# РЕШЕНИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ РЕГУЛИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ СПЕЦИАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ЗАДАЧИ

**С.Е. Зайцев**

Пусть поведение динамической системы вместе с прилагаемыми к ней ограниченными воздействиями ($|u_j(t)| \le L, j \in J = \{1,2,\dots,r\}, t \ge 0$) описывается уравнением ($t \ge 0$):

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \left(x \in R^n, u \in R^r, rank\left(B, AB, \dots, A^{n-1}B\right) = n\right). \qquad (1)$$

Пусть $X_0$ - множество возможных состояний равновесия системы (1): $X_0 = \{x \in R^n : Ax + Bu_x = 0, |u_{x_j}| \le L, j \in J\}$. Зададим моменты коррекции управления $\tau_k = kh, k = 0,1,\dots$ ($h > 0$ - параметр метода).

При заданных числах $0 < L < \infty$, $h > 0$, векторе $z \in \operatorname{int} X_0$, области $G \subset R^n$ $(z \in G)$ функция

$$u = u_z(t,x), x \in G, t \in [0,h), \tag{2}$$

называется обратной связью, решающей классическую задачу регулирования для системы (1) в области $G$, если:

1) $u_z(t,z) \equiv u_z, t \in [0,h)$;

2) $|u_{z_j}(t,x)| \le L, j \in J, x \in G, t \in [0,h)$;

3) непрерывное решение $x(t), t \ge 0$ системы (1), замкнутой обратной связью $v_z(t,x) = u_z(t - kh, x)$, $t \in [kh,(k+1)h)$, $k = 0,1,\ldots$

$$\dot{x} = Ax + Bv_z(t,x), x(0) = x_0 \in G, \tag{3}$$

совпадает на промежутке $[kh,(k+1)h)$ с решением уравнения $\dot{x} = Ax + Bu(t), u(t) = u_z(t - kh, x(kh))$;

4) состояние равновесия $x(t) \equiv z, t \ge 0$ системы (3) асимптотически устойчиво в $G$.

Таким образом, задача регулирования состоит в построении обратной связи, которая переводит динамическую систему из окрестности одного состояния равновесия в окрестность другого ($z \in \operatorname{int} X_0$) и стабилизирует систему относительно нового состояния равновесия.

Для построения обратной связи (2) используется подход, предложенный в [1] для синтеза оптимальных систем, который затем был развит в [2] для задачи стабилизации динамических систем.

Следуя [2], построение обратной связи $u = u_z(x), x \in G$ будем вести методами оптимального управления с использованием следующей вспомогательной задачи оптимального управления:

$$B_\theta(y) = \min \int_0^\theta \sum_{j=1}^r \left(u_j(t) - u_{z_j}\right)^2 /2dt,$$
$$\dot{x} = Ax + Bu, \ x(0) = y, \ x(\theta) = z, \ |u_j(t)| \le L, j \in J, \ t \in T = [0,\theta]. \tag{4}$$

Пусть $u_z^0(t|0,y), t \in T$, - оптимальное программное управление задачи (4), $G_\theta$ - множество всех состояний $y$, для которых задача (4) имеет решение. Нетрудно показать, что множество $G_\theta$ можно построить почти совпадающим с областью управляемости в $z$ системы (1). Функцию

$$u_z(t,y) = u_z^0(t|0,y), y \in G_\theta, t \in [0,h), \tag{5}$$

назовем оптимальным стартовым управлением [3] типа обратной связи для задачи (4). Аналогично [3] можно показать, что оптимальное стартовое управление (5) и является обратной связью, решающей классическую задачу регулирования для системы (1) в области $G$, то есть удовлетворяет требованиям 1)-4).

Опишем алгоритм работы регулятора. Пусть начальное состояние системы (1) $x(0) = x_0^*$. До начала работы регулятора в момент $\tau = 0$ при выбранных значениях $h, \theta$ он строит оптимальное программное управление

$u_{\tau}^{0}(t|0, x_0^*), t \in T$ задачи (4), соответствующее начальному состоянию $x_0^*$, например, методом [4], так как все элементы задачи (4) известны. На вход системы подается управление $u^*(t) = u_{\tau}^{0}(t|0, x_0^*), t \in [0, h)$ и порождает ее состояние $x^*(h|x_0^*)$.

Пусть в момент времени $\tau = kh$ ($k > 0$) система (1) оказалась в состоянии $x^*(kh|x_0^*)$. В предыдущий момент $\tau - h = (k-1)h$ регулятор уже решил задачу (4) с $y = x^*((k-1)h|x_0^*)$. При достаточно малом $h$ и выполнении довольно общих условий можно найти решение задачи (4) с $y = x^*(kh|x_0^*)$ аналогично [2], решая систему определяющих уравнений. Полагаем $u^*(t) = u_{\tau}^{0}(t - kh|0, x^*(kh|x_0^*))$, $t \in [kh, (k+1)h)$.

Описанный алгоритм работы регулятора реализован на языке программирования C и опробован на известных примерах.

Литература

1. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костюкова О.И.* Оптимизация линейной системы управления в режиме реального времени //Изв. РАН. Технич. кибернетика. 1992. №4. С. 3-19.
2. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костюкова О.И.* К методам стабилизации динамических систем //Изв. РАН. Технич. кибернетика. 1994. №3. С. 67-77.
3. *Габасов Р., Лубочкин А.В.* Стабилизация линейных динамических систем оптимальными управлениями линейно-квадратичных задач //ПММ. Т. 62. Вып. 4. 1998. С. 556-565.
4. *Лубочкин А.В.* Методы решения выпуклых задач оптимального управления: дис., канд. физ.-мат. наук: 01.01.02. Минск, 1987. 132 с.