

В. И. Стражев

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И ЭКСПЕРИМЕНТ ВЕБЕРА – КОЛЬРАУША

Эксперимент Вебера – Кольрауша (далее В-К, см. например [1]) имел, по существу, ключевое значение при создании теории электромагнитных явлений, известной как уравнения Максвелла и выдвижения гипотезы об электромагнитной природе света. Но, как ни странно (о возможных причинах в конце сообщения) в учебниках по электродинамике фактически об этом или ничего не говорится, или содержится информация, не соответствующая реальному положению дел.

В первой работе Максвелла «О фарадеевых силовых линиях» 1855 г. (см. [2]) был представлен новый подход к описанию электромагнетизма. На основе физических воззрений Фарадея, моделирования электромагнитных явлений как механических процессов в эфире и использования новейших математических методов, возникла следующая система уравнений (записывается в современных обозначениях и в системе единиц измерения СГСМ, применяемой Максвеллом):

$$\nabla \times \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j}, \quad (1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi \rho. \quad (1b)$$

$$\mathbf{E} = -\partial \mathbf{A} / \partial t - \nabla \varphi, \quad (2a)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \text{Ч} \mathbf{A} \quad (2b)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}.$$

Уравнение (1a) основывалось на законах Био-Савара и Ампера, уравнение (1b) опиралось на закон Кулона. Уравнения (2) являются интерпретацией закона электромагнитной индукции Фарадея. Максвелл предпочитал именно такую формулировку, а не использование уравнений

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \quad (3a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3b)$$

непосредственно следующих из (2), так как связывал с уравнениями (2) физическую интерпретацию понятия электротонического состояния, введенного Фарадеем для описания электромагнитных свойств материальной среды. С математическим выражением данного физического понятия Максвелл связывал векторный потенциал, подчиняющийся условию $\text{div} \mathbf{A} = 0$.

В третьей части статьи «О физических силовых линиях», опубликованной в начале 1862 г. под названием «Теория молекулярных вихрей в применении к статическому электричеству» (см. [2]), Максвелл видоизменил уравнение (1a), включив в его правую часть выражение $\partial \mathbf{D} / \partial t$, названное им «током смещения». Кроме того, эфир стал рассматриваться им как среда с диэлектрическими свойствами. Максвелл, прибегнув к моделированию поляризации эфира, установил между векторами \mathbf{D} и \mathbf{E} следующую взаимосвязь:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{c^2} \mathbf{E}, \quad (4)$$

где c – скорость света. Вывод соотношения (4) в рамках рассмотрения, проведенного Максвеллом, был возможен только при использовании системы СГСМ. Эти принципиальные новшества (соотношение (4) и ток смещения), приведшие к созданию теории электромагнитных явлений, имели под собой конкретную экспериментальную основу.

Максвелл и здесь остался верен своему подходу к развитию новых теоретических воззрений об электромагнетизме. Его суть – опора на экспериментальные результаты при предложении теоретического описания, отличного от электродинамики дальнего действия, в которой эфир исключался в качестве носителя электромагнитных процессов и предполагалось существование в материальной среде электрических корпускул.

В работе Максвелла 1862 г. есть прямая ссылка на эксперимент В-К (см. [2]), осуществленный в 1855 г. Суть опыта внешне проста: измерить электростатическими методами (основанными на законе Кулона) заряд конденсатора, затем при разряде конденсатора измерить величину возникающего тока и определить величину заряда конденсатора с помощью электродинамических методов, использующих закон Ампера. Осуществление эксперимента для того времени было сложнейшей научно-технической задачей, связанной с отысканием новых способов и устройств, необходимых для проведения требуемых измерений.

Опыт В-К предполагал выполнение закона сохранения электрического заряда. Но в явном виде он не постулировался. В то же время, как следует из сути эксперимента В-К, а priori подразумевался. В первой работе Максвелла, как и в первых двух частях второй работы этот закон сохранения не рассматривался и не упоминался. Однако в последующих работах Максвелл стал обязательно включать его формулировку в систему уравнений электродинамики как необходимую составляющую электромагнитной теории, хотя формально он мог уже рассматриваться как прямое следствие уравнений Максвелла при наличии в них тока смещения.

Обозначим единицу электрического заряда, определенную с помощью закона Кулона, как q_C , а определенную с помощью закона Ампера как q_A . Система единиц СГСМ предполагает использование заряда q_A , тогда как система единиц СГСЕ (электростатическая си-

стема единиц) – заряда q_C . Их значения, как выяснил впервые Вебер (см. [3]), связаны между собой соотношением $q_C = c_w q_A$, где c_w имеет размерность скорости. Первоначально константа c_w получила название постоянной Вебера. В 1846 г. он же (см. [3]) сформулировал уравнение, описывающее взаимодействие движущихся зарядов. При использовании обозначений q_C и q_A оно имеет вид:

$$\mathbf{F} = \frac{q_C q'_C}{r^3} \mathbf{r} - \frac{q_A q'_A}{r^3} \mathbf{r} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - r \frac{d^2 r}{dt^2} \right]. \quad (5)$$

При введении отмеченного выше соотношения между q_C и q_A определение (5) обретает привычное (для того времени) выражение:

$$\mathbf{F} = \frac{q q' r}{r^3} \left\{ 1 - \frac{1}{c_w^2} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - r \frac{d^2 r}{dt^2} \right] \right\}, \quad (6)$$

где $q \equiv q_C$, r – относительное расстояние между зарядами, сила \mathbf{F} направлена по прямой, соединяющей их. Основываясь на определении (6), можно получить формулировку законов Кулона и Ампера, а также электромагнитной индукции Фарадея, привлекая закона сохранения энергии. Уравнение (6) вплоть до открытия Герцем электромагнитных волн в 1888 г. являлось основным уравнением электродинамики. Эксперимент В-К установил значение константы c_w (её стали называть электродинамической постоянной), оказавшейся равной скорости света. Вебер интерпретировал её как величину максимальной скорости, при которой в отсутствие ускорения у движущихся зарядов их электростатическое и электромагнитное взаимодействия взаимно уравновешиваются. Он также подчёркивал, что эксперимент является первым опытом, в котором устанавливается взаимосвязь между электростатическими и магнитостатическими явлениями. В публикации 1857 г. (см. [4]) Кирхгоф дал иную интерпретацию c_w , связав её со скоростью распространения электрического сигнала (колебаний тока проводимости) в проводнике. Риман в 1858 г. (см. [5]), основываясь на опыте В-К и статье Кирхгофа, предложил электромагнитную теорию света (публикация подготовленной им статьи произошла только после его кончины в 1867 г.). В 1867 г. в том же номере журнала, что и статья Римана, была опубликована работа Людвиг Лоренца (см. [6]), в которой на той же научной основе, что и у Римана, предлагалась аналогичная теория. Но если Риман обсуждал только скалярный (запаздывающий) потенциал, то Лоренц рассматривал век-

торный и скалярный потенциалы, которые подчинялись уравнениям Даламбера с источниками. Между потенциалами им постулировалась взаимосвязь: $\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$, называемая ныне условием (калибровкой) Лоренца. Лоренцу не были известны ни статья Максвелла 1862 г., ни статья «Динамическая теория электромагнитного поля» 1864-65 гг. (см. [2]).

Опыт В-К и статья Кирхгофа стали основой и для Максвелла при введении соотношения (4) и тока смещения и выдвигении гипотезы об электромагнитной природе света. В рамках его представлений о физической сути электромагнитных явлений не было места токам проводимости в материальной среде (у Лоренца их изменение служило эквивалентом световых колебаний). Взамен у Максвелла появился ток смещения, введение которого связывалось с присутствием в уравнении непрерывности $\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ относящегося к эфиру выражения $\frac{\partial \rho}{\partial t}$.

В этой субстанции (эфире) коэффициент ε в силу соотношения (4) полагался равным $\frac{1}{c^2}$, $\mu = 1$. Взяв производную по времени от уравнения (1b), Максвелл установил связь между изменением плотности тока $\nabla \cdot \mathbf{j}$ и изменением электрического смещения $\frac{\partial D}{\partial t}$. При сопоставлении этого результата с определением величины $\nabla \cdot \mathbf{j}$ через уравнение (1a) возникла необходимость введения выражения $\frac{\partial D}{\partial t}$ в уравнение (1a) для устранения возникающего противоречия.

В работе 1862 г. нет уравнений Даламбера для полей \mathbf{E} и \mathbf{H} , хотя Максвелл явно подразумевал их наличие при выдвигении гипотезы об электромагнитном происхождении световых колебаний.

И о возможных причинах, по которым упоминание об эксперименте В-К исчезло в учебной литературе. Их несколько: повсеместное внедрение системы СИ, в рамках которой опыт В-К объяснять затруднительно; необходимость введения и рассмотрения систем СГСМ и СГСЕ, что обязательно для объяснения причин возникновения соотношения (4); необходимость обсуждения уравнения Вебера (6) при пояснении сути эксперимента; нереалистичность придуманной Максвеллом модели эфира, от использования и упоминания о которой он позже полностью отказался, но без краткого анализа которой трудно обойтись.

Однако, нет сомнений в том, что эксперимент Вебера-Кольрауша должен занять подобающее ему место в курсе электродинамики.

Литература

1. Kirchner, F. Determination of the velocity of light from electromagnetic measurements according to W. Weber and R. Kohlrausch / F. Kirchner // American Journal of Physics. – 1957. – Vol. 25. – P. 623–925.

2. Максвелл, Дж. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля / Дж. К. Максвелл. – М.: ГИТТЛ, 1952. – 346 с.

3. Assis, A. On the Electromagnetic and Electrostatic Units of Current and the Meaning of the Absolute System of Units / A. Assis, K. Reich, K. Wiederkehr // Sudhoffs Archiv. – 2004. – Vol. 88, № 1. – P. 10–31. Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/20777923>.

4. Graneau, P. Kirchhoff on the motion of electricity in conductors / P. Graneau, A. K. T. Assis // Apeiron. – 1994. – Vol. 19. – P. 19–25.

5. Rosenfeld, L. The Velocity of Light and the Evolution of Electrodynamics / L. Rosenfeld // Nuovo Cimento, Supplement. – 1956. – Vol. 4. – P. 1630–1669.

6. Keller, O. Optical Works of L. V. Lorenz / O. Keller // Progress in Optics. – 2002. – Vol. 43. – P. 195–294.