

УДК 535.317.1+535.421.01

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛУЧЕНИЯ ВИДИМЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ИСТОЧНИКОВ ЗВУКА ПРИ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА УЛЬТРАЗВУКЕ

В. А. Зверев, А. М. Павленко и Г. А. Шаронов

Теоретически рассмотрена возможность получения видимых изображений ультразвуковых источников, основанного на дифракции света на ультразвуке. Обсуждаются также особенности и ограничения данного метода ультразвуковой голографии.

В настоящее время методы голографии получают все большее применение в различных диапазонах волн. В частности, большой интерес вызывает акустическая голография, в которой можно выделить два основных направления.

Первое — это прямое перенесение метода опорного пучка из оптической голографии в диапазон звуковых и ультразвуковых волн [1-3]. В этом случае существует полная аналогия с оптической голографией, хотя в акустике появляется возможность использования электрического сигнала вместо опорного пучка. Однако получение голограмм таким методом является длительным и сложным процессом.

Второй метод акустической голографии, основанный на дифракции света на ультразвуке, позволяет получить изображение источников звука мгновенно [4, 5]. Прозрачная среда с возбужденным в ней ультразвуковым полем является трехмерной фазовой голограммой источника ультразвукового поля. Следовательно, просвечивая эту объемную голограмму монохроматической световой волной, путем соответствующей обработки дифрагировавшего света, можно мгновенно получить изображение источника звука.

В работах [4-6] были получены изображения и дана теория получения изображений звуковых источников для случая дифракции Брэгга света на ультразвуке, которая имеет место на достаточно высоких частотах (свыше ~15 МГц). Практическое применение методов ультразвуковой голографии на таких высоких частотах ограничено в силу большого затухания волн. Таким образом, представляет интерес применение данного метода на низких частотах ультразвука.

В данной работе рассматривается теоретическая возможность получения двухмерного изображения звуковых источников во всем диапазоне ультразвуковых волн. Рассмотрены условия применимости и особенности данного метода ультразвуковой голографии.

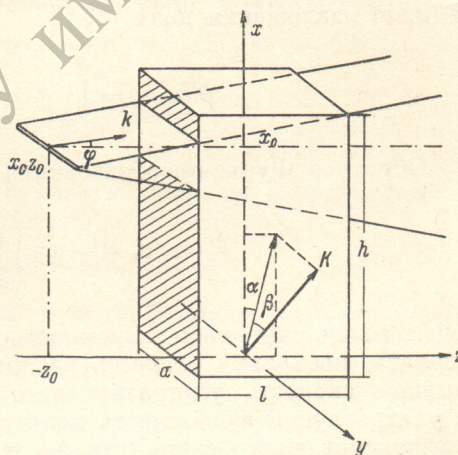


Рис. 1.

1. Пусть в плоскости $x=x_1$ (рис. 1) задано распределение звукового давления $P(x_1, y, z)$. Тогда в любой точке объема $a \times l \times h$, заполненного прозрачным веществом, будет существовать звуковое поле $P(x, y, z)$ и коэффициент преломления среды $N(x, y, z)$ будет изменяться пропорционально звуковому давлению, а именно

$$N(x, y, z) = \mu P(x, y, z).$$

В данном рассмотрении будем пренебрегать отражениями ультразвуковых волн на границах объема, считая их сильно поглощающими ультразвуковые волны.

Представим звуковое поле в виде разложения по плоским волнам

$$P(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(u, v) e^{i[uy+ vz+(x-x_1)w]} du dv, \quad (1)$$

здесь u, v, w — проекции, волнового вектора звука K на оси y, z и x соответственно, $K = \frac{2\pi}{\Lambda}$, где Λ — длина волны звука в среде,

$$\left. \begin{aligned} w &= K_x = K \cos \beta \cos \alpha = \sqrt{K^2 - K_y^2 - K_z^2}, \\ u &= K_y = K \sin \beta, \\ v &= K_z = K \cos \beta \sin \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где α — угол между осью x и проекцией K на плоскость xz , β — угол между K и проекцией K на плоскость xz (рис. 1).

Из граничных условий при $x=x_1$ может быть найден угловой спектр $G(u, v)$ разложения поля (1)

$$G(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y, z) e^{-i(uy+ vz)} dy dz. \quad (3)$$

Обратное Фурье-преобразование дает для $P(x_1, y, z)$

$$P(x_1, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(u, v) e^{i(uy+ vz)} du dv. \quad (4)$$

Здесь мы не учитываем зависимость звукового поля от времени, это можно сделать, поскольку скорость распространения света на 5 порядков превышает скорость ультразвукового поля, и при взаимодействии света с ультразвуком зависимость поля от времени скажется лишь на частоте дифрагировавшего света, что не существенно для данной задачи.

Пусть звуковое поле, существующее в прозрачной среде и описываемое выражением (1), просвечивается расходящейся световой волной от монохроматического линейного источника, расположенного в точке (x_0, z_0) и имеющего равномерный угловой спектр

$$E(x, y, z) = \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik[(x_0-x) \sin \varphi - (z+z_0) \cos \varphi]} d(k \sin \varphi),$$

здесь k — волновое число света, $k=2\pi/\lambda$, где λ — длина волны света, в прозрачной среде, φ — угол между вектором k и осью z (рис. 1).

При распространении в прозрачной среде свет приобретает дополнительный набег фаз, обусловленный переменным коэффициентом преломления среды. В приближении Рамана—Ната [7] взаимодействия света с ультразвуком можно записать выражение для светового поля на выходе из прозрачной среды

$$E_B(x, y, z) = \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik[(x_0-x)\sin\varphi - (z+z_0)\cos\varphi - n(x, y, z)]} d(k \sin \varphi), \quad (5)$$

где

$$n(x, y, z) = \mu \int_{-l/2 \cos \varphi}^{l/2 \cos \varphi} P(x, y, z) ds$$

набег фазы луча света, распространяющегося под углом φ к оси z , s — длина пути, пройденного лучом в среде по направлению $(-\sin \varphi, 0, \cos \varphi)$.

Учитывая (1), набег фазы $n(x, y, z)$ можно записать в виде

$$n(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} G(u, v) \int_{-l/2 \cos \varphi}^{l/2 \cos \varphi} e^{i[uy + vz + w(x-x_1)]} dudv.$$

Вычисляя интеграл по ds , окончательно для $n(x, y, z)$ получим

$$n(x, y, z) = \frac{\mu l}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{G(K \sin \beta; K \cos \beta \sin \alpha)}{\cos \varphi} \operatorname{sinc} \left[\frac{Kl \cos \beta}{2 \cos \varphi} \sin(\varphi - \alpha) \right] \times \\ \times e^{iyK \sin \beta} e^{-ixK \cos \beta \cos \alpha} e^{iK(x \cos \varphi - z \sin \varphi) \cos \beta \cos(\varphi - \alpha)} d(K \sin \beta) d(K \cos \beta \sin \alpha). \quad (6)$$

Рассмотрим подробнее поведение функции $\operatorname{sinc} \left[\frac{Kl \cos \beta}{2 \cos \varphi} \sin(\varphi - \alpha) \right]$. Это функция вида $\sin \xi / \xi$, имеющая максимальное значение при $\alpha = \varphi$ и ширину по первому нулю $\Delta \nu = \frac{2\pi}{l} \cos \varphi$ или, что то же самое

$$\Delta \alpha = \arcsin \left(\frac{\Delta \cos \varphi}{\lambda \cos \beta} \right).$$

Если ширина спектра ультразвукового поля по пространственной частоте ν много больше $\Delta \nu$, т. е. выполняется условие

$$\Delta \nu \ll \nu_{\text{макс.}} \quad \text{или} \quad \Delta \alpha \ll \alpha_{\text{макс.}}, \quad (7)$$

то функция $\operatorname{sinc} \xi$, играющая роль частотной характеристики фильтра пространственных частот по ν , может быть аппроксимирована δ -функцией. При этом необходимо, чтобы показатель экспоненты в (6) на интервале $\Delta \nu$ менялся меньше, чем на 2π , что выполняется. Предположим также малость углов β , таких, что $\cos \beta \approx 1$. Тогда, производя в (6) интегрирование по $d(K \sin \alpha)$ с δ -функцией и взяв вместо второй экспоненты в (6) ее реальную часть, окончательно получим

$$n(x, y, z, \varphi) = \frac{\mu l}{2\pi} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(K \sin \beta \cdot K \sin \alpha)}{\cos \varphi} e^{iyK \sin \beta} d(K \sin \beta) \right] \times \\ \times \cos \{K[(x-x_1) \cos \varphi - z \sin \varphi]\}.$$

Обозначим интеграл в квадратных скобках за $F(y, \varphi)$ и подставим $n(x, y, z, \varphi)$ в выражение (4). Тогда световое поле на выходе из прозрачной среды будут описываться выражением

$$E_B(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik[(x_0-x)\sin\varphi - z\cos\varphi]} e^{-i\frac{\mu kl}{2\pi} F(y, \varphi) \cos K[(x-x_1)\cos\varphi - z\sin\varphi]} d(k \sin \varphi).$$

Разложим вторую экспоненту в этом выражении в ряд по функциям Бесселя

$$E_v(x, y, z) = \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik[(x_0-x)\sin\varphi - z\cos\varphi]} \sum_{p=0}^{\infty} (i)^p J_p \left[\frac{\mu k l}{2\pi} F(y, \varphi) \right] \times \\ \times e^{ipK[(x-x_1)\cos\varphi - z\sin\varphi]} d(k \sin \varphi). \quad (8)$$

Выражение (8) описывает картину дифракции света на ультразвуковых волнах в различных порядках. Ограничимся рассмотрением первого порядка дифракции ($p=1$). В предположении достаточно малой интенсивности звука в первом порядке дифракции функцию Бесселя $J_1(\xi)$ можно заменить линейной. Примем также, что ширина углового спектра света мала, а именно такая, что $\cos \varphi \approx 1$. Тогда для светового поля первого дифракционного порядка получим выражение

$$E_1(x, y, z) = \frac{C}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} G \left[u, \frac{\lambda}{\Lambda} (k \sin \varphi) \right] e^{iuy} e^{ik(x_0 \sin \varphi - z_0 \cos \varphi)} \times \\ \times e^{ik \left[\left(\sin \varphi - \frac{\lambda}{\Lambda} \cos \varphi \right) (x-x_1) + \left(\cos \varphi + \frac{\lambda}{\Lambda} \sin \varphi \right) z \right]} dud (k \sin \varphi), \quad (9)$$

где

$$C = \frac{i\mu k l A_0}{2\pi} = \text{const.}$$

Это выражение аналогично (1), но если разложение по пространственным частотам звука u сохраняется тем же, то пространственная частота звука v в (1) заменяется в (9) пространственными частотами света $k \sin \varphi$. Кроме того, в (9) все плоские волны повернуты на постоянный угол дифракции

$$\gamma = \frac{\lambda}{\Lambda} \cos \varphi$$

и спектр по частотам ($k \sin \varphi$) сжат в λ/Λ раз.

Расстояние z_1 , где локализуется изображение звукового поля, заданного в плоскости x_1 , можно найти из (9) и (4)

$$z_1 = - \frac{1}{\cos \varphi + \frac{\lambda}{\Lambda} \sin \varphi} \left[z_0 \cos \varphi + x \frac{\lambda}{\Lambda} \cos \varphi - x_1 \left(\sin \varphi - \frac{\lambda}{\Lambda} \cos \varphi \right) \right].$$

В предположении малости углов φ и угла дифракции γ можно записать приближенное выражение для z_1

$$z_1 \approx -z_0 + \frac{\lambda}{\Lambda} (x - x_1) + x_1 \varphi; \quad (10)$$

при этом (9) принимает вид

$$E_1(x, y, z_1) = \frac{C}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} G \left(u, \frac{\lambda}{\Lambda} k \sin \varphi \right) e^{iuy} e^{ik(x-x_0)\sin\varphi} dud (k \sin \varphi).$$

Сравнивая это выражение с (4), можно заключить, что

$$E_1(x, y, z) = CP \left[x_1, y, \frac{\lambda}{\Lambda} (x - x_0) \right]. \quad (11)$$

Таким образом, описанная система ультразвуковой голографии дает изображение поля звукового давления, заданного в плоскости $x=x_1$. Это изображение получается в плоскости $z=z_1$ ($z_0, x_1, \frac{\lambda}{\Lambda} x$), т. е. в плоскости, наклоненной на угол $\frac{\lambda}{\Lambda}$ относительно оси x и расположенной в районе источника света (x_0, z_0). В плоскости $z=z_1$ наблюдается мнимое изображение звукового поля, так как (9) есть суперпозиция плоских

волн, расходящихся от источника света. Для получения действительного изображения можно использовать при просвечивании ультразвукового поля сходящиеся световые волны, или применить цилиндрическую линзу, которая преобразует расходящееся распределение световых волн в сходящееся. Множитель Δ/λ , стоящий в (11) перед $(x-x_0)$, показывает, что по координате x изображение сжато в Δ/λ раз. Для наблюдения его в реальном масштабе необходимо применить цилиндрическую оптику, производящую увеличение изображения в Δ/λ раз по оси x и не меняющую масштаба изображения по оси y .

Из (10) видно, что каждой плоскости x_1 , в которой может быть задано распределение звукового давления, соответствует определенная плоскость z_1 , где формируется ее видимое изображение. Таким образом, имеется возможность визуализации трехмерных объектов, путем последовательного просматривания плоских изображений сечений объекта различными плоскостями x_1 .

2. Из полученных результатов следует, что образование изображения источников ультразвука по оси y и по оси z происходит существенно различными способами. Это является следствием различных механизмов формирования изображений по этим координатам.

Образование изображения по оси y происходит в результате нормальной дифракции света на ультразвуковых волнах, распространяющихся по различным направлениям.

Формирование изображения по оси z происходит на основе использования эффектов дифракции света при косом падении на ультразвуковые волны.

Уподобим нашу систему голографического получения изображения некоторому фильтру пространственных частот и найдем его характеристики.

Пусть распределение звукового давления таково, что в прозрачной среде распространяется плоская ультразвуковая волна. Ее спектр запишется в виде

$$G(u, v) = 4\pi^2 \delta(u - u_0) \delta(v - v_0);$$

здесь $u_0 = K \sin \alpha_0$, $v_0 = K \sin \beta$, где α_0 , β — углы, под которыми распространяется плоская волна.

Прделав вычисления, аналогичные получению (9) для светового поля в первом порядке дифракции, получим выражение

$$E_1^{(0)}(x, y, z) = C e^{i u_0 y} \int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc} \left[\frac{K \mu l}{2 \cos \varphi} \sin(\varphi - \alpha_0) \right] e^{i k \left[x_0 \sin \varphi - z_0 \cos \varphi - \frac{\lambda}{\Lambda} x_1 \cos \alpha_0 \right]} \times \\ \times e^{-i k \left\{ x \left[\sin \varphi - \frac{\lambda}{\Lambda} \cos \varphi \cos(\varphi - \alpha_0) \right] + z \left[\cos \varphi + \frac{\lambda}{\Lambda} \cos \varphi \cos(\varphi - \alpha_0) \right] \right\}} d(k \sin \varphi). \quad (12)$$

Таким образом, на выходе нашей системы получаем сигнал, гармонический по координате y , а по координате z имеем набор плоских волн с амплитудами, изменяющимися по закону $\text{sinc} \xi$. Следовательно, функция

$$\text{sinc} \left[\frac{\mu K l}{2 \cos \varphi} \sin(\varphi - \alpha_0) \right] = \Gamma(v)$$

является аппаратной функцией нашей системы (аналог диаграммы направленности в теории антенн).

Зависимость коэффициента передачи системы от пространственной частоты v линейна в предположении малости углов α и β , но передача спектра звукового источника происходит с определенной точностью, определяемой шириной аппаратной функции. Число точек отсчета по спектру равно

$$N = \frac{v_{\text{макс.}}}{\Delta v} = \frac{l}{\Lambda} \sin \alpha_{\text{макс.}}$$

где $\nu_{\text{макс.}}$ — максимальная пространственная частота спектра источника ультразвука по ν .

Таким образом, изображение источника звука по координате z (соответствующей x в плоскости изображения) будет искажено, а именно, ухудшится разрешающая способность по этой координате.

При $l/\Lambda \rightarrow \infty$ аппаратная функция $\Gamma(\nu)$ переходит в δ -функцию. Этот случай можно интерпретировать как переход к дифракции Брэгга, при этом, имея на входе нашей системы плоскую ультразвуковую волну, на выходе получим единственную плоскую световую волну соответствующего направления.

По координате y изображение не будет искажено, поскольку аппаратная функция по этой координате эквивалентна $\delta(u - u_0)$, что видно из выражения (12).

Можно заметить, что длина участка взаимодействия света с ультразвуком l является аналогом апертуры в теории антенн и с ростом l улучшается качество изображения ультразвуковых источников по координате z .

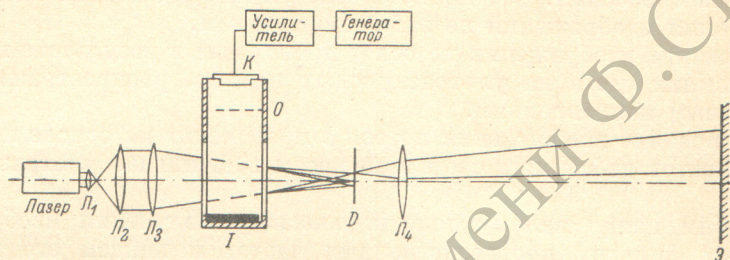


Рис. 2.

3. Оценим разрешающую способность данного метода получения изображений звуковых источников. Для этого возьмем в качестве источника звука такой, у которого размеры много меньше обратной величины ширины углового спектра пространственных частот

$$d \ll \frac{\Lambda}{\sin \alpha_0}, \quad d \ll \frac{\Lambda}{\sin \beta_0}.$$

В этом случае спектр излучения источника можно представить в виде

$$G(u, \nu) = \begin{cases} 1 & \alpha \in [-\alpha_0, \alpha_0]; \beta \in [-\beta_0, \beta_0] \\ 0 & \alpha, \beta \text{ вне этих промежутков} \end{cases}$$

Предположим, что ширина углового спектра источника света $k \sin \varphi_0 = k \sin \alpha_0$. Если это не так, то, взяв наименьшую величину из углов α_0 и φ_0 , подставим значение спектра в (9). В результате получим изображение нашего источника в виде

$$E(x, y, z_1) = 4K^2C \operatorname{sinc}(Ky \sin \beta_0) \operatorname{sinc}\left(kx \sin \alpha_0\right) \frac{\lambda}{\Lambda} \sin \alpha_0 \sin \beta_0. \quad (13)$$

Примем за разрешающую способность ширину изображения по первому нулю функций вида $\operatorname{sinc} \xi$ в (13). Тогда получим для угловой разрешающей способности

$$\Delta \varphi_y = \frac{\Lambda}{\sin \beta_0},$$

$$\Delta \varphi_z = \frac{\lambda}{\sin \alpha_0}.$$

Так как изображение по оси x сжато в Λ/λ раз, то после соответствующего увеличения его с помощью цилиндрической оптики, для на-

блюдения в неискаженном масштабе получим разрешение по оси z в виде

$$\Delta\varphi'_z = \frac{\Delta}{\sin \alpha_0}.$$

Это выражение для максимальной разрешающей способности. Реальное разрешение по координате z будет меньше в силу причин, указанных в п. 2.

4. Исходя из рассмотрения данного метода, можно предложить следующую схему получения изображений ультразвуковых источников (рис. 2).

Световой пучок от лазера, сфокусированный линзами L_1 и L_2 , попадает на цилиндрическую линзу L_3 , которая формирует линейный источник в плоскости D . На пути этого светового пучка помещается ванна I с прозрачной жидкостью, в которой излучателем K и объектом в виде плоского экрана O создается звуковое поле. В плоскости D диафрагмой выделяется первый порядок дифракции и увеличенное цилиндрической линзой L_4 в Δ/λ раз изображение объекта O наблюдается на экране E . Изменяя настройку линзы L_4 (или, что то же самое, передвигая экран E), можно рассматривать изображение различных плоскостей звукового поля и тем самым исследовать трехмерные источники ультразвука.

Литература

- [1] G. Massey. IEEE Trans., SV-15, № 3, 141, 1968.
- [2] F. Thurstone. J. Acoust. Soc. Amer., 45, 895, 1969.
- [3] L. Larmore, H. M. A. El-Sum, A. F.etherell. Appl. Optics, 8, 1533, 1969.
- [4] A. Korpel. Appl. Phys. Letters, 9, 425, 1966.
- [5] J. Landry. Appl. Phys. Letters, 15, 186, 1969.
- [6] A. Korpel. IEEE Trans., SV-15, № 3, 153, 1968.
- [7] C. Raman, N. Nath. Proc. Indian Acad. Sci., 24, 406, 1935.

Поступило в Редакцию 29 июля 1970 г.