С. А. Лукашевич, Н. В. Максименко, О. М. Дерюжкова
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

КВАНТОВЫЕ ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ С ПОЛЯРИЗУЕМОСТЯМИ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Введение

Современные экспериментальные данные по взаимодействию фотонов с адронами в области высоких энергий и больших переданных импульсов находят теоретическое объяснение в рамках теории возмущений квантовой хромодинамики.

Однако структурные степени свободы, которые проявляются в области низких энергий, не сводятся к простым представлениям о взаимодействии электромагнитного поля с адронами. Отклик внутренних степеней свободы адронов на действие электромагнитного поля феноменологически можно определить с помощью поляризуемостей и других электромагнитных характеристик.

Низкоэнергетические теоремы, в основе которых лежат общие принципы релятивистской квантовой теории поля и разложение амплитуды комптоновского рассеяния по частоте фотонов, играют важную роль в понимании структуры адронов.

Эквивалентный модельный подход определения амплитуды низкоэнергетического комптоновского рассеяния можно реализовать в рамках релятивистской электродинамики структурных частиц. При этом, если учтем спиновые степени свободы, то получим возможность использовать основные принципы, характерные не только для релятивистской электродинамики бесспиновых частиц, но и микрочастиц с учетом их спиновых свойств [1–3].

Низкоэнергетическое представление амплитуды комптоновского рассеяния, установленное на основе общих принципов релятивистской квантовой теории поля, свидетельствует о том, что членам, соответствующим определенному порядку по частоте излучения, присущи характерные электромагнитные свойства микрочастиц [1, 4, 5].

В последнее время ряд работ посвящены исследованию электромагнитных характеристик адронов, которые вносят вклад в амплитуды процессов комптоновского рассеяния реальных и виртуальных фотонов.

При этом большое внимание уделяется проблеме ковариантного и калибровочно-инвариантного определения роли и вкладов феноменологических электромагнитных характеристик адронов в амплитуды и сечения электродинамических процессов (см., например, [6, 7]).

В данной работе на основе представления об электрической и магнитной поляризуемостей частиц в релятивистской электродинамике получены функции Лагранжа и Гамильтона взаимодействия электромагнитного поля с структурными микрочастицами. Используя теоретико-полевое квантовое обобщение Лагранжианов и Гамильтонианов взаимодействия электромагнитного поля со структурными микрочастицами спина ½, установлены уравнения движения частиц в электромагнитном поле с учетом их поляризуемостей.

Чтобы получить релятивистский Лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицами с учетом их электрических и магнитных поляризуемостей, воспользуемся определением электрического и магнитного дипольных моментов [8]

$$\vec{d} = 4\pi\alpha_E \vec{E}, \quad \vec{m} = 4\pi\beta_M \vec{H}.$$

Для частиц, находящихся в покое, энергия взаимодействия равна

$$U_{Взаим} = -2\pi\left(\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2\right).$$

Релятивистское обобщение данных соотношений для $\vec{d}$, $\vec{m}$ и $U_{Взаим}$ можно реализовать используя методы работ [9–11].

1. Функция Лагранжа в релятивистской электродинамике

Следуя работам [9–11] представим функцию Лагранжа взаимодействия электромагнитного поля с дипольными моментами микрочастиц в виде

$$L = -\frac{1}{4} D^{\mu\nu} F_{\mu\nu}. \tag{1}$$

В этом выражении $F_{\mu\nu}$ и $D^{\mu\nu}$ антисимметричные тензоры, которые определяются соотношениями [10, 11]

$$D^{\mu\nu} = (d^\mu u^\nu - d^\nu u^\mu) + \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} m_\rho u_\sigma, \tag{2}$$

$$F^{\mu\nu} = (e^\mu u^\nu - e^\nu u^\mu) + \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} b_\rho u_\sigma, \tag{3}$$

где u^μ – 4-х-мерная скорость частицы, $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ – полностью антисимметричный единичный тензор с компонентой $\varepsilon^{0123} = +1$.

Вектора e^μ и b^μ выражаются через тензор $F^{\mu\nu}$ и дуальный тензор $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$ электромагнитного поля следующим образом

$$e^\mu = F^{\mu\nu} u_\nu, \quad b^\mu = \tilde{F}^{\mu\nu} u_\nu. \tag{4}$$

Аналогично определяются вектора d^μ и m^μ через компоненты тензора $D^{\mu\nu}$, которые выражаются через электрический и магнитный дипольные моменты структурной частицы.

Если подставим (2) и (3) в (1), то получим нерелятивистскую функцию Лагранжа

$$L = -\frac{1}{4}(d^{\mu}e_{\mu} + m^{\mu}b_{\mu}). \qquad (5)$$

Свертка уравнения (5) в трехмерной форме имеет вид

$$L = \frac{1}{2}\Big\{ -\frac{1}{u^0}(\vec{d}\vec{u})(\vec{E}\vec{u}) + u^0(\vec{d}\vec{E}) - \\ (\vec{u}[\vec{d}\vec{H}]) - \frac{1}{u^0}(\vec{m}\vec{u})(\vec{H}\vec{u}) + u^0(\vec{m}\vec{H}) - (\vec{m}[\vec{u}\vec{E}])\Big\}, \qquad (6)$$

Где $u^0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\vec{u} = \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\beta = \vec{v}/c$, $c = 1$, $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля, а $\vec{H}$ – вектор напряженности магнитного поля.

2. Функция Лагранжа в нерелятивистском приближении

Ограничиваясь в определении (6) первым порядком по скорости частицы $\vec{v}$, получим функцию Лагранжа взаимодействия электромагнитного поля с дипольными моментами частицы [10, 11]

$$L = \frac{1}{2}\Big[(\vec{d}\vec{E}) - \left(\vec{v}[\vec{d}\vec{H}]\right) + (\vec{m}\vec{H}) - \left(\vec{m}[\vec{v}\vec{E}]\right)\Big]. \qquad (7)$$

Выразим $\vec{d}$ и $\vec{m}$ через поляризуемости $\vec{d} = 4\pi\alpha_E\vec{E}$, $\vec{m} = 4\pi\beta_M\vec{H}$. Тогда (7) примет вид:

$$L = 2\pi\left[\alpha_E\vec{E}^2 + \beta_M\vec{H}^2 - \alpha_E(\vec{v}[\vec{E}\vec{H}]) - \beta_M(\vec{H}[\vec{v}\vec{E}])\right] = \\ = 2\pi\left[\alpha_E\vec{E}^2 + \beta_M\vec{H}^2 + (\alpha_E + \beta_M)(\vec{E}[\vec{v}\vec{H}])\right]. \qquad (8)$$

Когда скорость частицы $\vec{v} = 0$, то

$$L = 2\pi\left(\alpha_E\vec{E}^2 + \beta_M\vec{H}^2\right).$$

Используя функцию Лагранжа (7) и преобразования Лежандра, получим функцию Гамильтона [10]:

$$H = \frac{1}{2m}\left(\vec{p} + \frac{1}{2}[\vec{m}\vec{E}] + \frac{1}{2}[\vec{d}\vec{H}] \right)^2 - \frac{1}{2}(\vec{m}\vec{H}) - \frac{1}{2}(\vec{d}\vec{H}). \quad (9)$$

Если перейдем к поляризуемостям α_E и β_M в (9), то получим функцию Гамильтона:

$$H = \frac{1}{2m}\left(\vec{p} + 2\pi(\alpha_E + \beta_M)[\vec{E}\vec{H}] \right)^2 - 2\pi\left(\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2 \right), \quad (10)$$

где $\vec{p}$ – канонический импульс.

Таким образом, функция Лагранжа взаимодействия покоящихся частиц с поляризуемостью с электромагнитным полем имеет вид:

$$L = 2\pi\left(\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2 \right), \quad (11)$$

а функция Гамильтона аналогичного взаимодействия:

$$H_{Гам} = -2\pi\left(\alpha_E \vec{E}^2 + \beta_M \vec{H}^2 \right). \quad (12)$$

3. Определение функции Лагранжа с учетом дипольных электрической и магнитной поляризуемостей частиц

Поскольку из релятивистской функции Лагранжа (5) и определений d_μ и m_μ получаются соотношения (11) и (12) нерелятивистской электродинамики, то следуя работе [11] определим антисимметричный тензор:

$$D^{\mu\nu} = 4\pi\alpha_E(u^\mu e^\nu - u^\nu e^\mu) + 4\pi\beta_M \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} b_\rho u_\sigma . \quad (13)$$

В этом случае релятивистскую функцию Лагранжа (1) можно представить так:

$$L = \frac{1}{4} D^{\mu\nu} F_{\mu\nu} == 2\pi\left(\alpha_E e_\mu e^\mu + \beta_M b_\mu b^\mu \right). \quad (14)$$

Учитывая определение (4) для e^{μ} и b^{μ} через тензор электромагнитного поля и 4-х-мерную скорость, функцию Лагранжа можно представить следующим образом:

$$L = K_{\mu\nu} u^{\mu} u^{\nu}, \tag{15}$$

где множитель $K_{\mu\nu}$ имеет вид:

$$K_{\mu\nu} = (\alpha_E + \beta_M) F_{\rho\mu} F^{\sigma}{}_{\nu} - \frac{\beta_M}{2} g_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma}. \tag{16}$$

Используя уравнение (15) для функции Лагранжа и выполняя квантовое теоретико-полевое обобщение этого выражения, получим Лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с микрочастицами спина ½ с учетом их электрических и магнитных поляризуемостей.

В случае взаимодействия электромагнитного поля с частицами спина ½ с учетом их поляризуемостей Лагранжиан имеет вид:

$$L = K_{\mu\nu} \theta^{\mu\nu}, \tag{17}$$

в этом выражении $K_{\mu\nu}$ приведено в (16), а $\theta^{\mu\nu}$ определено следующим образом

$$\theta^{\mu\nu} = \frac{i}{2} \bar{\psi} \gamma^{\mu} \overleftrightarrow{\partial}^{\nu} \psi,, \tag{18}$$

где ψ волновая функция частицы спина ½, а $\bar{\psi}$ – сопряженная волновая функция, $\overleftrightarrow{\partial}^{\nu} = \overrightarrow{\partial}^{\nu} - \overleftarrow{\partial}^{\nu}$, γ^{μ} – матрицы Дирака, удовлетворяющие соотношению

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu} + \gamma^{\nu}\gamma^{\mu} = 2g^{\mu\nu}.$$

Заключение

На основании представления Лагранжиана в ковариантной форме (17) и физической интерпретации отдельных его слагаемых квантово-полевые уравнения движения представляются в виде [12]

$$(i\hat{\partial} - m)\psi = e\hat{A}\psi - \frac{i}{2}\left[\partial^{\nu}\left(K_{\sigma\nu}\gamma^{\sigma}\psi\right) + K_{\sigma\nu}\gamma^{\sigma}\partial^{\nu}\psi\right], \tag{19}$$

где $\hat{\partial} = \gamma_{\mu}\partial^{\mu}$, $\hat{A} = A_{\mu}\gamma^{\mu}$.

Применяя метод функции Грина для решения уравнения (19), можно получить амплитуду Комптоновского рассеяния на частице с учетом поляризуемостей в инвариантной форме, а также амплитуды других электродинамических процессов.

Литература

1. Максименко, Н. В. Феноменологическое описание поляризуемости элементарных частиц в полевой теории/ Н. В. Максименко, Л. Г. Мороз // Сборник трудов 11 Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий и релятивистской ядерной физике, Дубна / Д2-11707. – Дубна, 1979. – С. 533–543.
2. Любошиц, В. Л. Ковариантное разложение электромагнитного поля / В. Л. Любошиц, Я. А. Смородинский // ЖЭТФ – 1962. – Т. 42, вып. 3. – С. 846–855.
3. Дубовик, В. М. Мультипольное разложение в классической и в квантовой теории поля и излучение / В. М. Дубовик, А. А. Чешков // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). – 1974. – Т. 53. – С. 791–837.
4. Левчук, М. И. Гирация нуклона как одна из характеристик его электромагнитной структуры / М. И. Левчук, Л. Г. Мороз // Весці АН БССР. Сер.фіз.-мат. наук. – 1985. – Т. 1. – С. 45–54.
5. Ragusa, S. Third order spin polarizabilities of the nucleon / S. Ragusa // Phys. Rev. – 1993. – Vol. D47. – P. 3757–3767.
6. Drechsel, D. Dispersion relations in real and virtual Compton scattering / D. Drechsel, B. Pasquini, M. Vanderhaeghen // Phys. Rept. – 2003. – Vol. 378. – P. 99–205.
7. Gorchtein, M. New approach to low energy virtual Compton scattering and generalized polarizabilities of the nucleon / M. Gorchtein // Phys. Rev. – 2010. – Vol. C81. – P. 015206. // arXiv: 0905.4331 (nucl-th).
8. Holstein, Barry R. Hadron polarizabilities / Barry R. Holstein, Stefan Scherer // Annual Review of Nuclear and Particle Science. – 2014. – Vol. 64. – P. 51–81.
9. Меллер, К. Теория относительности / К. Меллер. – М. Атомиздат, 1975. – 400 с.
10. Anandan, J. Classical and quantum interaction of the dipole / J. Anandan // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 1354–1357.
11. He, Xiao-Gang. Relativistic dipole interaction and the topological nature for induced HMW and AC phases/ Xiao-Gang He, Bruce McKellar // Phys. Lett. A. – 2017. – Vol. 381, № 21. – P. 1780–1783.

12. Andreev, V. V. Covariant equations of motion of a spin ½ particle in an electromagnetic field with allowance for polarizabilities / V. V. Andreev, O. M. Deryuzhkova, N. V. Maksimenko // Russ. Phys. Journ. – 2014. – Vol. 56, № 9. – P. 1069–1075.