УДК 621.375.9 : 535

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ ЛАЗЕРЕ

Б. Л. Желнов, В. С. Смирнов и *А. П. Фадеев*

Рассмотрен вопрос о взаимодействии встречных волн в кольцевом лазере. Показано, что как в случае однородного, так и неоднородного типов уширения контура усиления всегда существует интервал энергий генерации, зависящий от расстройки частоты генерации от частоты атомного перехода, внутри которого режим однонаправленного излучения неустойчив относительно возбуждения встречной волны.

Известно, что при малых энергиях излучения вблизи центра линии усиления в кольцевом лазере без учета обратной связи может существовать режим однонаправленного излучения как в случае однородного, так и неоднородного уширения [1-3].

В данной заметке показано, что в обоих случаях при заданной расстройке частоты излучения ω от частоты атомного перехода ω_0 всегда существует интервал энергий, внутри которого режим однонаправленного излучения неустойчив относительно возбуждения встречной волны.

При решении задачи поле внутри резонатора ищется в виде бегущих волн с медленно меняющимися во времени амплитудами

$$E = [E_+(t)\, e^{ikx} + E_-(t)\, e^{-ikx}]\, e^{-i\omega t} + \text{к. с.} \tag{1}$$

В дальнейшем предполагается, что $|E_+| \gg |E_-|$, и исследуется условие возбуждения волны E_- при произвольной энергии встречной волны E_+. Самосогласованная система уравнений для медленных амплитуд $E_\pm$ и элементов матрицы плотности, описывающих активную двухуровневую среду, имеет вид

$$\frac{\partial E_\pm}{\partial t} + \sigma E_\pm = -i2\pi d\omega \langle \rho e^{\pm ikx} \rangle_{x,\,v}, \tag{2}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x} + \gamma(1 - i\delta)\right]\rho = i\frac{d}{\hbar}\, n\,(E_+e^{ikx} + E_-e^{-ikx}), \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x} + \gamma_0\right) n = \gamma_0 N_0 - 2i\frac{d}{\hbar}\left[\left(E_+e^{ikx} + E_-e^{-ikx}\right)\rho^* - \text{к. с.}\right], \tag{4}$$

где символ $\langle \ldots \rangle_{x,\,v}$ означает усреднение по пространственным осцилляциям и по скоростям атомов v, σ — эффективная проводимость резонатора, d — дипольный момент перехода, γ — ширина линии спонтанного излучения, γ_0 — эффективная ширина уровня, ρ — недиагональный элемент матрицы плотности в представлении взаимодействия, n — плотность перенаселенности уровней, $\delta = \frac{\omega - \omega_0}{\gamma}$ — безразмерная расстройка, $N_0(v)$ — плотность возбужденных атомов, имеющих максвелловское распределение по скоростям $\left[N_0(v) \sim e^{-\frac{v^2}{u^2}},\ u \text{ — средняя тепловая скорость}\right]$.

Уравнения (2)—(4) будем решать по теории возмущений с точностью до первого порядка по E_-.

1. В случае газового лазера в уравнениях (3), (4) можно пренебречь производной по времени, так как $\Gamma \ll \gamma_0 \ll \gamma \ll ku$, где Γ определяет

инкремент нарастания слабого поля ($E_- \sim \exp \Gamma t$). Опуская промежуточные вычисления, приведем выражение для Γ

$$\Gamma = \frac{\sigma k u}{\sqrt{\pi}} \eta \operatorname{Re} \left\langle \frac{|\gamma_{+1}|^2}{|\gamma_{+1}|^2 + \gamma^2 G} \times \right.$$

$$\left. \times \left[\frac{1}{\gamma_{-1}} - \frac{1}{\gamma_{+1}} - \frac{\gamma \gamma_0 \overset{*}{\gamma}_{+3} (\gamma_{-1} + \overset{*}{\gamma}_{+1}) G}{2 \gamma_{-1} \overset{*}{\gamma}_{+1} \left(\gamma_-^0 \gamma_{-1} \overset{*}{\gamma}_{+3} + \frac{G}{2} \gamma \gamma_0 (\gamma_{-1} + \gamma_{+3}) \right)} \right] \right\rangle_v . \tag{5}$$

Здесь введены следующие обозначения: η — параметр генерации, равный отношению подкачки к ее пороговому значению, $G = \frac{4}{\gamma \gamma_0} \left| \frac{E_+ d}{\hbar} \right|^2$ — безразмерная энергия сильного поля, $\gamma_{\pm n} = \gamma (1 - i\delta) \pm inkv$, $\gamma_-^0 = \gamma_0 - 2ikv$. Отметим, что последний член в (5) полностью определяется пространственной модуляцией перенаселенности. При не слишком больших энергиях излучения $G \ll \left(\frac{ku}{\gamma} \right)^2$

$$\Gamma = \sigma \eta (\eta^2 - 1) \left\{ \frac{4\delta^2}{\eta (1 + \eta) [(1 + \eta)^2 + 4\delta^2]} - \right.$$

$$\left. - \frac{\gamma_0}{2\gamma} \left[\left(\frac{\gamma}{ku} \right)^2 - \frac{(\eta^2 - 1)(\eta + 1)^2}{(\eta^2 + \delta^2) [(1 + \eta)^2 + 4\delta^2]^2} \right] \right\} . \tag{6}$$

Величина энергии $G = \eta^2 - 1$ определена из условия стационарности режима однонаправленной генерации. Формула (6) получена в предположении, что $\delta^2 \ll \left(\frac{ku}{\gamma} \right)^2$ и $\frac{\gamma_0}{\gamma}$, $\frac{\gamma_i}{ku} \ll 1$. В принятом приближении эта формула совпадает с соответствующим выражением работы [6].

Как видно из выражения (6), пространственная модуляция, обуславливающая устойчивость однонаправленного излучения, становится существенной лишь вблизи центра линии усиления при малых энергиях [4] $\left(\delta^2 \leqslant \frac{\gamma_0 \gamma}{(ku)^2} - \frac{\gamma_0}{2\gamma} (\eta - 1) \right)$. С ростом энергии область устойчивости бегущей волны исчезает и может появиться только при больших энергиях $G \geqslant \frac{(ku)^2}{\gamma \gamma_0}$. При этом

$$\Gamma = \sigma \left[\sqrt{\pi} \delta^2 \frac{\gamma}{ku} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \sqrt{\pi} \frac{ku}{\gamma_0 \eta} \right], \tag{7}$$

$$G = \frac{ku}{\sqrt{\pi} \gamma} \eta . \tag{8}$$

Такой ход зависимости Γ от энергии излучения объясняется следующим. В случае малых G (на пороге генерации $\eta - 1 \ll 1$) в пространственную неоднородность дают вклад атомы с малыми скоростями, число которых по отношению к полному числу атомов мало [2, 4]. В противоположном случае $G \gg 1$ в излучении принимают участие почти все атомы, что видно из формулы (8). Поэтому неоднородность линии усиления проявляется лишь вдали от центра $\delta^2 \geqslant \frac{ku}{\gamma}$. При меньших расстройках усиления однородно, и бегущая волна становится устойчивой при $\eta \geqslant \frac{ku}{\gamma_0}$.

2. В твердотельном генераторе (однородно уширенная линия, $v = 0$) обычно выполняются условия $\gamma \gg \sigma \gg \gamma_0$. По этой причине временной производной можно пренебречь только в уравнении (3). В указанном приближении решение для E_- выбираем в виде $E_- \sim \exp [\Gamma t + i \sigma \delta t]$, где

фаза $\sigma\delta t$ обусловлена эффектом затягивания, а Г определяется из дисперсионного уравнения

$$\Gamma\left(\Gamma+\gamma_0\frac{\eta}{1+\delta^2}\right)+(1+i\delta)\,\gamma_0\sigma\left(\frac{\eta}{1+\delta^2}-1\right)=0, \tag{9}$$

решение которого, определяющее область неустойчивости бегущей волны $\operatorname{Re}\Gamma\geqslant 0$, имеем вид

$$2\frac{\operatorname{Re}\Gamma}{\sqrt{\gamma_0\sigma}}+\frac{\alpha\eta}{1+\delta^2}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\sqrt{\left[\left(\frac{\alpha\eta}{1+\delta^2}\right)^2-4\left(\frac{\eta}{1+\delta^2}-1\right)\right]^2+16\delta^2\left(\frac{\eta}{1+\delta^2}-1\right)^2}+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\alpha\eta}{1+\delta^2}\right)^2-4\left(\frac{\eta}{1+\delta^2}-1\right)\right\}^{1/2}, \tag{10}$$

$$2\frac{\operatorname{Im}\Gamma}{\sqrt{\gamma_0\sigma}}=\frac{\operatorname{Sgn}\delta}{\sqrt{2}}\left\{\sqrt{\left[\left(\frac{\alpha\eta}{1+\delta^2}\right)^2-4\left(\frac{\eta}{1+\delta^2}-1\right)\right]^2+16\delta^2\left(\frac{\eta}{1+\delta^2}-1\right)^2}-\right.$$
$$\left.-\left(\frac{\alpha\eta}{1+\delta^2}\right)^2+4\left(\frac{\eta}{1+\delta^2}-1\right)\right\}^{1/2}, \tag{11}$$

где $\alpha^2=\frac{\gamma_0}{\sigma}\ll 1$.

Из условия $\operatorname{Re}\Gamma\geqslant 0$ легко определить интервал энергий, при которых бегущая волна неустойчива

$$\frac{(1+\delta^2)}{2\alpha^2}|\delta|\left(|\delta|+\sqrt{\delta^2-4\alpha^2}\right)\geqslant\eta\geqslant\frac{(1+\delta^2)}{2\alpha^2}\left(|\delta|-\sqrt{\delta^2-4\alpha^2}\right)|\delta|. \tag{12}$$

Как видно, последнее соотношение выполняется при условии $\delta^2\geqslant 4\alpha^2$. $\operatorname{Im}\Gamma$ дает сдвиг частоты возмущения, аналогичный эффекту отталкивания в газе. Кроме того, $\frac{\operatorname{Im}\Gamma}{k}$ определяет фазовую скорость тока, усиливающего поле и обусловленного пространственной модуляцией перенаселенности. В предельном случае $1\gg\delta^2\gg\alpha^2$ $\operatorname{Im}\Gamma$ на нижней границе области устойчивости (12) ($\eta-1\ll 1$) стремится к нулю [5], а на верхней $\operatorname{Im}\Gamma=-\sigma\delta$, т. е. полностью компенсирует эффект затягивания.

Литература

[1] C. L. Tang, H. Statz, G. AàdeMars, D. T. Wilson. Phys. Rev., *136*, A1, 1964.
[2] С. Г. Зейгер, Э. Е. Фрадкин. Опт. и спектр., *21*, 386, 1966.
[3] Б. Л. Желнов, А. П. Казанцев, В. С. Смирнов. ФТТ, *7*, 2816, 1965.
[4] Ю. Л. Климонтович, П. С. Ланда, Е. Г. Ларионцев, ЖЭТФ, *52*, 1616, 1967.
[5] Б. Л. Желнов. Канд. дисс., ИПФ СО АН СССР, 1967.
[6] С. Г. Зейгер, З. Е. Фрадкин, П. П. Филатов. Опт. и спектр., *26*, 622, 1969.

Поступило в Редакцию 17 июля 1969 г.