

КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ СЛАУ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ

А.В. Клименко

Конечно-элементное моделирование линейных и нелинейных систем механики грунтов приводит к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Такие системы характеризуются матрицами специального вида, а именно сильно разреженными матрицами, т.е. имеющими большое количество нулевых элементов. Матрицы являются симметричными и ленточными. Размерность таких матриц, особенно для пространственных систем механики грунтов, очень большая, порядка сотни тысяч уравнений и более. Для решения СЛАУ с подобными матрицами требуется значительное количество ресурсов компьютера: памяти и времени. С целью уменьшения затрат ресурсов необходимо использовать матрицы в упакованном виде. Например, хранить верхнюю полуленту как прямоугольную матрицу. В связи с этим возникает задача модификации методов решения СЛАУ с учётом хранения матрицы.

Наиболее распространенными методами решения СЛАУ являются методы исключения, методы использующие разложения матрицы на вспомогательные, методы, использующие вспомогательные вектора и матрицы, итерационные методы.

В данной работе разработаны модификации методов решения СЛАУ для матрицы упакованной в прямоугольник: метода Гаусса, метода квадратного корня, схемы Холецкого, методов простой итерации и Зейделя, метода сопряжённых градиентов. В модификациях методов учитывается симметричность матрицы A и новое местонахождение элементов в упакованной в прямоугольник матрицы A :

$$a_{ij} \rightarrow a'_{j-i+1}$$

$$a_{ji} \rightarrow a'_{i+1-j}$$

Использование модификаций методов решения СЛАУ позволяет значительно сократить объём памяти и время решения даже для современных компьютеров, так как значительно уменьшается число арифметических операций.

Существуют эмпирический и теоретический способы исследования методов решения СЛАУ. Эмпирический метод заключается в программном получении времени работы того или другого алгоритма метода решения СЛАУ в зависимости от объёмов вход-

ных данных (размерность матрицы). Теоретический способ заключается в оценке времени работы алгоритма с помощью О-нотации, однако, этот способ не дает точных временных оценок.

Исследование эффективности различных методов решения СЛАУ основано на сравнительном анализе оценки времени решения СЛАУ на компьютере. Очевидно, что оценку эффективности данных методов целесообразно производить в рамках единого программного комплекса. Наиболее легко реализовать подобный комплекс удастся при помощи технологии объектно-ориентированного программирования (ООП), которая позволяет в рамках единого приложения строить функционально однородные элементы (в данном случае алгоритмы решения СЛАУ), использующие общие структуры и механизмы программы. К этим структурам следует отнести, прежде всего, представление в памяти ЭВМ матриц и векторов, к механизмам – процедуры определения (ввода) исходных данных, процедуры контроля процессом выполнения расчета и др. Все общие структуры и механизмы инкапсулируются (объединяются) в базовый абстрактный объект СЛАУ, наследуя который далее, осуществляется реализация конкретного метода (алгоритма) решения СЛАУ.

Используя данный подход, был разработан программный комплекс решения и анализа эффективности методов решения систем линейных алгебраических уравнений. Программа позволяет выполнить решение заданной СЛАУ любым из имеющихся в наличии методов для заданных входных данных (размерность, элементы матрицы и др.)

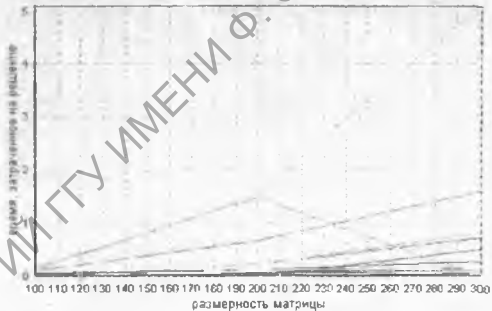
Используя данный программный комплекс, для заданного типа СЛАУ можно подобрать наиболее оптимальный метод решения, а также наиболее эффективный режим расчета, как с точки зрения производительности, так и экономии памяти ЭВМ.

С помощью разработанного приложения был проведен вычислительный эксперимент исследования эффективности методов решения СЛАУ с симметричными матрицами, упакованными в прямоугольник. Системы одного и того же порядка решались рассматриваемыми методами, и определялось программно время решения каждого. Наиболее эффективными оказались методы Гаусса и квадратного корня.

На рисунке изображен график, отображающий результаты тестирования методов решения СЛАУ и интерфейс, позволяющий сделать выбор методов решения для анализа.

Г. График, отражающий зависимость времени решения от размера матрицы

- Гаусса (норм)
- Гаусса (упак)
- Кв корни (норм)
- Кв корни (упак)
- Холецкого (норм)
- Холецкого (упак)
- Прост итераци (норм)
- Прост итераци (упак)
- Зейделя (норм)
- Зейделя (упак)
- сопр град (норм)
- сопр град (упак)
- Сплайны (норм)
- Сплайны (упак)



Отобразить метки:

- Гаусса
- Квадратного корня
- Велия Холецко

- Простой итерации
- Зейделя
- Сопряженных градиентов

Плавилениа

Отобразить

Закрыть