

УДК 535.4

Об одной методике численного моделирования процессов дифракции электромагнитных волн на проводящих перфорированных экранах

В.А. Ключников

Введение

Проблема электромагнитной совместимости антенн различного функционального назначения и частотного диапазона, располагаемых на одном летательном аппарате, часто решается применением антенных развязок из перфорированных проводящих экранов. Вследствие этого возникает необходимость расчета эффективности экранирования излучения того или иного частотного диапазона или обеспечение резонансного пропускания электромагнитной волны фиксированной частоты.

Существующие методы решения дифракционных задач данного класса можно условно разделить на три группы. Аналитические (точные или асимптотические) методы выражают решение через элементарные или специальные функции. Роль ЭВМ при этом сводится лишь к расчету по полученным сравнительно простым формулам. Подавляющее большинство книг и статей по теории дифракции посвящено именно этим методам. При использовании численно-аналитических методов задача после той или иной аналитической обработки сводится к бесконечной системе линейных уравнений или к интегральным уравнениям, требующим численного решения. В результате получается хорошо обусловленная система, которую можно решать на ЭВМ методом усечения [1, 2]. Численные методы предусматривают минимальную аналитическую обработку задач. Например, она сводится к выводу интегрального уравнения для токов на поверхности облучаемого тела, которое затем предлагается решать численно. Эти методы являются наиболее гибкими и универсальными. Литературы по применению численных методов в теории дифракции крайне мало, например [3]. Платой за гибкость этих методов является большая работа по программированию и большие требования к объему памяти ЭВМ. Предлагаемая ниже методика расчета пространственной структуры поля отличается большей простотой и эффективностью.

1. Построение алгоритма расчета

Рассмотрим задачу дифракции электромагнитной волны на проводящем, перфорированном отверстиями произвольной формы с произвольным шагом экране (рис. 1.). Интегральные уравнения теории рассеяния электромагнитных волн могут быть записаны в общем виде, в равной степени пригодном для задач об излучении антенн и задач о рассеянии. Обычное интегральное уравнение для электромагнитного поля $E(\mathbf{r})$, возбуждаемого индуцированным на поверхности S металлического тела током J , имеет вид:

$$E(\mathbf{r}) = \int_S G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \mathbf{G} \otimes \mathbf{J}. \quad (1)$$

Для плоскости проводящей поверхности, используя граничные условия можно записать:

$$(\mathbf{G} \otimes \mathbf{J})_t = -E_t^i, \quad (2)$$

где $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (I + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \exp\{ (ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) / (4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \})$ – тензорная функция Грина 2-го ранга; I – единичный тензор; k – волновое число; \otimes – символ операции свертки; ∇ – оператор Лапласа; \mathbf{r} – радиус-вектор точки наблюдения; \mathbf{r}' – радиус-вектор на проводящей поверхности рассеивателя; E^i – падающее поле; t – обозначение тангенциальной компоненты на проводящей поверхности рассеивателя S .

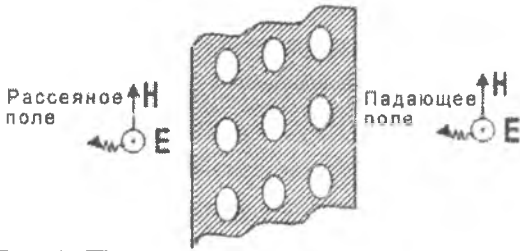


Рис.1. Постановка задачи рассеяния

Введем оператор усечения Θ , определенный следующим образом. Для любой определенной функции A : $\Theta(A) = \int_t A_t \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_S) d\mathbf{r}$ ($\mathbf{r}_S \in S$), где δ – дельта-функция Дирака. Заметим, что оператор Θ выделяет только тангенциальные компоненты функции, входящей в его аргумент. Тогда мы имеем очевидное тождество: $\Theta(\mathbf{J}) = \mathbf{J}$, так как индуцированный ток определен только на S .

Обозначим через $\hat{\Theta}$ оператор дополнения: $\hat{\Theta}(A) = A - \Theta(A)$. Тогда можно записать $\hat{\Theta}[E(\mathbf{r})] = E(\mathbf{r}) - \Theta[E(\mathbf{r})]$ или $E(\mathbf{r}) = \Theta[E(\mathbf{r})] + \hat{\Theta}[E(\mathbf{r})]$. Согласно (1) и с учетом (2), имеем

$$G \otimes J = \Theta[-E^i] + \hat{\Theta}[G \otimes \Theta(J)] \quad (3)$$

Это соотношение справедливо для всего пространства.

Применим к (3) математический аппарат преобразований Фурье (F, F^{-1}):

$$A(\mathbf{r}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k} = F^{-1}(\tilde{A}), \quad \tilde{A}(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r} = F(A)$$

(здесь знаком \sim помечены преобразованные величины) и на основе теоремы свертки получим:

$$\tilde{G} \tilde{J} = -\tilde{E}^i + \tilde{E}^s, \quad (4)$$

где $\tilde{E}^i = F[\Theta(E^i)]$ – преобразование Фурье тангенциальной компоненты падающего поля на поверхности рассеивателя S , \tilde{G} – спектр двумерной функции Грина, а $\tilde{E}^s = F[\hat{\Theta}(G \otimes \Theta(J))]$ – преобразование Фурье рассеянного поля (вне рассеивателя).

Благодаря простоте уравнения (4), его формальное решение можно записать в виде

$$\tilde{J} = \tilde{G}^{-1}(-\tilde{E}^i + \tilde{E}^s). \quad (5)$$

Если бы мы могли найти преобразование Фурье рассеянного поля \tilde{E}^s , то решение для индуцированного тока в спектральной области строилось бы совсем просто. Для этого к спектрам рассеянного поля следовало бы прибавить $-\tilde{E}^i$ (спектр падающего поля), которое известно, и результат умножить на \tilde{G}^{-1} . На практике E^s – искомая величина. Вместо точного решения (5) мы следуем итерационной схеме [4], которая имеет вид:

$$\tilde{J}^{n+1} = \tilde{G}^{-1}(-\tilde{E}^i + \tilde{E}^s(n)). \quad (6)$$

Это значит, что выражение для тока $\tilde{\mathbf{J}}$ на $(n+1)$ -м шаге определяется по значению величины $\tilde{\mathbf{E}}^S$ на n -м шаге. Согласно (4) значение $\tilde{\mathbf{E}}^S$ можно найти по значению $\tilde{\mathbf{J}}$:

$$\tilde{\mathbf{E}}^S = F[\Theta(\mathbf{G} \otimes \Theta(\mathbf{J}))] = F[\mathbf{G} \otimes \mathbf{J} - \Theta(-\mathbf{E}^i)] = F[F^{-1}(\tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{J}}) - \Theta(F^{-1}(\tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{J}}))].$$

Следовательно, получаем формулу, связывающую n -е приближение $\tilde{\mathbf{E}}^{S(n)}$ величины $\tilde{\mathbf{E}}^S$ с n -м приближением $\tilde{\mathbf{J}}^{(n)}$ величины $\tilde{\mathbf{J}}$

$$\tilde{\mathbf{E}}^{S(n)} = F[F^{-1}(\tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{J}}^{(n)}) - \Theta(F^{-1}(\tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{J}}^{(n)}))]. \quad (7)$$

Наконец, для нахождения рекуррентной формулы, связывающей $\tilde{\mathbf{J}}^{(n+1)}$ с $\tilde{\mathbf{J}}^{(n)}$, подставим (7) в (6):

$$\tilde{\mathbf{J}}^{(n+1)} = \tilde{\mathbf{G}}^{-1} \left\{ -\tilde{\mathbf{E}}^i + F[F^{-1}(\tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{J}}^{(n)}) - \Theta(F^{-1}(\tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{J}}^{(n)}))] \right\}. \quad (8)$$

Эта итерационная процедура обладает следующими преимуществами. Во-первых, имеется большой выбор для определения начального приближения $\tilde{\mathbf{J}}^{(0)}$ индуцированного поверхностного тока. Согласно выражению (7), в качестве нулевого приближения поля рассеяния \mathbf{E}^S можно взять любое решение, полученное одним из известных асимптотических методов, например геометрической теории дифракции ГТД [5] или физической теории дифракции ФТД [6]. Критерием выбора той или иной формы асимптотического решения является скорость достижения желаемой точности вычисления. Во-вторых, эта схема позволяет сравнительно просто оценить точность расчета путем проверки выполнения граничного условия на поверхности рассеивателя с любой наперед заданной точностью, чего нет в обычных методах расчета полей дифракции. В-третьих, вследствие использования простых алгебраических операций (умножения и сложения) вместо сложных интегральных преобразований, отпадает необходимость сохранения матриц сверхвысоких порядков. Алгоритм реализуется на основе программ дискретного преобразования Фурье с использованием алгоритмов быстрых преобразований Фурье. Таким образом, методика расчета может быть описана следующими шагами:

1) Определить нулевое приближение наведенного на поверхности рассеивателя тока $\tilde{\mathbf{J}}^{(0)}$ и, соответственно, преобразованную величину $\tilde{\mathbf{J}}^{(0)}$. Эти взаимосвязанные величины можно получить пользуясь следующей процедурой:

- вычислить величину $\tilde{\mathbf{E}}^s$, которая является Фурье-преобразованием рассеянного поля \mathbf{E}^s вне поверхности рассеивателя S . Рассеянное поле \mathbf{E}^s при этом можно определить пользуясь соображениями одной из асимптотических теорий дифракции, например, ФТД, то есть принять величину поля на апертурах равной величине падающего поля и на проводящей части экрана равной нулю;

- отнять значение $\tilde{\mathbf{E}}^i$, представляющее собой Фурье-преобразование тангенциальной компоненты падающего электрического поля на поверхности рассеивателя;

- получившийся результат умножить на $\tilde{\mathbf{G}}^{-1}$;

- полученная в предыдущем шаге величина представляет собой начальную аппроксимацию для значения $\tilde{\mathbf{J}}^{(0)}$, которое используем на следующем шаге алгоритма.

2) Умножить нулевое приближение $\tilde{\mathbf{J}}^{(0)}$ на $\tilde{\mathbf{G}}$, являющейся в рассматриваемой задаче матрицей параметров дифракционного экрана и поляризационных условий.

3) Вычислить обратное Фурье-преобразование от получившегося результата $\tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{J}}^{(0)}$.

4) Применить оператор усечения Θ к результату $F^{-1}(\tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{J}}^{(0)})$, полученному на предыдущем шаге, при этом получим аппроксимацию тангенциальной компоненты рассеянного электрического поля \mathbf{E}_t^s на поверхности рассеивателя S . Правильность текущих вычислений

может быть проверена на этом шаге сравнением выполнения граничных условий задачи электродинамики, то есть в данном случае через сравнение величин E_i^s и тангенциальной компоненты падающего поля E_i^i по следующему соотношению: $\{ E_i^s = -E_i^i \}$ на поверхности S . Это является важной и значительной особенностью рассматриваемой методики.

5) Вычесть из величины $F^{-1}(\bar{G}\bar{J}^{(0)})$, полученной на 3-м шаге, величину $\Theta(F^{-1}(\bar{G}\bar{J}^{(0)}))$, полученную на 4-м шаге.

6) Вычислить Фурье-преобразование полученной разности.

7) Отнять от полученного результата величину \bar{E}^i , которая была получена на 1-м шаге процедуры.

8) Умножить полученный на шаге 7 результат на \bar{G}^{-1} . В результате мы получим величину первой итерации спектра плотности наведенного поверхностного тока $\bar{J}^{(1)}$.

9) Взять обратное Фурье-преобразование от полученного на шаге 8 результата: $J^{(1)} = F^{-1}(\bar{J}^{(1)})$. Мы получили значение поверхностного тока на рассеивателе S . Применим к получившемуся значению оператор усечения Θ , так как по определению оператора $\Theta(J) = J$. Этим мы уточним значение величины $J^{(1)} = \Theta(F^{-1}(\bar{J}^{(1)}))$ и, кроме того, этот шаг позволяет отсеивать накопление вычислительной ошибки, которая возникает при использовании вычислительных процедур Фурье-преобразований.

10) Вычислить величину $\bar{J}^{(1)}$ используя результат шага 9: $\bar{J}^{(1)} = F(\Theta(F^{-1}(\bar{J}^{(1)})))$.

11) Провести повторное применение процедуры (8), начиная с шага 2 для генерации следующей итерации $\bar{J}^{(2)}$ и так далее. Итерации повторяются до достижения требуемой точности вычислений, которая задается и контролируется на шаге 4.

2. Результаты расчетов

Для примера приведем результаты применения рассматриваемого алгоритма при расчете структуры электрического поля в плоскости ячейки перфорированного экрана с коэффициентом заполнения $K=0.75$ (рис.2a) и $K=0.527$ (рис.2b).

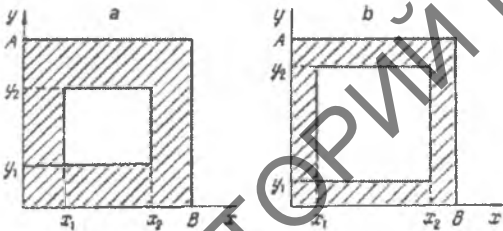


Рис.2. Перфорированный экран с квадратными апертурами

На рис.3 представлено амплитудное распределение электрического поля в трех сечениях по оси ox и оси oy при падении плоской волны на экран, вектор E^i которой параллелен оси ox . Общее число выборок выбирается равным $2^5 * 2^5$ по оси ox и oy . Степень выполнения граничных условий для индуцированного тока на отверстиях достигается порядка 10^{-4} А/М, а для электрического поля на проводящей части – 10^{-2} В/М. Как видно из графиков, при нормальном падении амплитудное распределение E -поля симметрично во всех сечениях, а при наклонном падении симметрия сохраняется во всех сечениях, параллельных вектору E^i падающей волны, и нарушается в сечениях, перпендикулярных вектору E^i .

Программные средства, разработанные на основе описанного алгоритма, позволяют легко автоматизировать процесс конструирования антенных развязок. При этом можно отметить их достаточную эффективность и универсальность, невысокие требования к ресурсам ЭВМ, удобство модификации.

3. Вычислительные особенности алгоритма

Численные методы определения пространственного спектра поля (в частности, быстрое преобразование Фурье) подразумевают использование ограниченного числа спек-

тральных составляющих, что приводит к появлению ошибки при преобразовании функций, имеющих скачки и резкие изломы (явление Гиббса) [7] и, следовательно, обладающих широким спектром. В каждом цикле итерации (8) осуществляется операция усечения Θ , в результате чего подвергнутое усечению распределение приравняется к нулю на апертуре экрана и не изменяется на проводящей части. Таким образом, на границе апертур возникают скачки распределений полей и токов. Это приводит к расширению спектра преобразуемого распределения и, следовательно, к увеличению ошибки из-за ограниченного числа учитываемых спектральных составляющих.

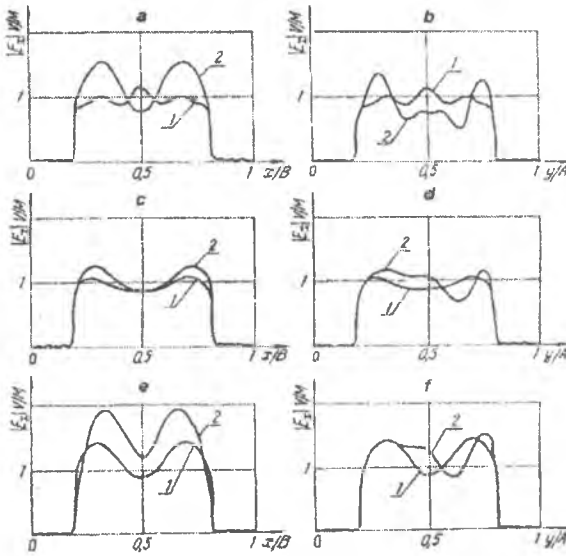


Рис.3. Распределение поля при углах падения волны $1-0^\circ; 2-20^\circ$ на экран ($A=B=0.375\lambda$). Сечения соответствуют значениям: a, d – $Y=A/2$; b, e – $Y=A/4$; c, f – $Y=0.75A$

распределение полей или токов, полученное при близких параметрах падающей волны (многосвязная итерация), и пошагово исследуем весь интересующий нас диапазон. Такой прием позволяет сократить время расчета и области расхождения итерационной процедуры (8).

Увеличение числа точек рассмотрения, т.е. расширения спектрального представления, не приводит к уменьшению ошибки, так как наряду с привлечением спектральных составляющих более высокого порядка расширяется и сам спектр скачка. Это связано с тем, что с уменьшением шага дискретизации увеличивается производная скачка, равная $f' = \Delta A / \Delta t$, где ΔA – изменение амплитуды при скачке; Δt – шаг дискретизации. Преодолеть указанные трудности можно, применяя в итерационном алгоритме плавное усечение и производя скачок ΔA на нескольких шагах, например трех. При этом $f' = \Delta A / 3\Delta t$.

Количество итерационных циклов, необходимых для получения решения определенной точности, зависит от качества начального приближения. При исследовании дифракционных свойств перфорированных экранов в качестве начального приближения используем

Abstract

The work presents an algorithm of multi-link iterative procedure for calculating fields and currents on conductive perforated screens, used for aircraft antenna decoupling. The algorithm is developed and realized for normal and slant electromagnetic waves for the screens with arbitrary hole shapes and their pattern. The advantages of the numeric realization, accuracy and convergence of the solution are discussed.

Литература

1. Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. – Харьков: Изд. Харьковского ун-та, 1978. – 286 с.
2. Иванов Е.А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. – Минск: Наука и техника, 1968. – 584 с.
3. Вычислительные методы в электродинамике. Под редакцией Р. Миттры. – М.: Мир, 1977, 485 с.
4. С. Н. Tsao and R. Mittra, "A spectral-iteration approach for analyzing scattering from frequency selective surfaces," // IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-30, no. 2, pp. 303-308, March 1982.
5. Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. – М.: Связь,

1978. – 247 с.

6. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. – М.: 1962. – 243 с.

7. Harric F.J. On the use of Window for harmonic analytic with the discrete Fourier transform. // Proc. IEEE. – 1978. – Vol.66. – № 1. – P.51-83.

Институт современных знаний
Витебский филиал

Поступило 14.04.03

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

