

В. Ю. Лойко

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Q-ШАРЫ В МОДЕЛИ ФРИДБЕРГА – ЛИ – СИРЛИНА – МАКСВЕЛЛА

Введение

Q-шары представляют собой пространственно-локализованные конфигурации поля с конечной энергией в плоском пространстве [1–4], они могут существовать в модели с комплексным скалярным полем, обладающим ненарушенной, непрерывной глобальной симметрией [5–7]. Наличие этой симметрии приводит к сохраняющемуся Нетеровскому заряду. Q-шары являются зависящими от времени нетопологическими солитонами со стационарно колеблющейся фазой. Конфигурации этого типа могут существовать как в моделях с одним комплексным полем и подходящим неперенормируемым потенциалом самодействия [4], так и в двухкомпонентной модели с потенциалом, нарушающим симметрию [3]. Q-шары и их обобщений привлекают внимание многих исследователей [8–11].

Модель Фридберга – Ли – Сирлина (FLS) [3] – это двухкомпонентная перенормируемая скалярная теория с потенциалом четвертого порядка и минимальным членом взаимодействия. В такой модели комплексное скалярное поле становится массивным вследствие взаимодействия между компонентами, действительное поле имеет конечное вакуумное ожидание, порожденное потенциалом, нарушающим симметрию. Примечательно, что устойчивые нетопологические солитонные решения этой модели существуют в предельном случае исчезающего потенциала [12, 13], поскольку вакуумное ожидание действительного поля остается конечным.

В данной работе представлена модель, в которой могут существовать солитоны типа Q-шар, изучены их свойства в зависимости от существенных параметров, определены области существования конфигураций.

1. Модель Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла

Рассматривается $U(1)$ -калибровочная двухкомпонентная модель Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла [14–16], которая описывает связанную систему действительного самодействующего скалярного поля ψ и комплексного скалярного поля ϕ , которое динамически свя-

зано с абелевым калибровочным полем A_μ . Плотность функции Лагранжа имеет следующий вид:

$$L = (\partial_\mu \psi)^2 + D^\mu \phi^\dagger D_\mu \phi + m^2 \psi^2 \phi^\dagger \phi - U(\psi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1)$$

где $D^\mu \phi = (\partial_\mu + igA_\mu)\phi$ обозначает ковариантную производную, абелев тензор напряженности электромагнитного поля равен $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ с электрическими компонентами $E_k = F_{k0}$ и магнитными компонентами $B_k = \varepsilon_{kmn} F_{mn}$, g обозначает калибровочную константу связи, а m постоянная связи. Потенциал действительного скалярного поля выберем в форме полинома четвертой степени:

$$U(\psi) = \mu(\psi^2 - 1)^2, \quad (2)$$

Таким образом вакуумное значение находится в точке $\psi \rightarrow 1$, симметрия $U(1)$ нарушается внутри Q-шара, и калибровочное поле A_μ становится массивным. Массой ψ -мезона в данном случае является μ . Можно сказать, что в некотором смысле калибровочный Q-шар ведет себя как сверхпроводник [14], здесь компонент ψ играет роль параметра порядка. Нормальная фаза соответствует случаю $\psi = 0$, тогда модель (1) сводится к обычной скалярной электродинамике, которая не поддерживает нетопологические солитоны.

Инвариантность модели относительно обычных локальных $U(1)$ калибровочных преобразований полей приводит к сохранению нетеровского заряда, связанного с этой симметрией.

Вариация лагранжиана модели Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла (1) относительно скалярных полей приводит к уравнениям движения для этих полей:

$$\begin{aligned} \partial^\mu \partial_\mu \psi &= 2\psi(m^2|\phi|^2 + 2\mu(1 - \psi^2)), \\ D^\mu D_\mu \phi &= m^2 \psi^2 \phi. \end{aligned} \quad (3)$$

Параметр μ определяет массу вещественного компонента ψ , комплексное поле ϕ становится массивным благодаря связи со своим действительным партнером. Электромагнитное связывание также способствует уменьшению эффективной массы поля ϕ , при увеличении калибровочной константы связи g . В безмассовом пределе $\mu \rightarrow$

0, но при фиксированном значении вакуумного ожидания, действительное скалярное поле становится безмассовым и, следовательно, имеет дальний порядок. Отметим, что комплексное поле ϕ все еще обладает массой в этом пределе благодаря связи с кулоноподобным полем ψ .

В противоположном пределе $\mu \rightarrow \infty$, действительная компонента модели (1) становится тривиальной, $\psi = 1$, а массивное комплексное поле ϕ удовлетворяет уравнениям классической скалярной электродинамики. Ясно, что пространственно локализованные стационарные вращающиеся решения этого уравнения не существуют в плоском пространстве.

2. Решения модели

Различные реализации модели диктуются поставленной параметризацией действительного и комплексного полей, а характеристические кривые и область существования решений зависит от значений параметров. Таким образом от анзаца зависит симметрия модели (разделяют сферически и аксиально симметричные решения), аксиальная модель [17–19] переходит в сферическую при значении числа намотки $n = 0$. От калибровочной константы связи и массы скалярного поля существенно зависит область существования солитонов. В данной работе ограничимся рассмотрением сферически-симметричной модели Фридберга-Ли-Сирлина-Максвелла:

$$\psi = X(r), \quad \phi = Y(r)e^{-i\omega t}, \quad A_i = 0, \quad A_0 = A(r). \quad (4)$$

Мы заинтересованы в безузловых солитонных решениях, удовлетворяющих граничным условиям, обеспечивающим финитность энергии на пространственной бесконечности и условиям регулярности в начале координат.

Данная система не допускает аналитического решения ввиду высокой степени нелинейности связанной системы дифференциальных уравнений, поэтому для ее решения будет использован метод пристрелки и Дормана-Принса с последующим численным интегрированием полученных функций для нахождения значений энергии и заряда конфигурации. Решения данных уравнений представлено на рисунке 1.

Наиболее интересной физической характеристикой Q-шара является энергия, которая может быть определена путем интегрирования T_0^0 компоненты тензора энергии-импульса по всему пространству:

$$E = \int d^3x T_0^0 = 4\pi \int_0^\infty dr r^2 T_0^0. \quad (5)$$

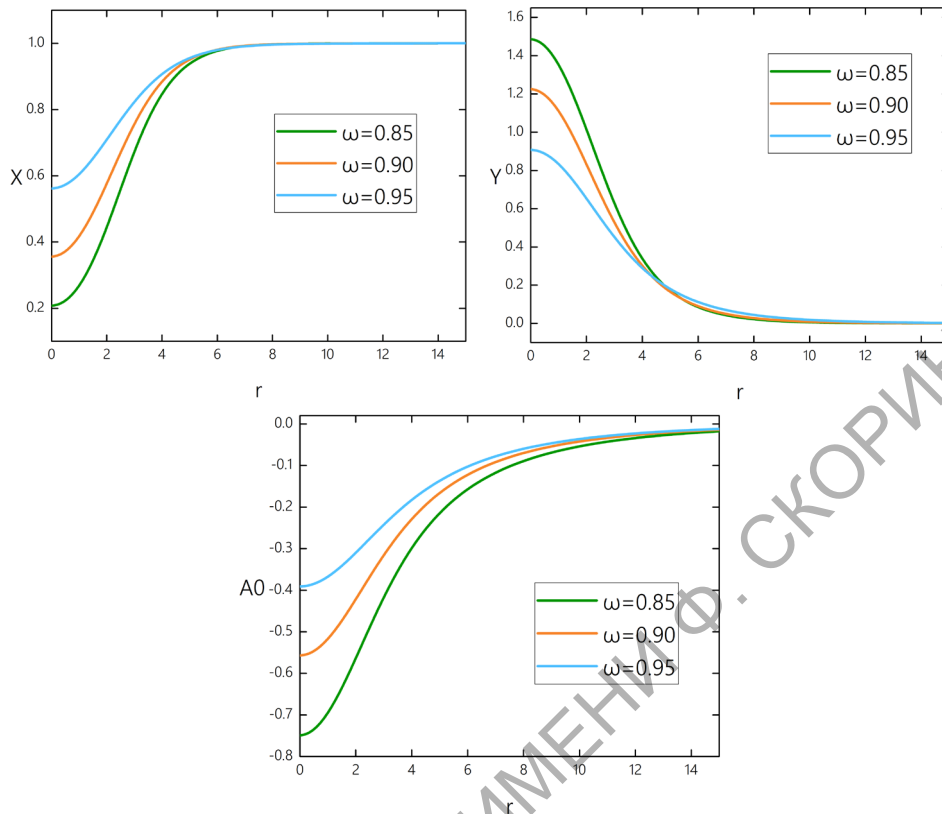


Рисунок 1 – Решение уравнений поля сферически-симметричного Q-шара в модели Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла для различных значений угловой частоты при значениях калибровочной константы связи $g = 0,1$ в массивном случае $\mu = 0,25$

Результаты вычисления тензора энергии-импульса в зависимости от существенных параметров представлены на рисунке 2. Точками «1» на рисунке обозначены стабильные решения относительно сил сдвига и напряжения. Точки «2» и «3» являются нестабильными.

3. Обсуждение результатов

Из полученных результатов численных решений уравнений поля, а также вычислений энергетических кривых для Q-шаров видно, что при увеличении значения угловой частоты уменьшается характерный размер солитона. При этом действительное скалярное поле достигает своего максимального значения экспоненциально, как и в модели без калибровочного поля.

При рассмотрении безмассового случая ситуация будет такой же, как и в обыкновенной модели Фридберга – Ли – Сирлина [13]. Отсутствие массы действительного скалярного поля приводит к изменению асимптотики профиля действительного скалярного поля на простран-

ственной бесконечности. Скалярное поле становится дальнедействующим и достигает своего предельного значения при $r \rightarrow \infty$ по асимптотике $\frac{1}{r}$.

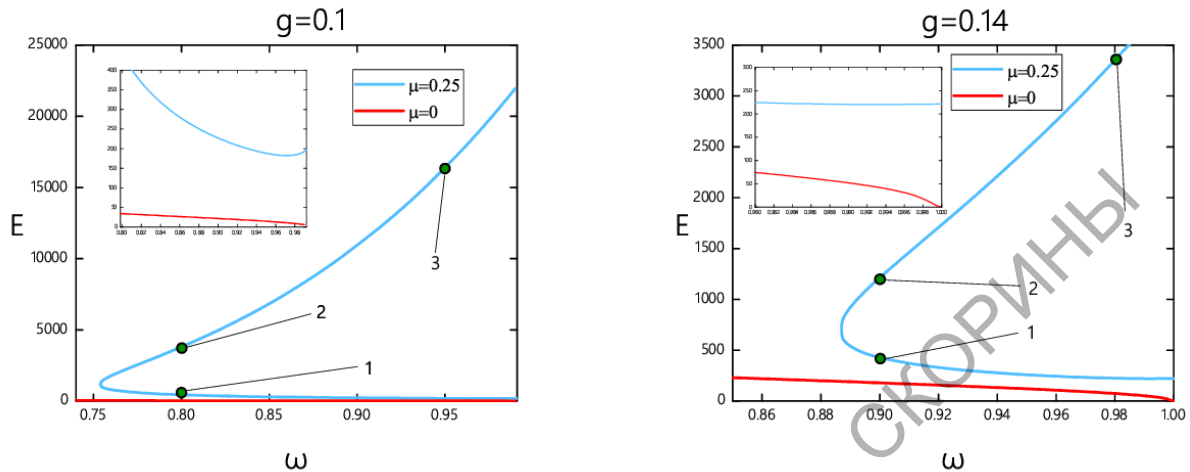


Рисунок 2 – Профили энергии калибровочного Q-шара в зависимости от угловой частоты в массивном и безмассовом случаях при различных значениях калибровочной константы связи g

При этом в модели сохраняется присутствие скалярного волоса, который был первоначально описан в [12], свойства которого существенно не отличаются от случая обыкновенной модели Q-шара без присутствия калибровочного поля. Энергия и заряд в этом случае также стремятся к своим вакуумным значениям, при этом пропадает нестабильная ветвь зависимости энергии от заряда и в безмассовом пределе солитон становится полностью стабильным с классической точки зрения для всего допустимого диапазона значений угловой частоты.

Наличие калибровочного поля существенно меняет область существования Q-шара. По мере увеличения электромагнитного отталкивания нижний допустимый предел угловой частоты увеличивается. В случае отсутствия калибровочного поля областью существования нетопологических солитонов в двухкомпонентной модели является $\omega \in [0, \omega_{max} = 1]$.

Заключение

Мы рассмотрели общие свойства нетопологических солитонов типа Q-шар. Основной целью данной работы было построить семейство решений в модели калибровочного Q-шара Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла.

Наше исследование подтверждает существование нового типа сферически-симметричных решений $U(1)$ калибровочной модели Фридберга – Ли – Сирлина – Максвелла с исчезающим потенциалом. Мы видим, что калибровочные Q-шары существуют при относительно малых значениях калибровочной константы связи, ее увеличение приводит к более сильному электромагнитному отталкиванию, что делает конфигурацию нестабильной и ограничивает ее область существования. Обращаясь к частотной зависимости Q-шаров, мы обнаружили, что решения существуют только в диапазоне, который ограничен снизу некоторой критической частотой ω_{min} . Значение ω_{min} зависит от силы калибровочной связи.

В случае отсутствия массы у скалярного поля Q-шар стабилен на всей области определения.

Литература

1. Rosen, G. Particlelike Solutions to Nonlinear Complex Scalar Field Theories with Positive-Definite Energy Densities / G. Rosen // J. Math. Phys. – 1968. – Vol. 9, № 996 – 3 pp.
2. Rosen, G. Charged Particlelike Solutions to Nonlinear Complex Scalar Field Theories / G. Rosen // J. Math. Phys. – 1968. – Vol. 9., № 999 – 4 pp.
3. Friedberg, R. Class of scalar-field soliton solutions in three space dimensions / R. Friedberg, T. D. Lee, and A. Sirlin // Phys. Rev. D. – 1976. – Vol. 13, № 2739 – 23 pp.
4. Coleman, S. Q-balls. / S. Coleman // Nucl. Phys. B. – 1985. – Vol. 262. – P. 263–283.
5. Lee, T. D. Nontopological solitons / T. D. Lee, Y. Pang // Phys. Rept. – 1992. – Vol. 221. – P. 251–350.
6. Shnir, Y. M. Topological and Non-Topological Solitons in Scalar Field Theories / Y. M. Shnir // Cambridge University Press. – 2018. – P. 180–190.
7. Radu, E. Stationary ring solitons in field theory — Knots and vortons / E. Radu, M. Volkov // Phys. Rept. – 2008. – Vol. 468. – P. 41–54.
8. Affleck, I. A New Mechanism for Baryogenesis / I. Affleck, M. Dine // Nucl. Phys. B. – 1985. – Vol. 249. – P. 361–380.
9. Friedberg, R. Scalar soliton stars and black holes / R. Friedberg, T. D. Lee, and Y. Pang // Phys. Rev. D. – 1987. – Vol. 35, № 3658 – 70 pp.

10. Witten, E. Superconducting strings / E. Witten // Nucl. Phys. B. – 1985. – Vol. 249. – P. 557–592.
11. Kleihaus, B. Stable phases of boson stars / B. Kleihaus, J. Kunz, and S. Schneider // Phys. Rev. D. – 2012. – Vol. 85. – № 024045 – 16 pp.
12. Levin, A. Q-balls with scalar charge / A. Levin, V. Rubakov // Mod. Phys. Lett. A. – 2011. – Vol. 26, № 6. – P. 409–413.
13. Loiko, V. Q-balls without a potential / V. Loiko, I. Perapechka, and Ya. Shnir // Phys. Rev. D. – 2018. – Vol. 98, № 045018 – 9 pp.
14. Lee, K. M. Gauged Q balls / K. M. Lee, J. A. Stein-Schabes, R. Watkins, and L. M. Widrow // Phys. Rev. D. – 1989. – Vol. 39, № 1665 – 9 pp.
15. Loiko, V. Q-balls in the U(1) gauged Friedberg-Lee-Sirlin model / V. Loiko, Ya. Shnir // Physics Letters B. – 2019. – Vol. 797, № 134810 – 7 pp.
16. Loiko, V. Q-chains in the U(1)-gauged Friedberg-Lee-Sirlin model / V. Loiko, I. Perapechka and Ya. Shnir // [Europhysics Letters](#). – 2021. – Vol. 133, № 41001 – 7 pp.
17. Volkov, M. S. Spinning Q-balls / M. S. Volkov, E. Wüthert // Phys. Rev. D. – 2002. – Vol. 66, № 085003 – 9 pp.
18. Kleihaus, B. Rotating boson stars and Q-balls / B. Kleihaus, J. Kunz, M. List // Phys. Rev. D. – 2005. – Vol. 72, № 064002 – 17 pp.
19. Kleihaus, B. Rotating boson stars and Q-balls. II. Negative parity and ergoregions / B. Kleihaus, J. Kunz, M. List, and I. Schaffer // Phys. Rev. D. – 2008. – Vol. 77, № 064025 – 16 pp.