t)$, а следовательно, и форм-функция системы не зависят от времени, если разность $\delta K_2(t) - \delta K_1(t)$ пренебрежимо мала. Оставляя в выражении для $A_2(t)/A_1(t)$ лишь линейные по $\delta K_2(t) - \delta K_1(t)$ члены, получим соотношение

$$\frac{A_2(t)}{A_1(t)} \approx \frac{|K_1^0 + K_{11} - 1|}{K_{12}} \times \left[1 + \frac{\delta K_2(t) - \delta K_1(t)}{|K_1^0 + K_{11} - 1| + |K_2^0 + K_{22} - 1|} \right], \tag{18}$$

из которого следует, что условием применимости одноточечного приближения для системы двух связанных реакторов при $\tau_{ij}^{p,m} \ll \theta$ можно считать неравенство

$$\max_t \frac{|\delta K_2(t) - \delta K_1(t)|}{|K_1^0 + K_{11} - 1| + |K_2^0 + K_{22} - 1|} \ll 1. \tag{19}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Эйвери Р.**— В кн.: Труды II Женевск. конф. Избр. докл. иностр. ученых. Т. 3. М., Атомиздат, 1958, с. 321,
2. **Plaza H., Köhler W.**— Nucl. Sci. Engng, 1966, v. 26, N 3, p. 419.
3. **Belleni-Morante A.**— Nukleonik, 1967, v. 10, N 4, p. 217.
4. **Хетрик Д.** Динамика ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1975.
5. **Cohn C.**—Nucl. Sci. Engng, 1962, v. 13, N 1, p. 12.

Поступило в Редакцию 23.07.79

УДК 621.039.54; 539.3

Исследования анизотропии коэффициента теплового расширения оболочек твэлов из сплава Zr—1% Nb

СОЛЯНЫЙ В. И., БУТРА Ф. П., КОНЕВ В. Н., ЛЫСЕНКО А. И., ЯМНИКОВ В. С.

Совершенствование и оптимизация конструкций твэлов реакторов ВВЭР и РБМК требуют все большего углубления и детализации в изучении свойств материалов оболочки, в частности сплава Zr—1% Nb, и учета их особенностей.

Одна из основных физических характеристик материала, определяющая уровень термоупругих напряжений в оболочке,— коэффициент теплового расширения (КТР). Поскольку гексагональная решетка α-Zr анизотропна [1] в отношении теплового расширения (рис. 1), появление текстуры, зависящей от технологии изготовления и термомеханической обработки оболочек из сплава Zr—1% Nb приводит к анизотропии теплового расширения оболочки,

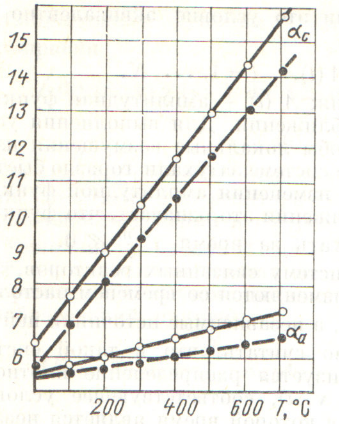

Рис. 1. Коэффициент теплового расширения (истинный) α-Zr для различных кристаллографических направлений в зависимости от температуры (○, ● — содержание примесей H_f менее 0,005 и менее 1,2 ат.% соответственно)

которое теперь должно описываться тензором второго ранга, а не скалярной величиной. В этом случае, как отмечалось [2], даже равномерный нагрев может вызывать значительные термоупругие напряжения. В связи с этим был исследован КТР материала труб-оболочек твэлов ВВЭР диаметром 9,15 × 0,65 мм и РБМК диаметром 13,65 × 0,9 мм и оценено влияние анизотропии КТР на термоупругие напряжения в оболочках твэлов.

Определение текстуры оболочек твэлов ВВЭР и РБМК. Рентгеноструктурные исследования в целях выявления текстуры проводили на пластинчатых образцах на аппарате ДРОН-2 с применением Cu — K-излучения по известной методике [3]. Образцы вырезали из труб и распрямляли до плоского состояния. Дифрактограмму поверхности с нормалью r получали непосредственно с плоскости образца, а поверхностей с нормалями θ или z — с торцов пакета из 10 таких плоских образцов (рис. 2).

Площади максимумов плоскостей $(10\bar{1}0)$, (0002), $(10\bar{1}1)$, $(11\bar{2}0)$ на дифрактограммах сравнивали с соответствующими площадями максимумов порошковой дифрактограммы. Результаты расчета текстуры приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, все трубы имеют однотипную текстуру, плоскости (0001) расположены преимущественно параллельно, а $(10\bar{1}0)$ и $(11\bar{2}0)$ — преимущественно перпендикулярно оси z.

Определение КТР оболочек. Измерения проводили при помощи высокочувствительного вакуумного оптического дилатометра в трех взаимно перпендикулярных направлениях на образцах, изображенных на рис. 3. Скорость нагрева — 4,5 град/мин.

Погрешность определения КТР до температуры 200 °С составляла ±10%, а при более высоких температурах ±5—7%.

Таблица 1

Относительные веса полюсов плоскостей в координатных направлениях r, θ и z

Плоскость	Нормаль координатной поверхности					
	r	θ	z	r	θ	z
	оболочка РБМК диаметром 13,6 мм			оболочка ВВЭР диаметром 9,15 мм		
$(10\bar{1}0)$	0,55	0,56	2,59	0,76	0,58	1,69
(0002)	2,96	1,93	0,69	2,17	2,30	0,73
$(11\bar{2}0)$	0,33	0,45	2,48	0,48	0,66	1,26
$(10\bar{1}1)$	0,69	0,93	0,57	0,77	0,82	0,86

По данным табл. 2 наибольшие значения КТР наблюдаются по направлениям r и θ. Это согласуется с результатами рентгеноструктурного анализа и тем, что при температуре 300—500 °С КТР по оси [0001] примерно в 1,5—2 раза больше, чем в перпендикулярной к ней плоскости базиса (см. рис. 1).

Определение термоупругих напряжений в анизотропных цилиндрических оболочках. Рассмотрим цилиндрическую оболочку, которая находится под воздействием осесимметричного температурного поля $T = f(r)$ и имеет наиболее распространенный вид симметричного строения анизотропных материалов, а именно: три плоскости упругой симметрии. Тогда в цилиндрической системе координат (r, θ, z), если плоскости упругой симметрии совпадают с координатными плоскостями, в силу симметрии недиагональные элементы тензора напряжений σ_{ik} и тензора деформаций ε_{ik} равны нулю, а диагональные зависят только от цилиндрической координаты r, причем ε_{zz} = const.

В условиях неравномерного нагрева и изменения констант материала в зависимости от температуры расчет напряженно-деформированного состояния анизотропных оболочек — сложная задача, для решения которой обычно используют приближенные численные методы.

Однако данная задача может быть решена аналитически по известной [4] схеме для изотропных оболочек при следующих упрощающих допущениях: 1) анизотропия констант упругости незначительна по сравнению с анизотропией КТР; 2) константы материала слабо зависят от температуры, и их значения определяются при средней температуре сечения; 3) перепад температуры по сечению незначителен по сравнению со средней абсолютной температурой сечения.

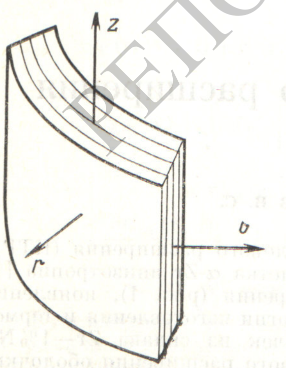

Рис. 2. Вид образца для рентгеноструктурного анализа

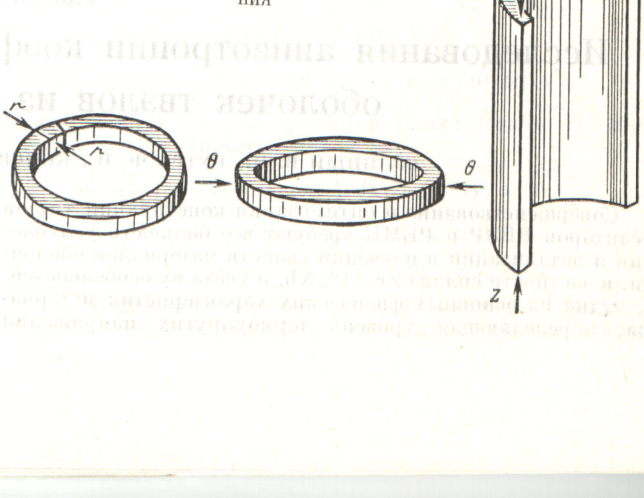

Рис. 3. Вид исследуемых образцов и направления замеров теплового расширения

Таблица 2

Усредненные значения КТР по координатным направлениям оболочек твэлов ВВЭР (числитель) и РБМК (знаменатель)

Координатное направление	Среднее значение КТР в интервале 20 — ... °С, 10^{-6} град$^{-1}$							
	150	200	250	300	350	400	450	500
z	5,3/5,4	5,4/5,0	5,6/5,2	5,3/5,1	5,5/5,1	5,2/4,9	5,1/4,8	5,0/4,7
θ	5,4/5,9	6,3/6,4	6,2/6,6	6,9/6,6	6,2/6,7	6,1/6,6	5,8/6,6	5,8/6,5
r	6,4/7,5	6,6/7,0	6,7/7,0	6,9/7,0	6,9/6,9	7,0/7,0	7,2/7,0	6,9/7,0

Аналитическое решение при указанных допущениях для распределения температуры в оболочке

$$T=T_b-\frac{T_b-T_a}{\ln b/a}\ln b/r,$$

соответствующего реальному распределению в твэле, имеет вид

$$\sigma_{rr}=\frac{E\overline{T}(\alpha_{rr}-\alpha_{\theta\theta})}{2(1-\mu^2)}\left[\ln\frac{r}{a}-\frac{b^2}{b^2-a^2}\times\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)\ln\frac{b}{a}\right]+\frac{E\Delta T}{2(1-\mu)(\ln b/a)}\,\frac{1-2\mu}{1+\mu}\,\overline{\alpha}_{rr}\times\left[-\ln\frac{b}{r}-\frac{a^2}{b^2-a^2}\left(1-\frac{b^2}{r^2}\right)\ln\frac{b}{a}\right]; \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\frac{E\overline{T}(\alpha_{rr}-\alpha_{\theta\theta})}{2(1-\mu^2)}\left[1+\ln\frac{r}{a}-\frac{b^2}{b^2-a^2}\times\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)\ln\frac{b}{a}\right]+\frac{E\Delta T}{2(1-\mu)(\ln b/a)}\,\frac{1-2\mu}{1+\mu}\,\overline{\alpha}_{rr}\times\left[1-\ln\frac{b}{r}-\frac{a^2}{b^2-a^2}\left(1+\frac{b^2}{r^2}\right)\ln\frac{b}{a}\right]; \quad (2)$$

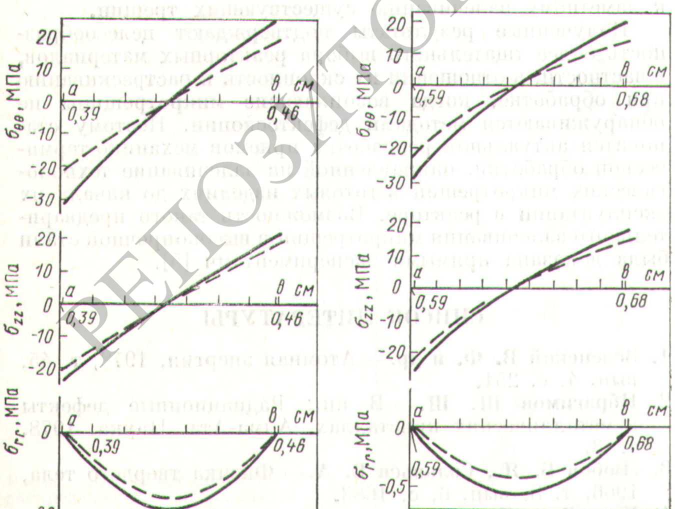

Рис. 4. Эпюры действующих тепловых напряжений в оболочках твэлов ВВЭР-1000 (*а*) и РБМК-1500 (*б*): ——— — анизотропия КТР; — — — — изотропия КТР

Таблица 3

Исходные данные для расчета термоупругих напряжений

Параметр	Твэл ВВЭР-1000	Твэл РБМК-1500
a, см	0,3945	0,5937
b, см	0,455	0,6762
ΔT, °С	68	62
T, °С	384	335
E, МПа	$7{,}1\cdot10^4$	$7{,}3\cdot10^4$
μ, отн. ед.	0,38	0,38

$$\sigma_{zz}=\frac{E\mu\overline{T}(\alpha_{rr}-\alpha_{\theta\theta})}{2(1-\mu^2)}\left[1+2\ln\frac{r}{a}-\frac{2b^2}{b^2-a^2}\ln\frac{b}{a}\right]+\frac{E\Delta T}{2(1+\mu)(\ln b/a)}\left(\overline{\alpha}_{zz}-\frac{\mu}{1-\mu}\overline{\alpha}_{rr}\right)\times\left[1-2\ln\frac{b}{r}-\frac{2a^2}{b^2-a^2}\ln\frac{b}{a}\right], \quad (3)$$

где r — текущий радиус оболочки; a, b — внутренний и наружный радиусы оболочки соответственно; σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} — главные напряжения в радиальном, окружном и осевом направлениях соответственно; T_b, T_a — температура наружной и внутренней поверхностей оболочки соответственно; $\Delta T=T_b-T_a$ — перепад температуры по толщине стенки оболочки; $\overline{T}=(T_b+T_a)/2$ — средняя температура по толщине стенки оболочки; E — модуль Юнга материала оболочки; μ — коэффициент Пуассона материала оболочки; α_{rr}, $\alpha_{\theta\theta}$, α_{zz} — коэффициенты теплового расширения вдоль координатных направлений r, θ и z соответственно;

$$\overline{\alpha}_{rr}=\alpha_{rr}+\frac{\mu}{1-2\mu}(\alpha_{rr}+\alpha_{\theta\theta}+\alpha_{zz});$$

$$\overline{\alpha}_{zz}=\alpha_{zz}+\frac{\mu}{1-2\mu}(\alpha_{rr}+\alpha_{\theta\theta}+\alpha_{zz}).$$

Оценка влияния анизотропии КТР на термоупругие напряжения в оболочках твэлов ВВЭР-1000 и РБМК-1500. Для оценки был проведен сравнительный расчет термоупругих напряжений в оболочках твэлов ВВЭР-1000 и РБМК-1500 для анизотропного и изотропного случаев. Исходные данные для расчетов приведены в табл. 3. КТР для анизотропного случая был взят из табл. 2, а для изотропного принят равным $5{,}1\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$. Эпюры действующих напряжений приведены на рис. 4.

Как следует из полученных результатов, анизотропия КТР в условиях эксплуатации существенно влияет на значения термоупругих напряжений в оболочках твэлов ВВЭР-1000 и РБМК-1500. Учет ее привел к окружным напряжениям, в 1,3—1,5 раза превышающим напряжения для изотропного случая. Однако следует отметить, что в осевом направлении напряжения различаются незначительно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **McGeary R.** Report WAPD-36 (1951).
2. **Лихачев В. А.**— Физ. металлов и металловедение, 1961, № 12, с. 762.
3. **Кудряшов Ю. М. и др.**— In: Symp. on Water Reactor Fuel Element Fabrication with Special Emphasis on its Effect on Fuel Performance, 6—10 Nov. 1978, Prague, ČSSR. IAEA-SM-233/49.
4. **Тимошенко С. П.** Сопротивление материалов. Т. 2. М., Гостехиздат, 1947.

Поступило в Редакцию 22.01.80