

## НЕКОТОРЫЕ ЯВЛЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ЗОНЕ ЗАХВАТА КОЛЬЦЕВОГО ЛАЗЕРА

А. М. Волков и Г. В. Скроцкий

Найдены соотношения, определяющие зависимость разности фаз встречных волн и угла поворота плоскости поляризации света в кольцевом оптическом квантовом генераторе, часть контура которого заполнена изотропной средой, от угловой скорости его вращения. Рассмотрено влияние стационарного гравитационного поля, создаваемого вращающейся массой, на разность фаз встречных волн и вращение плоскости поляризации. Показано, что статическое гравитационное поле в 1-м приближении не меняет состояние поляризации света в кольцевом лазере.

### Введение

Уникальные свойства кольцевых квантовых генераторов обеспечили им широкое применение при высокоточных измерениях различных физических величин, в частности, для определения угловой скорости вращения [1]. Структура электромагнитного поля в кольцевом резонаторе весьма чувствительна к изменениям физических свойств находящейся в нем среды и гравитационного поля любой природы, пронизывающего его контур. Релятивистское изменение хода времени в гравитационном поле и поле ускорений приводят к интегральному эффекту зависимости времени обхода контура прибора от распределения этих полей. Это явление не зависит от природы носителя. В применении к электромагнитному полю кольцевого лазера действие прибора можно описать, представив себе, что скорость распространения встречных электромагнитных волн зависит не только от оптических характеристик элементов кольцевого резонатора, но и от фиктивного показателя преломления «среды», имитирующей гравитационное поле.

Угловая скорость вращения устройства обычно определяется по разности частот встречных мод кольцевого оптического квантового генератора путем их гетеродинирования. Частота биений между встречными модами, возникающая при квадратичном гетеродинировании, пропорциональна угловой скорости вращения прибора. Однако, как известно, при угловых скоростях вращения прибора, меньших некоторой пороговой, биения пропадают. Это явление, получившее название захвата мод, существенно ограничивает возможности измерения малых угловых скоростей. Тем не менее захват мод, разумеется, никоим образом не сказывается на времени обхода светом контура или величине фиктивного показателя преломления, обусловленного гравитационными полями и полями ускорений.

Явление захвата встречных мод изменяет ритм работы прибора, который генерирует в этом случае встречные моды одинаковой частоты, но разной длины волны

$$\lambda_{\pm} = \frac{2\pi c}{\omega n_{\pm}}.$$

В настоящей работе на основе общей теории относительности и теории электромагнитного поля исследована зависимость разности фаз встречных

волн и угла поворота плоскости поляризации электромагнитных волн от угловой скорости вращения кольцевого лазера. При этом учтено влияние статического гравитационного поля, а также влияние вращения масс (например, вращение Земли вокруг собственной оси) на разность фаз встречных волн и угол поворота плоскости поляризации волн.

Отметим, что зависимость разности фаз встречных волн от угловой скорости вращения резонатора и параметров обратного рассеяния исследовалась другим способом в работе [2].

### Уравнения электромагнитного поля для вращающихся в гравитационном поле сред

Распространение электромагнитных волн в диэлектрической среде, которая покоится в произвольной системе отсчета в присутствии гравитационного поля, описывается ковариантными уравнениями Максвелла [3, 4]:

$$F_{\alpha\beta;\gamma} + F_{\beta\gamma;\alpha} + F_{\gamma\alpha;\beta} = 0, \quad H^{\alpha\beta}_{;\beta} = 0, \quad (1)$$

совместно с ковариантными материальными уравнениями [5]

$$\sqrt{-g} H^{\alpha\beta} = \sqrt{-g} g^{\alpha\gamma} g^{\beta\nu} S_{\gamma\nu}^{\sigma\tau} F_{\sigma\tau} \quad (2)$$

или

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} g_{\alpha\gamma} g_{\beta\nu} \sqrt{-g} H^{\gamma\nu} = S_{\alpha\beta}^{\sigma\tau} F_{\sigma\tau}.$$

В формулах (1) и (2)  $H^{\alpha\beta}$  и  $F_{\alpha\beta}$  — соответственно контравариантный и ковариантный тензоры электромагнитного поля,  $g^{\alpha\beta}$  — метрический тензор,  $g$  — определитель метрического тензора,  $S_{\gamma\nu}^{\sigma\tau}$  — тензор диэлектрической и магнитной проницаемости.

В случае изотропной среды тензор  $S_{\gamma\nu}^{\alpha\beta}$  имеет компоненты [5]

$$S_{0i}^{0i} = \epsilon, \quad S_{ij}^{ij} = \frac{1}{\mu}; \quad i \neq j, \quad i, j, \dots = 1, 2, 3.$$

Остальные компоненты  $S_{\gamma\nu}^{\alpha\beta} = 0$ .

Метрический тензор в системе отсчета, которая вращается в гравитационном поле, создаваемом вращающимся сферическим телом массы  $m$  в первом приближении, имеет следующие отличные от нуля компоненты:

$$g^{00} = 1 - \frac{2U}{c^2}; \quad g^{11} = g^{22} = g^{33} = -1 - \frac{2U}{c^2};$$

$$g^{0i} = g^{i0} = -G_i = -\frac{|\Omega r|_i}{c} - \frac{2k}{c^3 R^3} [\mathbf{R}\mathbf{M}]_i,$$

где  $U = -km/R$  — потенциал гравитационного поля,  $k$  — гравитационная постоянная,  $\mathbf{M}$  — момент импульса тела,  $\mathbf{R}$  — радиус-вектор из центра массы тела до рассматриваемой точки,  $\Omega$  — угловая скорость вращения системы отсчета,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор из начала координат вращающейся системы отсчета до рассматриваемой точки.

Введем трехмерные векторы электромагнитного поля по схеме [6]

$$F_{\alpha\beta} \rightarrow (\mathbf{E}, \mathbf{B}), \quad \sqrt{-g} H^{\alpha\beta} \rightarrow (-\mathbf{D}, \mathbf{H}).$$

Переходя к векторной записи уравнений (1) и (2), получим систему дифференциальных уравнений, совпадающую с уравнениями Максвелла в среде

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

и векторные материальные уравнения

$$\mathbf{D} = \left(1 - \frac{2U}{c^2}\right) \varepsilon \mathbf{E} - \frac{1}{\mu} [\mathbf{G} \cdot \mathbf{V}], \quad \mathbf{H} = \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right) \frac{1}{\mu} \mathbf{B} - \varepsilon [\mathbf{G} \cdot \mathbf{E}], \quad (4)$$

где  $\varepsilon$  и  $\mu$  — значения диэлектрической и магнитной проницаемости вещества, измеренные локальными наблюдениями, связанными со средой.

Из уравнений (3) и (4) легко определить эффективный показатель преломления изотропной среды, которая покоится относительно вращающейся в гравитационном поле системы отсчета

$$n^* = \left(1 - \frac{2U}{c^2}\right) n + \frac{n^2 + 1}{2n} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}), \quad \text{где } n = \sqrt{\varepsilon \mu}. \quad (5)$$

### Разность фаз встречных волн

Электрическое поле во вращающемся в гравитационном поле кольцевом лазере можно представить в виде

$$\mathbf{E}_{1(2)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{1(2)}(t) \cos \Phi_{1(2)}(\mathbf{r}, t),$$

где

$$\Phi_{1(2)}(\mathbf{r}, t) = \int_0^t K_{1(2)} dl + \omega_{1(2)} t + \varphi_{1(2)}.$$

Интеграл в последней формуле берется по контуру резонатора,

$$K_{1(2)} = \frac{\omega_{1(2)}}{c} n_{1(2)}^* = \frac{2\pi}{\lambda_{1(2)}^*}$$

волновые векторы,  $\omega_{1(2)}$  — частоты встречных электромагнитных волн,  $\varphi_{1(2)}$  — начальные фазы. В области захвата  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ . Изменение фаз  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  при однократном обходе волной контура резонатора в зоне захвата

$$\Phi_{1(2)} = \frac{\omega_0}{c} \oint_L n_{1(2)}^* dl + \omega_0 t + \varphi_{1(2)}.$$

Разность фаз встречных волн

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{\omega_0}{c} \left\{ \oint_L n_1^* dl - \oint_L n_2^* dl \right\} + (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Пусть  $L$  — периметр контура резонатора. Часть контура резонатора длины  $l$  заполнена активной (или какой-либо другой) средой. Показатель преломления среды в инерциальной системе отсчета в отсутствие гравитационного поля равен  $n_a$ .  $\omega_0$  — собственная частота покоящегося в инерциальной системе отсчета в отсутствие гравитационного поля кольцевого резонатора. Разность фаз встречных волн во вращающемся в стационарном гравитационном поле кольцевом лазере равна

$$\Delta\Phi = \frac{\omega_0}{c} \left\{ 2 \oint (\mathbf{G} \cdot d\mathbf{l}) + (n_a^2 - 1) \int_0^l (\mathbf{G} \cdot d\mathbf{l}) \right\} + (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (6)$$

Статическое гравитационное поле изменяет фазу каждой бегущей волны. Разность фаз встречных волн в отсутствие невзаимных элементов в контуре резонатора не зависит от статического гравитационного поля. В случае, если заполняющая резонатор среда является невзаимной по отношению к противоположно бегущим электромагнитным волнам, то следует учитывать и статическое гравитационное поле. Стационарное гравитационное поле вращающихся масс в отсутствие невзаимных эле-

ментов оказывает существенное влияние на разность фаз встречных волн, когда контур кольцевого резонатора охватывает ось вращения массы или находится вблизи этой оси.

Если гравитационное поле вращающихся масс отсутствует ( $U=0$ ,  $M=0$ ), то соотношение (6) принимает вид

$$\Delta\Phi = \frac{\omega_0}{c} \left\{ \frac{4\Omega S}{c} + \frac{n_a^2 - 1}{2} \frac{4\Omega S_1}{c} \right\} + (\varphi_1 - \varphi_2),$$

где

$$S = \frac{1}{2} \oint_L [\mathbf{r} \cdot d\mathbf{l}], \quad S_1 = \frac{1}{2} \oint_0^l [\mathbf{r} \cdot d\mathbf{l}],$$

$S$  — площадь контура кольцевого лазера,  $S_1$  — площадь, ограниченная участком  $l$  контура, заполненным средой, и лучами, соединяющими концы участка с центром вращения.

### Вращение плоскости поляризации

Известно, что при распространении электромагнитной волны в гравитационном поле вращающихся масс происходит поворот плоскости поляризации света [6]. Аналогичное явление имеет место и при распространении электромагнитной волны во вращающемся кольцевом лазере. Угол поворота плоскости поляризации волны зависит от угловой скорости вращения лазера.

Для того чтобы определить угол поворота плоскости поляризации, рассмотрим распространяющиеся в кольцевом лазере электромагнитные волны, поляризованные по левому и правому кругу. Эффективный показатель преломления циркулярно поляризованных волн

$$n_{\pm}^* = \left(1 - \frac{2U}{c^2}\right) n \pm \frac{n^2 + 1}{2n} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}),$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор длины  $\sqrt{\epsilon\mu}$  в направлении распространения волны. Знак плюс соответствует правополяризованной циркулярной волне, знак минус — волне, поляризованной по левому кругу.

Угол поворота плоскости поляризации электромагнитной волны при однократном обходе контура резонатора равен

$$\Theta = \frac{\omega_0}{c} \left\{ \oint_L (\mathbf{G} \times d\mathbf{l}) + \frac{n_a^2 - 1}{2} \int_0^l (\mathbf{G} \times d\mathbf{l}) \right\}, \quad (7)$$

где  $l$  — длина части контура резонатора, которая заполнена средой.

В отличие от разности фаз и разности частот встречных волн (и фазы и частоты одной бегущей волны) угол поворота плоскости поляризации волны даже в кольцевом резонаторе с невзаимной оптически неактивной средой в рассматриваемом приближении не зависит от статического гравитационного поля. Вращение плоскости поляризации определяется только недиагональными компонентами метрического тензора.

Если гравитационное поле отсутствует ( $U=0$ ,  $M=0$ ), то соотношение (7) принимает вид

$$\Theta = \frac{1}{2} \frac{\omega_0}{c} \left\{ \frac{4\Omega S}{c} + \frac{n_a^2 - 1}{2} \frac{4\Omega S_1}{c} \right\}. \quad (8)$$

Плоскость поляризации электромагнитной волны, которая распространяется по контуру резонатора в направлении вращения кольцевого лазера, поворачивается на угол  $\Theta$  вправо. Плоскость поляризации противоположно бегущей волны поворачивается на такой же угол влево (относи-

тельно луча). Таким образом, плоскости поляризации встречных волн совпадают (если в резонаторе находится невзаимная среда, то полного совпадения нет).

Измеряя угол поворота плоскости поляризации электромагнитных волн, распространяющихся во вращающемся кольцевом лазере, можно определить по формулам (7) или (8) угловую скорость вращения лазера. При этом зеркала, применяемые в кольцевых лазерах, не должны менять состояние поляризации электромагнитных волн.

Фазовые и поляризационные характеристики кольцевых лазеров можно использовать для изучения некоторых явлений, возникающих при распространении света в магнитном, электрическом и гравитационных полях, в неинерциальных системах отсчета, эффектов увлечения Френеля—Физо и других явлений. Оценка влияния гравитационного поля на частоту бегущей волны и разность частот встречных волн во вращающемся кольцевом лазере с невзаимным элементом сделана в работе [7].

#### Литература

- [1] Н. М. Померанцев, Г. В. Скороцкий. Усп. физ. наук, 100, 361, 1970; В. Е. Привалов, С. А. Фридрихов. Усп. физ. наук, 97, 377, 1969.
- [2] Н. Н. Розанов, Г. Н. Винокуров, О. Б. Данилов. Опт. и спектр., 23, 624, 1967.
- [3] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. Изд. «Наука», М., 1967.
- [4] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М., 1959.
- [5] А. М. Волков, В. А. Киселев. ЖЭТФ, 57, 1353, 1969.
- [6] Г. В. Скороцкий. ДАН СССР, 114, 73, 1957; Г. В. Скороцкий, А. А. Измestьев. ДАН СССР, 178, 77, 1968.
- [7] А. М. Волков, В. А. Киселев. ЖЭТФ, 58, 1857, 1970.

Поступило в Редакцию 6 февраля 1970 г.