

**В. В. Давыдовская, В. Н. Навныко, А. А. Бушко, В. А. Величко**  
УО «Мозырский государственный педагогический  
университет имени И. П. Шамякина», Мозырь, Беларусь

## **ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУМЕРНЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ КЛАССА СИММЕТРИИ $4mm$ С УЧЕТОМ ВСЕХ КОМПОНЕНТ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКОГО ТЕНЗОРА**

### **Введение**

При изучении распространения и взаимодействия световых пучков часто используются фоторефрактивные материалы, так как они обладают подходящими для этого электрооптическими свойствами. К настоящему времени уже известно большое количество различных фоторефрактивных материалов [1, 2], но поиск новых, более перспективных сред продолжается. К наиболее изученным фоторефрактивным материалам относятся фоторефрактивные кристаллы, в частности кристаллы средних сингоний, к которым относится сегнетоэлектрический кристалл ниобата бария-стронция (SBN) класса симметрии  $4mm$  [2].

Благодаря таким особенностям этого кристалла, как высокие значения диэлектрической проницаемости и электрооптических коэффи-

циентов, он часто используется в динамической голографии и при создании волноводных структур [3].

Несмотря на то, что кристаллы ниобата бария-стронция впервые были синтезированы еще в 1960 году [4], интерес к ним не ослабевает. Различные световые явления в этих кристаллах изучаются (например, [5–11]), и их физические свойства активно изучаются (например, [12–16]).

### 1. Теоретическая модель

Преимущественно в статьях при исследовании двумерных световых пучков в фоторефрактивном кристалле SBN, относящемся к классу симметрии  $4mm$ , в расчетах используются только компоненты  $r_{33}$  и  $r_{13}$  электрооптического тензора  $\hat{\Gamma}$ . Следует отметить, что здесь используется система координат, в которой ось  $ox$  направлена вдоль кристаллографической оси  $\vec{c}$ , которая является оптической осью кристалла, а приложенное электрическое поле также направлено параллельно оптической оси  $\vec{c}$ .

Ось  $oy$  направлена вдоль кристаллографической оси  $\vec{b}$  кристалла, а  $oz$  – вдоль кристаллографической оси  $\vec{a}$  (рисунок 1) [17–23].

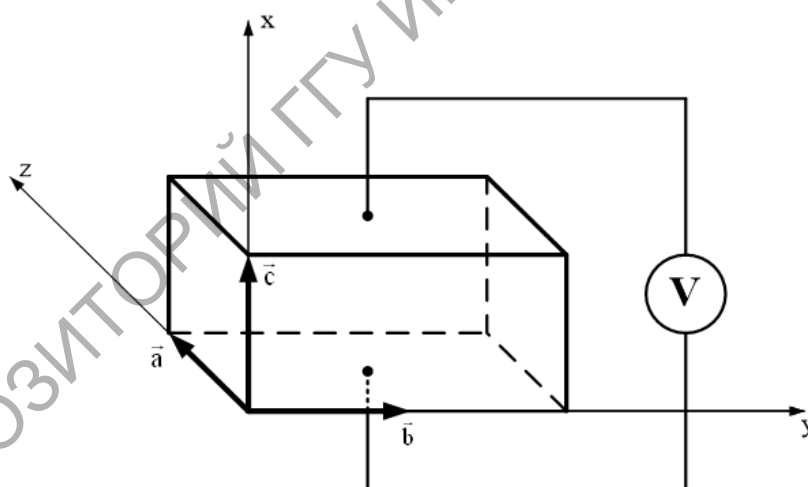


Рисунок 1 – Используемая система координат относительно кристаллографических направлений

Представленная ниже система уравнений получена на базе уравнений Максвелла и основных уравнений фоторефрактивного эффекта в параксиальном приближении [24]:

$$\left\{ \begin{array}{l} i \frac{\partial A_{1x}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_e} \left( \frac{\partial^2 A_{1x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{1x}}{\partial y^2} \right) - \frac{k_0 n_e^3}{2} A_{1x} r_{33} \left( E_{0x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0, \\ i \frac{\partial A_{1y}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_o} \left( \frac{\partial^2 A_{1y}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{1y}}{\partial y^2} \right) + \frac{k_0 n_o^3}{2} A_{1x} r_{42} \left( E_{0y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0, \\ i \frac{\partial A_{2y}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_o} \left( \frac{\partial^2 A_{2y}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{2y}}{\partial y^2} \right) - \frac{k_0 n_o^3}{2} A_{2y} r_{13} \left( E_{0x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0, \\ i \frac{\partial A_{2x}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_e} \left( \frac{\partial^2 A_{2x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{2x}}{\partial y^2} \right) + \frac{k_0 n_e^3}{2} A_{2y} r_{42} \left( E_{0y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где

$$\phi = \varphi + E_{0x}x + E_{0y}y, \quad (2)$$

(см., например, [25, 26]).

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi + \nabla \ln(1+I) \cdot \nabla \phi - \frac{K_B T}{q} \left[ \nabla^2 \ln(1+I) + (\nabla \ln(1+I))^2 \right] = \\ = E_{0x} \frac{\partial}{\partial x} \ln(1+I) + E_{0y} \frac{\partial}{\partial y} \ln(1+I) \end{aligned} \quad (3)$$

$$I = \frac{n_e |A_{1,2x}|^2 + n_o |A_{1,2y}|^2}{2\eta_0 I_d} \quad (4)$$

относительная интенсивность светового поля при распространении  $x$ - или  $y$ -поляризованных световых пучков.

Система уравнений (1) в представленной работе будет использоваться для описания распространения двумерных световых пучков в фоторефрактивном кристалле SBN; однако его также можно использовать для изучения взаимодействия ортогонально поляризованных двумерных световых пучков; в этом случае первые два уравнения системы (1) будут описывать распространение  $x$ -поляризованного пучка, а вторые два -  $y$ -поляризованного пучка.

В данной работе показано, что в ряде случаев для получения более корректных результатов необходимо учитывать все компоненты электрооптического тензора. Учет только двух компонент  $r_{33}$  и  $r_{13}$  электрооптического тензора  $\hat{r}$ , может быть использован только при приложении внешнего электрического поля к кристаллу вдоль его оптической оси, что показано на рисунке 1.

Предположим, что двумерный гауссов световой пучок на лицевую грань фоторефрактивного кристалла SBN падает нормально, оптическая ось  $\vec{c}$  кристалла лежит в плоскости лицевой грани кристалла. Ось  $ox$  рабочей системы координат направим вдоль кристаллографической оси  $\vec{c}$ , являющейся оптической осью кристалла. Пусть внешнее электрическое поле  $\vec{E}_0$  направлено под углом  $\theta$  к оптической оси  $\vec{c}$ . Ось  $oz$  направлена вдоль кристаллографической оси  $\vec{a}$ , ось  $oy$  – вдоль кристаллографической оси  $\vec{b}$  кристалла (рисунок 2, а). Рассмотрим случай, поле  $\vec{E}_0$  направлено под углом  $\theta$  к оптической оси  $\vec{c}$  (рисунок 2, б).

Учитывая все компоненты электрооптического тензора  $\hat{\chi}$  при различных направлениях приложенного внешнего электрического поля, т.е. изменяющемся угле  $\theta$ , рассмотрим распространение двумерных гауссовых световых пучков с  $x$ - и  $y$ -поляризациями в фоторефрактивном кристалле SBN

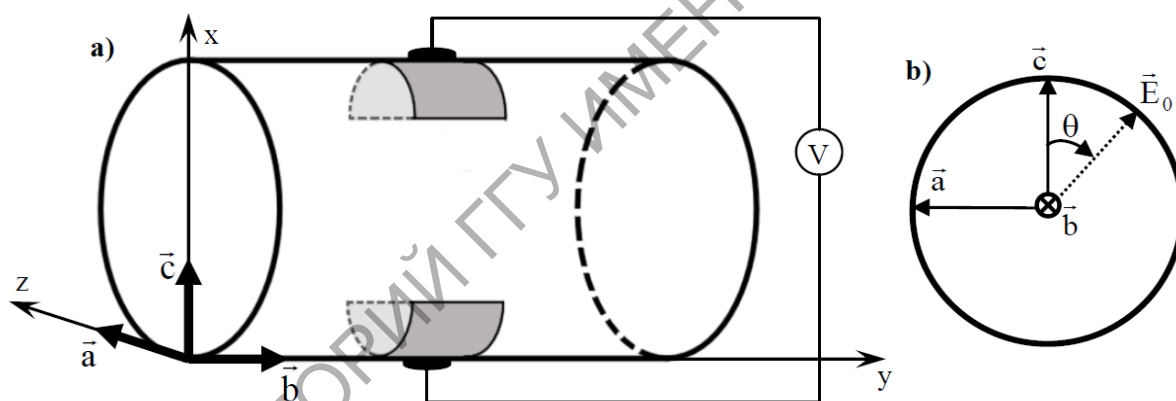


Рисунок 2 – а) – Используемая система координат относительно кристаллографических направлений; б) – лицевая грань кристалла

Изменение направления внешнего электрического поля приложенного к кристаллу в плоскости лицевой грани кристалла может осуществляться с использованием различных методов (напр., [28]). Например, может использоваться фоторефрактивный кристалл, вырезанный в цилиндрической форме, а внешнее электрическое поле приложено к нему с применением, так называемых скользящих контактов [29], (рисунок 2, а).

## 2. Обсуждение результатов

Для моделирования использовалась система (1), уравнения (2)–(4) параметры кристалла SBN, приведенные в [2], радиус перетяжки гауссова светового пучка 12 мкм, значение напряженности внешнего электрического поля 1,2 кВ/см, толщина кристалла 10 мм.

Из рисунка 3 следует, что при значении угла  $\theta=0^\circ$  и  $\theta=180^\circ$  (рисунок 3, а), б): точки  $A_1$  и  $A_2$ ), т.е. в случае когда приложенное к кристаллу электрическое поле ориентировано вдоль оптической оси кристалла, рассчитанные составляющие интенсивности световых пучков, появляющиеся при учете компоненты электрооптического тензора  $r_{42}$  (рисунок 3, а), б): кривые 3) не вносят значительных изменений в суммарную интенсивность световых пучков (рисунок 3, а), б): кривые 1), а максимальный вклад вносят составляющие интенсивности пучков за счет учета компонент  $r_{33}$  и  $r_{13}$  электрооптического тензора  $\hat{r}$  для  $x$ - и  $y$ -поляризованных гауссовых световых пучков соответственно (рисунок 3, а), б): кривые 2), поэтому допустима теоретическая модель с учетом только этих двух компонент.

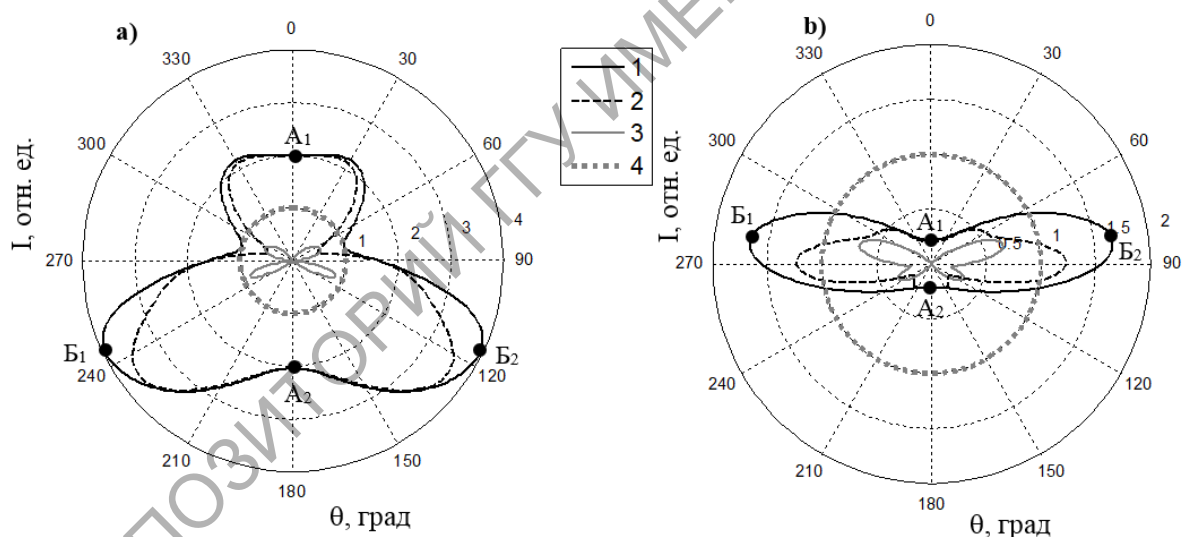


Рисунок 3 – Распределение степени самофокусировки двумерного гауссова светового пучка в кристалле SBN в направлении приложенного к кристаллу электрического поля с учетом всех компонент электрооптического тензора; а), б) – гауссовы световые пучки с  $x$ - и  $y$ -поляризацией соответственно; 1 – суммарная относительная интенсивность пучка на выходе из кристалла, 2 –  $x$ -составляющая интенсивности пучка, 3 –  $y$ -составляющая интенсивности пучка, 4 – входная относительная интенсивность пучка

Однако при направлениях внешнего электрического поля, отличных от описанного выше, для получения более корректных результатов сле-

дует учитывать компоненту электрооптического тензора  $r_{42}$ , так как рассчитанные составляющие интенсивности световых пучков, появляющиеся за счет учета этой компоненты (рисунок 3, а), б): кривые 3) вносят существенный вклад в общую суммарную интенсивность световых пучков (рисунок 3, а), б): кривые 1).

Установлены значения угла  $\theta=117^\circ$  и  $\theta=247^\circ$ , при которых наблюдается максимальная фокусировка  $x$ -поляризованного светового пучка (рисунок 3, а): точки  $B_1$  и  $B_2$ ),  $I=3.96$  отн. ед., а для  $y$ -поляризованного светового пучка при значениях угла  $\theta=87^\circ$  и  $\theta=279^\circ$  (рисунок 3, б): точки  $B_1$  и  $B_2$ ),  $I=1.6$  отн. ед.

### **Заключение**

В представленной статье была разработана общая теоретическая модель для описания как взаимодействия ортогонально поляризованных двумерных гауссовых световых пучков, так и их распространения в фоторефрактивном кристалле SBN с полным учетом всех компонентов электрооптического тензора.

Получена зависимость степени самофокусировки двумерного гауссова светового пучка в кристалле SBN от направления приложенного к кристаллу электрического поля, которая может быть использована при выполнении теоретической оптимизации условий управления двумерными гауссовыми световыми пучками при их распространении и взаимодействии в кристалле SBN.

### **Литература**

1. Solymar, L. The physics and applications of photorefractive materials / L. Solymar, D. J. Webb, A. Grunnet-Jepsen. – Oxford: Clarendon Press, 1996. – 494 pp.
2. Петров, М. П. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике / М. П. Петров, С. И. Степанов, А. В. Хоменко. – СПб.: Наука, 1992. – 320 с.
3. Cuniot-Ponsard, M. Strontium Barium Niobate Thin Films for Dielectric and Electro-Optic Applications. Ferroelectrics - Material Aspects / M. Cuniot-Ponsard. – InTech. – 2011. – P. 498–518.
4. Francombe, M. H. The relation between structure and ferroelectricity in lead barium and strontium niobates / M. H. Francombe / Acta Cryst. – 1960. – Vol. 13. – Pt. 2. – P. 131–140.

5. Initiating self-focusing of beams carrying spatial phase singularities / L. Stoyanov, G. Maleshkov, I. Stefanov, A. Dreischuh / *JOSA B*. – 2014. – Vol. 31. – P. 1159–1164.
6. Keshavarz, A. Propagation of Incoherently Coupled Soliton Pairs in Photorefractive Crystals and their Self-Deflection / A. Keshavarz, Z. Abbasib, M. Hatamia / *International Journal of Optics and Photonics*. – 2012. – Vol. 6, № 1. – P. 13–20.
7. Measuring the relation between pulse front tilt angle and beam size for ultrashort pulses / N. Dimitrov [et al.] / *Bulgarian Journal of Physics*. – 2016. – Vol. 43. – P. 21–29.
8. Soliton formation by decelerating interacting Airy beams / F. Diebel [et al.] / *Optics Express*. – 2015. – Vol. 23. – Is.19 – P. 24351–24361.
9. Observation of spatially oscillating solitons in photonic lattices / F. Diebel, P. Rose, M. Boguslawski, C. Denz / *New J. Phys.* – 2016. – Vol. 18. – P. 053038:8.
10. Photorefractive writing and probing of anisotropic linear and non-linear lattices / R. Allio [et al.] / *Journal of Optics*. – 2015. – Vol. 17, №. 2 – P. 049601:10.
11. Stimulated Raman scattering of 18 picosecond laser pulses in strontium barium niobate crystal / T. T. Basiev [et al.] / *Laser Phys. Lett.* – 2012. – Vol. 9, № 7. – P. 519–523.
12. Investigations on Fe-doped strontium barium niobate, single phase ferroelectric and magnetodielectric compounds / S. H. Kshirsagar [et al.] / *Journal of advanced dielectrics*. – 2015. – Vol. 5, № 1. – P. 1550001:8.
13. Effect of Ni doping on ferroelectric, dielectric and magneto dielectric properties of strontium barium niobate ceramics / S. H. Kshirsagar [et al.] / *Indian Journal of Pure & Applied Physics*. – 2015. – Vol. 53. – P. 119–124.
14. Electronic and Optical Properties of Strontium Barium Niobate Single Crystals / B. Andriyevsky [et al.] / *Ferroelectrics*. – 2012. – Vol. 426. – P. 194–205.
15. Двухфотонное межзонное поглощение в кристаллах ниобата бария-стронция / П. Г. Зверев [и др.] / *Квантовая электроника*. – 2012. – Т. 42, № 7. – С. 595–599.
16. Ferroelectric and dielectric characterization studies on relaxor-and ferroelectric-like strontium-barium niobates / K. Matyjasek, J. Dec, S. Miga, T. Łukasiewicz / *Condensed Matter Physic*. – 2013. – Vol. 16., № 3 – P. 31701:1
17. Krylikowski, W. Photorefractive solitons / W. Krylikowski, B. Luther-Davies, C. Denz // *IEEE Journal of Quantum Electron*. – 2003. – Vol. 39. – P. 3–12.

18. Tiemann, M. Photorefractive spatial solitons as waveguiding elements for optical telecommunication / M. Tiemann, T. Halfmann, T. Tschudi // *Opt. Commun.* – 2009. – Vol. 282. – P. 3612–3619.
19. Wesner, M. Electrical fixing of waveguide channels in strontium-barium niobate crystals / M. Wesner, C. Herden, D. Kip // *Appl. Phys. B.* – 2001. – Vol. 72. – P. 733–736.
20. Discrete solitons in photorefractive optically induced photonic lattices / N. K. Efremidis [et al.] // *Physical Review E.* – 2002. – Vol. 66. – P. 602–607.
21. Two Dimensional Counterpropagating Spatial Solitons in Photorefractive Crystals / M. Petrović [et al.] // *Physical Review Letters.* – 2005. – Vol. 95. – P. 901–904.
22. Imbrock, J. C. Spatial photorefractive solitons with picosecond laser pulses / J. Imbrock, C. Heese, C. Denz // *Appl. Phys. B.* – 2009. – Vol. 95. – P. 261–268.
23. Interactions between spatial screening solitons propagating in opposite directions / C. Rotschild [et al.] // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2004. – Vol. 21, № 7. – P. 1355–1357.
24. Holographic storage in electrooptic crystals: 1. Steady state / N. V. Kukhtarev [et al.] // *Ferroelectrics.* – 1979. – Vol. 22. – P. 949–960.
25. Motzek, K. Dipole-mode vector solitons in anisotropic photorefractive media / K. Motzek // *Opt. Commun.* – 2001. – Vol. 197. – P. 161–168.
26. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 616 с.
27. Барковский, Л. М. Ковариантная форма электрооптического тензора в кристаллах высшей и средних сингоний при векторном взаимодействии / Л. М. Барковский, Ф. И. Федоров // *Кристаллография.* – 1965. – Т. 10, № 2. – С. 174–180.
28. Барсуков, С. Д. Экспериментальные исследования фазовых переходов в сегнетокерамике на основе титаната-бария-стронция / С. Д. Барсуков, С. А. Хахомов, И. В. Семченко // *Известия ГГУ имени Ф. Скорины.* – 2011. – Т. 6. – С. 34–39.
29. Материаловедение. Технология конструкционных материалов: Учебное пособие для студентов вузов / А. В. Шишкин, В. С. Чередниченко, А. Н. Черепанов, В. В. Марусин. – М.: Омега-Л, 2009. – 752 с.