

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИНФРАКРАСНОГО КОНТИНУУМА В ЦЕЛЯХ ДИАГНОСТИКИ ПЛАЗМЫ

Н. Г. Преображенский и Т. А. Шаранова

Выполнены расчеты абсолютной интенсивности континуума, обязанного тормозному излучению плазмы в интервале длин волн от 3 до $3 \cdot 10^3$ мкм. Исходными параметрами являлись: электронная температура, электронная плотность и размеры слоя плазмы по лучу наблюдения спектра. Их вариация предусматривала охват всего комплекса условий в тех экспериментах, которые выполнены к настоящему времени и используют ИК диагностическую технику. В основу расчета положено уравнение переноса для пространственно неоднородной плазмы, решаемое двумя различными способами. Для случая слабо и сильно неоднородной плазмы рассмотрены важнейшие приемы диагностики по характеристикам спектра ИК континуума.

Введение

Усовершенствование инфракрасной техники, имевшее место в последние годы [1, 2], стимулировало развитие новых методов диагностики плазмы. ИК спектроскопия уже нашла применение при исследовании целого ряда плазменных объектов. Среди них можно указать:

- а) ударные трубы [3, 4] (электронная температура $T_e = 10^4 - 10^5$ К; электронная плотность $N_e = 10^{15} - 10^{17}$ см $^{-3}$);
- б) установки, работающие на встречных магнитных полях [2] и в режимах Z- и Θ -пинча [5-8] ($T_e = 5 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^6$ К; $N_e = 10^{15} - 5 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$);
- в) скользящие вакуумные искры [9] ($T_e = 4 \cdot 10^5$ К; $N_e = 8 \cdot 10^{18}$ см $^{-3}$);
- г) плазменные сгустки, генерируемые коаксиальным электродинамическим инжектором [10] ($T_e = 5 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^5$ К; $N_e = 10^{15} - 10^{16}$ см $^{-3}$);
- д) плазменные аргоновые струи [11] ($T_e = 10^4$ К; $N_e = 10^{17}$ см $^{-3}$).

В применении к плазме с $T_e \approx 1$ эв и выше обработка результатов абсолютных измерений интенсивности ИК континуума привлекательна прежде всего потому, что: а) молекулярный спектр практически отсутствует; б) радиационной рекомбинацией при условии $h\nu/kT_e \ll 1$ можно пренебречь; в) наложения циклотронного излучения, возникающего в присутствии магнитного поля, обычно без труда удается избежать.

Таким образом, решающий вклад в формирование континуума вносит процесс тормозного излучения, которое и является потенциальным источником информации о важнейших параметрах плазмы: T_e , N_e , а также, вообще говоря, и функции распределения электронов по энергиям $f_e(E)$. Между тем до сих пор ощущается явный недостаток в теоретических расчетах и оценках, на основе которых должен совершаться переход от абсолютной интенсивности континуума $I(\nu)$ к T_e , N_e и $f_e(E)$ в различных экспериментальных ситуациях. Данная работа как раз и служит целям некоторого восполнения указанного пробела.

Схема расчета

Мы провели серию машинных расчетов распределения интенсивности в ИК области спектра $10^{11} \leq \nu \leq 10^{14}$ сек. $^{-1}$ ($3 \leq \lambda \leq 3 \cdot 10^3$ мкм), представляющей наибольший интерес для измерений. При этом предусматри-

валась такая вариация исходных параметров (T_e , N_e и l_0 — размеров слоя плазмы вдоль луча зрения), чтобы оказался охваченным весь комплекс условий в цитированных выше экспериментах [2-11]. Характерные результаты иллюстрируются рис. 1 и 2.

Штриховой линией на рисунках обозначен ход планковской функции

$$B(\nu, T_e) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT_e}\right) - 1 \right]^{-1} \approx 3.07 \cdot 10^{-37} \nu^2 T_e. \quad (1)$$

Здесь вполне достаточно приближения Релея—Джинса; T_e — в град. Кельвина, ν — в сек.⁻¹, B — в эрг/см²·стер. Самопоглощение играет

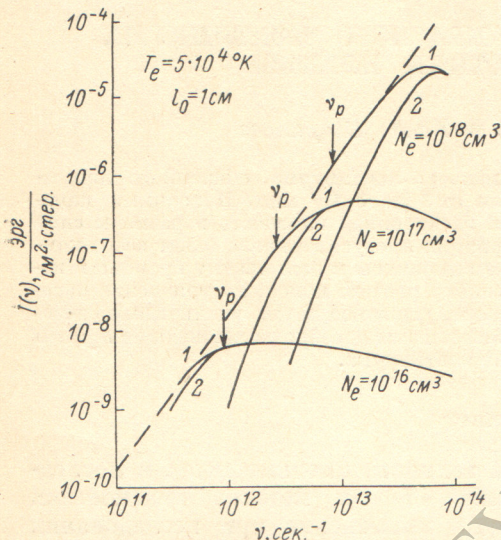


Рис. 1.

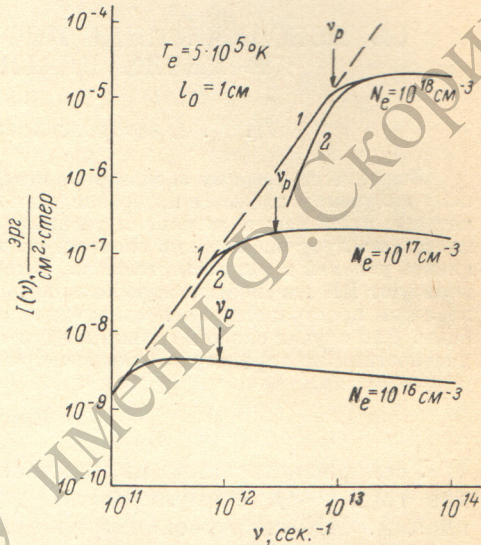


Рис. 2.

существенную роль почти во всей рассматриваемой спектральной области, поэтому в основу расчета необходимо было положить уравнение переноса

$$\frac{d}{dl} I(\nu, r, l) = \varepsilon(\nu, r) - \chi(\nu, r) I(\nu, r, l), \quad (2)$$

которое в общем случае позволяет вычислить интенсивность в точке r и в направлении l .¹

Для аксиально-симметричной плазмы с радиусом R мы можем записать коэффициент спонтанного испускания $\varepsilon(\nu, r)$ ($r \leq R$), ограничиваясь лишь учетом свободно-свободных переходов в поле ионов. Действительно, рассеяние электронов на нейтральных частицах при $T_e \sim 5 \cdot 10^4$ К не играет сколько-нибудь заметной роли как из-за малости эффективного сечения, так и из-за низкой плотности нейтралов. С другой стороны, доля тормозного излучения, возникающего в результате электрон-электронных взаимодействий, может стать существенной лишь в релятивистской плазме. Кроме того, в нашей задаче можно пренебречь снижением потенциала ионизации в формуле Саха [12] и приравнять единице множитель Бибермана—Нормана $\xi(\nu)$ [13], который в общем случае учитывает специфику сечений ионных уровней с заметным квантовым дефектом. Тогда

$$\varepsilon(\nu, r) = \alpha Z^2 G_{ff} \frac{N_e(r) N_i(r)}{\sqrt{kT_e(r)}} \exp\left[-\frac{h\nu}{kT_e(r)}\right], \quad (3)$$

где

$$\alpha = 8 \sqrt{2\pi} e^6 (3 \sqrt{3} m c^3)^{-1} = 6.36 \cdot 10^{-47} \text{ ед. CGS,}$$

¹ Под интенсивностью $I(\nu)$ подразумевается спектральная плотность энергетической яркости, имеющая, как и величина B , размерность эрг/см² · стер.

Z — эффективный заряд иона (в расчетах мы полагали $Z=1$), $N_i(r)$ — плотность ионов (ниже, в силу квазинейтральности плазмы, принято $N_e=N_i$).

Фактор Гаунта G_{ff} аппроксимировался по Остеру [14]

$$G_{ff} = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left\{ \left(\frac{2kT_e}{\gamma m} \right)^{3/2} \left(\frac{m}{\gamma Z e^2 \pi \nu} \right) \right\}, & T_e < 5 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K}, \\ \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left(\frac{4kT_e}{\gamma h \nu} \right), & T_e > 5 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\gamma = 1.78$ — константа Эйлера. Заметим, что недавно справедливость высокотемпературной аппроксимации (4) была подтверждена экспериментально в широком частотном интервале [15]. Локальный коэффициент поглощения определяется по закону Кирхгофа

$$\kappa(\nu, r) = \varepsilon(\nu, r) B^{-1}(\nu, T_e). \quad (5)$$

При обработке экспериментальных данных в [2-11] слой плазмы явно или неявно предполагался однородным. В этом случае при интегрировании (2) мы получаем

$$I(\nu) = B(\nu, T_e) \{1 - \exp[-\tau(\nu)]\}, \quad (6)$$

где в приближении Релея—Джинса

$$\tau(\nu) = \kappa(\nu) l_0 \simeq \frac{\tau_{ac}^2}{2} Z^2 G_{ff} N_e N_i (kT_e)^{-3/2} \nu^{-2} l_0 \simeq 1.77 \cdot 10^{-2} G_{ff} N_e^2 T_e^{-3/2} \nu^{-2} l_0. \quad (7)$$

Сплошные кривые, соответствующие формуле (6), отмечены на рисунках цифрой 1. Их коротковолновая часть, отступающая от планковской функции, характеризует оптически прозрачный континуум, т. е. коэффициент испускания $\varepsilon(\nu)$.

Реальный слой плазмы, однако, редко оказывается достаточно однородным, а луч наблюдения не обязательно проходит через ось. Преобразования уравнения переноса (2) в этом общем случае рассматривались одним из авторов в [16]. Опуская их здесь, мы приходим окончательно к следующим расчетным формулам (y — кратчайшее расстояние от оси до луча)

$$\left. \begin{aligned} I(\nu) &= 2 \exp \left[-\frac{\tau_R(\nu)}{2} \right] \int_y^R \frac{r \varepsilon(\nu, r)}{\sqrt{r^2 - y^2}} \operatorname{ch} \left[\frac{\tau_r(\nu)}{2} \right] dr, \\ \varepsilon(\nu, r) &= 5.45 \cdot 10^{-30} G_{ff} N_e^2(r) T_e^{-1/2}(r) \exp \left[-\frac{4.8 \cdot 10^{-11} \nu}{T_e(r)} \right], \\ \tau_x(\nu) &= 2 \int_y^x \frac{r \kappa(\nu, r) dr}{\sqrt{r^2 - y^2}}, \\ R &= \sqrt{y^2 + \frac{l_0^2}{4}}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Радиальное распределение электронной плотности $N_e(r)$ и температуры $T_e(r)$ удобно было для машинных вычислений задать в следующей параметрической форме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_e(r)}{N_e(0)} &= 1 - \left[1 - \frac{N_e(R)}{N_e(0)} \right] \left(\frac{r}{R} \right)^n, \\ \frac{T_e(r)}{T_e(0)} &= 1 - \left[1 - \frac{T_e(R)}{T_e(0)} \right] \left(\frac{r}{R} \right)^t, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

причем в условиях локального термодинамического равновесия необходимо учитывать вытекающую из уравнения Саха связь

$$\frac{N_e(r)}{N_e(0)} = \left[\frac{T_e(r)}{T_e(0)} \right]^{1/4} \exp \left\{ -\frac{V_j}{2kT_e(0)} \left[\frac{T_e(0)}{T_e(r)} - 1 \right] \right\}, \quad (10)$$

где в нашем расчете V_j — потенциал ионизации водорода. Параметры n и t , а также граничные условия, определяющие отношения $\frac{N_e(R)}{N_e(0)}$ и $\frac{T_e(R)}{T_e(0)}$, варьировались в довольно широком диапазоне значений.

Помимо прямого моделирования распределений $N_e(r)$ и $T_e(r)$, согласно (9), в расчетах использовалось и моделирование функции источника [в данном случае — функции Релея—Джинса (1)] по однопараметрической схеме [17]. Хотя второй способ несколько грубее первого,² вносимая им погрешность не превосходит 10% — это было установлено прямыми расчетами. Однако с точки зрения вычислительной процедуры моделирование функции источника гораздо проще. Цифрой 2 на рисунках помечены кривые, соответствующие «треугольной» функции источника, когда абсолютная интенсивность ИК континуума подсчитывается по формуле

$$I(\nu) = 4B(\nu, T_e) \frac{1}{\tau(\nu)} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{\tau(\nu)}{2}\right] \right\}^2, \quad (11)$$

а в выражении для оптической толщины слоя (7) под N_e и T_e следует понимать значения, усредненные по лучу зрения.

Наконец, стрелками на рисунках отмечены электронные плазменные частоты

$$\nu_p = \sqrt{\frac{e^2 N_e}{\pi m}}, \quad (12)$$

вблизи которых, вообще говоря, интенсивность континуума должна резко изменяться [8, 18]. Однако участки кривых в области $\nu < \nu_p$ можно отнести к излучению плазмы, электронная плотность которой уменьшена, скажем, в β раз, а толщина слоя увеличена в β^2 раз; ν_p уменьшена при этом в $\beta^{1/2}$ раз.

Из анализа расчетных данных вытекает ряд выводов, которые следует иметь в виду, используя ИК континуум для диагностики плазмы. При их обсуждении удобно по отдельности рассмотреть случаи слабо ($n \leq 0.2$; $t \leq 0.2$) и сильно (n и $t \sim 1$) неоднородной плазмы.

Слабо неоднородная плазма

В данном случае наиболее простой и точной является следующая диагностическая схема. На частотах $\nu > \nu_p$ проводятся измерения $I(\nu)$ в области «черного излучения» (прямолинейный участок кривой в логарифмическом масштабе — см. рис. 1 и 2), после чего по формуле (1) находится электронная температура T_e . Переходя далее в более коротковолновую область, где может быть непосредственно определен коэффициент испускания $\epsilon(\nu)$, получаем электронную плотность N_e по формуле (3). Для более грубой оценки можно зафиксировать «отсечку» излучения на плазменной частоте и найти N_e из (12).

Как следует из наших расчетов, ограниченность этой методики проявляется все сильнее с увеличением электронной температуры. Так, с ростом T_e на порядок минимальная электронная плотность, для которой имеет место выход на планковскую прямую при $\nu > \nu_p$, возрастает и притом даже более, чем на порядок величины. Фактически при температурах $T_e \sim 10^5 - 10^6$ К и размерах слоя $l_0 \sim 1 - 10$ см указанная схема применима лишь к весьма плотной плазме с $N_e \sim 5 \cdot 10^{17} - 10^{18}$ см⁻³.

Что касается более низких температур ($T_e \sim 10^4$ К), то здесь нужно иметь в виду трудности иного рода. Во-первых, в коэффициент спонтанного испускания $\epsilon(\nu)$ может дать существенный вклад член, обязанный тормозному излучению электронов на атомах. Во-вторых, сильно возрастает ошибка, вносимая за счет фактора Гаунта [формулы (4)], при рас-

² Показатели n и t взаимосвязаны, но из-за вариации граничных условий задачи не обязательно должны сводиться к одному параметру функции источника.

чете которого не учитывается экранировка потенциала иона свободными электронами. Правда, оба эффекта ведут лишь к увеличению погрешности при измерениях N_e , а не T_e ; в результате определение N_e по плазменной частоте может оказаться более предпочтительным.

Теоретически не исключается и схема диагностики, в которой не используется аппроксимация плазмы черным излучателем: тогда N_e находится по (12), а T_e — по формуле (3). Однако в силу того, что

$$T_e \sim \nu_p^8 \epsilon^{-2},$$

пирометрия оказывается весьма грубой.

Коснемся еще вопроса о возможности извлечения из ИК континуума функции распределения $f_e(E)$ электронов по энергиям. Для слабо неоднородной плазмы функцию $f_e(E)$ можно считать изотропной и характеризующей плазму в целом. Если самопоглощение не существенно, то абсолютную интенсивность в тормозном континууме можно представить в виде

$$I(\nu) = H \int_{h\nu}^{\infty} f_e(E) \frac{dE}{\sqrt{E}}, \quad (13)$$

где $H \sim Z^2 N_e N_i l_0$ [максвеллово распределение $f_e(E)$ непосредственно приводит к (3)]. По отношению к $f_e(E)$ (13) является интегральным уравнением Фредгольма первого рода. Корректное решение уравнений подобного вида стало возможным сравнительно недавно благодаря разработанному Тихоновым методу регуляризации [19, 20]. Таким образом, достаточно протяженные участки спектра $I(\nu)$, свободные от влияния реабсорбции, могут быть использованы и для получения такой важной характеристики плазмы, как функция распределения электронов по энергиям.

Отметим еще, что было бы ошибочным находить $f_e(E)$ по относительным интенсивностям тормозного континуума, как это предложил недавно Челноков [21]. В этой работе утверждается, что отношение двух значений функции распределения электронов по скоростям (для аргументов v_1 и v_2) выражается формулой

$$\frac{f(v_1) dv}{f(v_2) dv} = \frac{I(\nu_1)}{I(\nu_2)} \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2}}. \quad (14)$$

Однако непосредственно видно, что соотношение (14) следовало бы из формулы (13) лишь в монокинетическом пределе, противоречащем самой постановке задачи.

Сильно неоднородная плазма

С ростом степени неоднородности плазмы область применимости описанных выше приемов диагностики быстро сужается и ее вскоре вообще не остается. Действительно, чем ниже T_e и выше N_e (мы имеем в виду усредненные по лучу наблюдения значения параметров), тем резче и заметнее проявляются расхождения в $I(\nu)$, обязанные наличию $\text{grad } T_e$ и $\text{grad } N_e$. Кроме того, все более неопределенным становится значение плазменной частоты.

Какого же рода информацию о плазме можно извлечь в этом случае из ИК континуума?

Во-первых, если T_e удастся оценить, пусть даже с небольшой точностью, с помощью простейшего метода Молера—Бекнера [22]

$$T_e \approx \frac{h(\nu_2 - \nu_1)}{k \ln \frac{I(\nu_1)}{I(\nu_2)}}, \quad (15)$$

то определение $N_e(r)$ по формуле (3) путем обычного абелева пересчета может быть вполне приемлемым и надежным. Даже такой грубый прием,

как оценка T_e путем измерения газокинетического давления плазмы $Nk(T_e + T_i)$ по вытеснению магнитного поля [10], который может дать ошибку в T_e до порядка величины, позволяет найти $N_e(r)$ с погрешностью не более, чем в два раза.

Во-вторых, возможна итерационная процедура: по заданному T_e находится $N_e(r)$ в нулевом приближении, затем из расчетных данных типа представленных на рис. 1 и 2 получается корректировочный множитель, позволяющий осуществить переход от измеренных значений $I(\nu)$ к соответствующим планковским значениям на тех же частотах, откуда находится новая величина T_e и т. д.

В-третьих, при температурах $T_e \sim 5 \cdot 10^5 - 10^6$ К и размерах слоя порядка 50—100 см, как это следует из расчетов, все же можно достичь почти планковских значений интенсивности континуума, после чего T_e и N_e находятся так же, как и в случае слабо неоднородной плазмы. Нужно, правда, иметь в виду, что полученные таким образом значения будут в основном характеризовать наружные слои плазмы.

В-четвертых, общее представление о градиенте электронной плотности можно получить, измеряя плазменные частоты на различных лучах зрения. Заметим, что в ряде экспериментов [2-11] наблюдалось отсутствие резкой «отсечки» интенсивности на ν_p , что лишний раз подтверждает необходимость обобщения теории применяемых сейчас диагностических методов на неоднородные слои плазмы.

В заключение подчеркнем, что развитие лазерной техники в ИК диапазоне, вероятно, значительно расширит возможности описанных методов диагностики плазмы. Подтверждением этому является недавно выполненный эксперимент [4], в котором благодаря одновременной регистрации $I(\nu)$ и $\tau(\nu)$, а также привлечению уравнений состояния, непрерывности, сохранения энергии и ионизационного баланса, удалось, помимо профилей электронной плотности и температуры, измерить константы скорости ионизации и рекомбинации для плазмы, возникающей за фронтом ударной волны.

Литература

- [1] J. Houghton, S. Smith. *Infra-red Physics*, Oxford, Clarendon Press, 1966.
- [2] «Диагностика плазмы», под ред. Р. Хаддлстоуна и С. Леонарда. Изд. «Мир», М., 1967.
- [3] M. Kimmit, A. Prior, P. Smith. *Nature*, 190, 599, 1961.
- [4] Н. А. Генералов, В. П. Зимаков, Г. И. Козлов. *ЖЭТФ*, 58, 1928, 1970.
- [5] G. Harding, M. Kimmit, J. Ludlow, P. Parreau, A. Prior, V. Roberts. *Proc. Phys. Soc.*, 77, 1069, 1961.
- [6] G. Harding, V. Roberts. *Nucl. Fusion, Suppl.*, 3, 883, 1962.
- [7] M. Kimmit, G. Niblett. *Proc. Phys. Soc.*, 82, 938, 1963.
- [8] D. Gross. *Zs. Phys.*, 221, 17, 1969.
- [9] P. Vogen, H. Conrads, D. Rusbüldt. *Zs. Phys.*, 186, 240, 1965.
- [10] Г. Г. Мангадзе, И. М. Подгорный, В. Д. Русанов. Сб. «Диагностика плазмы», вып. 2, 101. Атомиздат, М., 1968.
- [11] J. Chapelle, F. Sabannes. *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, 9, 889, 1969.
- [12] H. Griem. *Phys. Rev.*, 128, 997, 1962.
- [13] Л. М. Биберман, Г. Э. Норман. *J. Quant. Spectr. Rad. Transf.*, 3, 221, 1963; *Усп. физ. наук*, 91, 193, 1967.
- [14] L. Oster. *Rev. Modern Phys.*, 33, 525, 1961.
- [15] P. Vogen, D. Rusbüldt. *Phys. Fluids*, 11, 2022, 1968.
- [16] Н. Г. Преображенский. *Опт. и спектр.*, 22, 179, 1967.
- [17] Н. Г. Преображенский. *Опт. и спектр.*, 17, 8, 1964; *Материалы XV Совещ. по спектр.*, т. 2, стр. 513, 1965.
- [18] I. Slechta. *Czechoslov. J. Phys.*, B18, 1299, 1968.
- [19] А. Н. Тихонов. *ДАН СССР*, 151, 501, 1963.
- [20] А. Н. Тихонов, В. В. Аликаев, В. Я. Арсенин, А. А. Думова. *ЖЭТФ*, 55, 1903, 1968.
- [21] М. Б. Челноков. *Изв. вузов, физика*, № 1, 12, 1969.
- [22] F. Mohler, C. Voelker. *Bur. Nat. Stand. J.*, 2, 489, 1929.

Поступило в Редакцию 8 июля 1970 г.