

УДК 621.373 : 535

## НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ КОЛЬЦЕВОГО ЛАЗЕРА НА СМЕСИ ИЗОТОПОВ АКТИВНОГО ГАЗА

П. С. Ланда

Найдена область расстроек частоты генерации относительно центра линии усиления, в которой помимо режима стоячей волны существует режим двух встречных волн с разными интенсивностями. Показано, что в лазере на 50% смеси изотопов такая область существует лишь при достаточно малых превышениях накачки над порогом. Исследованы зависимости ширины области синхронизации от расстройки и от превышения накачки над порогом. Показано, что для лазеров на чистом изотопе и на смеси изотопов эти зависимости существенно отличаются друг от друга. Характер полученных зависимостей качественно соответствует экспериментальным данным.

Известно, что в кольцевом лазере, работающем на чистом изотопе активного газа, существует область расстроек частоты генерации относительно центра допплеровской линии усиления, в которой между встречными волнами проявляется сильная конкуренция [1]. Эта конкуренция приводит либо к полному подавлению одной из встречных волн, либо к периодической перекачке энергии из одной волны в другую [2]. При удалении от центра допплеровской линии конкуренция существенно ослабляется, но даже в этой области расстроек все характеристики лазера, такие как ширина области синхронизации, зависимость частоты биений от скорости вращения, глубина модуляции интенсивностей в режиме биений и т. д., заметно зависят от расстройки. Поскольку расстройка частоты генерации относительно центра допплеровской линии вследствие флюктуаций периметра обычно не является достаточно стабильной, то такая зависимость от расстройки является нежелательной.

С целью ослабления зависимости характеристик работы лазера от расстройки обычно используют в качестве рабочего вещества смесь двух изотопов активного газа, часто в равной пропорции [5]. При этом существенно изменяются все зависимости характеристик работы лазера от расстройки частоты генерации относительно центра линии усиления. Анализу этих изменений для лазера на 50% смеси изотопов активного газа посвящена настоящая работа.

1. Уравнения для амплитуд и фаз встречных волн в кольцевом лазере в приближении слабого поля имеют вид [1]

$$\dot{E}_{1,2} = \frac{\omega d}{2} (\eta - \alpha a E_{1,2}^2 + \beta a E_{2,1}^2) E_{1,2} \mp \frac{m_{1,2}}{2} \sin(\Phi + \vartheta_{1,2}) E_{2,1}, \quad (1)$$

$$\Phi = \Omega - \frac{\omega d}{2} b (E_1^2 - E_2^2) - \frac{E_2}{2E_1} m_1 \cos(\Phi + \vartheta_1) + \frac{E_1}{2E_2} m_2 \cos(\Phi + \vartheta_2). \quad (1)$$

Здесь  $\eta = 1 - 1/Qd$  — превышение накачки над порогом,  $a = e^2 |r_{ab}|^2 / 6\hbar^2 \gamma^2$  ( $\gamma^2 = \gamma_a \gamma_b \gamma_{ab} / (\gamma_a + \gamma_b)$ ) — параметр насыщения,  $m_{1,2}$ ,  $\vartheta_{1,2}$  — модули и фазы коэффициентов связи за счет рассеяния,  $\Phi = \varphi_1 - \varphi_2$  — разность фаз встречных волн,  $\Omega$  — разность частот резонаторов для встречных волн.

Остальные параметры в уравнениях (1) зависят от концентрации изотопов в газовой смеси. Для лазера на чистом изотопе при  $\mu \equiv \omega - \omega_{ab} \ll ku$ ,  $\gamma_{ab} \ll ku$  ( $ku$  — допплеровская ширина линии)

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{4\pi^2 e^2 |r_{ab}|^2 n D^\circ}{3\hbar \sqrt{2\pi} ku} \left( 1 - \frac{\mu^2}{2(ku)^2} \right), \quad \alpha = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\gamma_{ab}^2}{2(ku)^2} \right), \\ \beta &= \frac{\gamma_{ab}^2}{2(\mu^2 + \gamma_{ab}^2)} + \frac{2\gamma^2 - \gamma_{ab}^2 + 2\mu^2}{4(ku)^2}, \quad b = \frac{\mu \gamma_{ab}}{2(\mu^2 + \gamma_{ab}^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для лазера на 50% смеси изотопов при  $\mu \equiv \omega - \frac{1}{2} (\omega_{ab}^{(1)} + \omega_{ab}^{(2)}) \ll ku$ ,  $\Delta\omega_{ab}$  и  $\gamma_{ab} \ll ku$ ,  $\Delta\omega_{ab}$ , где  $\Delta\omega_{ab} = \frac{1}{2} |\omega_{ab}^{(1)} - \omega_{ab}^{(2)}|$  — половина изотопического сдвига собственных частот атомов, имеем

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{4\pi^2 e^2 |r_{ab}|^2 n D^\circ}{3\hbar \sqrt{2\pi} ku} e^{-(\Delta\omega_{ab})^2/2(ku)^2} \left[ 1 - \frac{\mu^2}{2(ku)^2} \left( 1 - \left( \frac{\Delta\omega_{ab}}{ku} \right)^2 \right) \right], \\ \alpha &= \frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{\gamma_{ab}^2}{2(\Delta\omega_{ab})^2}, \quad b = -\frac{\mu \gamma_{ab}}{2(\Delta\omega_{ab})^2} \left( 1 + 2 \left( \frac{\Delta\omega_{ab}}{ku} \right)^2 - \left( \frac{\Delta\omega_{ab}}{ku} \right)^4 \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Поскольку, как следует из (3), во всей области расстроек частоты генерации относительно центра линии усиления для лазера на смеси изотопов величина  $\alpha - \beta > 0$ , то область сильной конкуренции между встречными волнами отсутствует [1, 2]. При достаточно большой разности частот встречных волн, когда можно пренебречь влиянием связи через рассеяние, во всей области расстроек устойчив режим двух встречных волн с одинаковыми амплитудами (режим стоячей волны). Внутри области синхронизации, когда связь между волнами необходимо учитывать, картина получается более сложной. Рассмотрим ее для случая комплексно-сопряженных связей ( $m_1 = m_2$ ,  $\vartheta_1 = \vartheta_2$ ). Вблизи центра линии, когда  $|b| \leq m/2\Delta\omega_p \eta$  ( $\Delta\omega_p = \omega/Q$ ), устойчивы два режима стоячей волны с отличающимися на  $\pi$  значениями разности фаз. В области расстроек, определяемых неравенством

$$\frac{m}{2\Delta\omega_p \eta} \leq |b| \leq \frac{1}{2\Delta\omega_p \eta} \sqrt{6m^2 - (\Delta\omega_p \eta)^2}, \quad (4)$$

устойчивы один из режимов стоячей волны и режим двух бегущих волн с разными интенсивностями ([2, 3]). Разности фаз для этих режимов также отличаются друг от друга на  $\pi$ . Заметим, что условие (4) может выполняться лишь при достаточно малых превышениях накачки над порогом, когда  $\eta \leq \sqrt{5}m/\Delta\omega_p$ . При  $m = 10^{-5}c/L$ ,  $\Delta\omega_p = 10^{-2}c/L$  получаем  $\eta \leq 5 \cdot 10^{-3}$ . При больших значениях превышения в области  $|b| \geq m/2\Delta\omega_p \eta$  устойчив лишь один из режимов стоячей волны. Для лазера на чистом изотопе область расстроек, в которой устойчив режим встречных волн с различными амплитудами, существует при любых значениях превышения накачки над порогом.

2. Рассмотрим теперь частотные характеристики кольцевого лазера на 50% смеси изотопов. Прежде всего заметим, что условие слабой связи

$$m/(\alpha - \beta) \ll \Delta\omega_p \eta \quad (5)$$

для лазера на смеси изотопов слабо зависит отстройки и выполняется лишь при достаточно больших превышениях накачки над порогом, когда  $\eta \gg 2m/\Delta\omega_p \sim 10^{-3}$ .

При выполнении условия (5) ширина области синхронизации в первом приближении по связи определяется выражением [4]

$$\Omega_0 = \left\{ \left( \frac{b}{\alpha - \beta} M + M_2 \right)^2 + M_1^2 \right\}^{1/2}, \quad (6)$$

<sup>1</sup> Эти коэффициенты вычислены Фрадкиным  $b = \tau - \rho$ . Коэффициенты  $\tau$  и  $\rho$  приведены в работе [9].

где

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}, \\ M_1 &= \frac{m_1^2 - m_2^2}{4M}; \quad M_2 = \frac{m_1 m_2}{2M} \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В случае комплексно-сопряженных коэффициентов связи  $\Omega_0 = |b|m/(\alpha - \beta)$ . Для лазера на смеси изотопов вблизи центра линии усиления  $|b|/(\alpha - \beta) \approx 2|b| \ll 1$ , вследствие чего при вычислении ширины области синхронизации следует учитывать члены второго порядка по связи. Кроме того, в формуле (6) даже для коэффициентов связи, близких к комплексно-сопряженным, нельзя пренебречь малыми членами  $M_1$  и  $M_2$ . Для простоты ограничимся лишь учетом разности фаз коэффициентов связи, т. е. величины  $M_2$ , а разность модулей коэффициентов связи, т. е.  $M_1$  положим равной нулю. Тогда с точностью до членов второго порядка по связи выражение для ширины области синхронизации примет вид

$$\Omega_0 = \frac{|bM/(\alpha - \beta) + M_2|}{4\sqrt{2}} \left( 3 + \sqrt{1 + \frac{2}{B^2}} \right) \sqrt{1 + B^2 (\sqrt{1 + 2/B^2} - 1)}. \quad (8)$$

Здесь

$$B = \frac{bM/(\alpha - \beta) + M_2}{2M^2(\alpha + \beta)/(\alpha - \beta)} \Delta\omega_p \eta, \quad \frac{bM_2}{\alpha - \beta} \ll M$$

Экспериментальное исследование зависимости ширины полосы синхронизации от параметров для лазера на 50% смеси изотопов проводилось в работе Ароновича и Коллинза [5]. В работе [5] отмечается, что модуляция интенсивностей встречных волн в режиме биений происходила почти в противофазе. Это означает, что коэффициенты связи были приблизительно комплексно-сопряженными.

Проанализируем зависимость ширины области синхронизации  $\Omega_0$ , определяемой формулами (6), (8), от расстройки  $\mu$ . Из этих формул видно, что при  $M_2 \neq 0$ , т. е. при отличной от нуля разности фаз коэффициентов связи, полоса синхронизации несимметрична относительно центра линии усиления. Минимум ширины полосы синхронизации достигается при  $b = b_0 = -(\alpha - \beta)M_2/M$ . Для лазера на чистом изотопе  $b/(\alpha - \beta) \approx \gamma_{ab}/\mu$  и, следовательно, минимум получается в точке  $\mu_0 \approx -\gamma_{ab}M/M_2$ . Зависимость  $\Omega_0$  от  $\mu$  для лазера на чистом изотопе изображена на рис. 1, а. Из рисунка видно, что в этом случае ширина полосы синхронизации сильно зависит от расстройки.

Для лазера на смеси изотопов  $b/(\alpha - \beta) \approx -K\mu/\gamma_{ab}$ , где

$$K = \frac{\gamma_{ab}^2}{(\Delta\omega_{ab})^2} \left( 1 + 2 \left( \frac{\Delta\omega_{ab}}{ku} \right)^2 - \left( \frac{\Delta\omega_{ab}}{ku} \right)^4 \right).$$

Следовательно, полоса синхронизации  $\Omega_0$  достигает минимума в точке  $\mu_0 = \gamma_{ab}M_2/KM$ . По обе стороны от этой точки ширина полосы синхронизации монотонно возрастает (рис. 1, б). Полученная зависимость ширины области синхронизации от расстройки качественно согласуется с экспериментальными данными Ароновича и Коллинза [5].

В работе [5] наблюдалась также зависимость ширины полосы синхронизации от тока накачки, т. е. от превышения накачки над порогом. Было получено, что при увеличении тока накачки ширина области синхронизации убывает примерно по гиперболическому закону. Такая зависимость следует из формулы (8). Однако заметим, что формула (8) справедлива лишь при достаточно больших превышениях накачки над порогом [см. условие (5)]. При малых превышениях связь следует считать сильной. При условии сильной связи ширина области синхронизации была вычислена в [6]. Для коэффициентов связи, близких к комплексно-сопряженным, имеем

$$\Omega_0 \approx m/\sqrt{2}. \quad (9)$$

Эта величина представляет собой предел, к которому стремится ширина полосы синхронизации при приближении к порогу генерации.

Сравнивая выражения (8) и (9), видим, что при малых расстройках ширина области синхронизации для лазера на 50% смеси изотопов монотонно убывает при увеличении превышения накачки над порогом от значения  $m/\sqrt{2}$  до значения, определяемого формулой (6).

Соответствующий анализ, проведенный для лазера на чистом изотопе, показывает, что при  $|\mu| < \sqrt{2}\gamma_{ab}$  ширина полосы синхронизации при увеличении превышения накачки над порогом в случае коэффициентов связи,

близких к комплексно-сопряженным, сначала растет, начиная от значения  $m/\sqrt{2}$ , а затем незначительно падает до значения  $\gamma_{ab}m/\Delta\omega_{ab}$ . Этим, вероятно, можно объяснить наблюдавшееся в работе Беленова

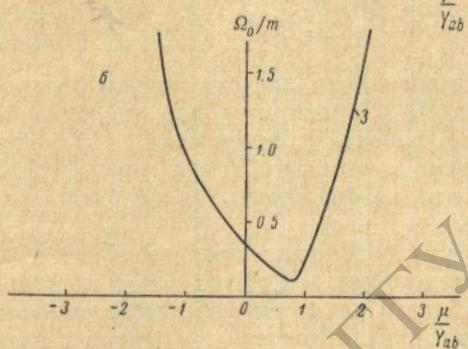
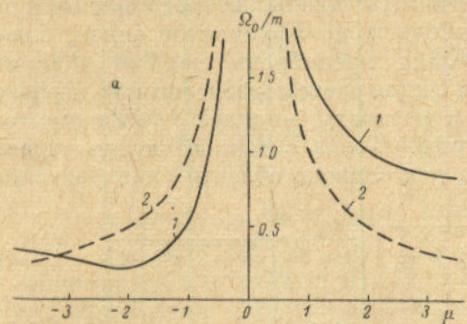


Рис. 1. Зависимость ширины области синхронизации от расстройки относительно центра линии усиления.

1 —  $M_1/M = 0.2$ ,  $M_2/M = 0.5$ ; 2 —  $M_1 = M_2 = 0$ ;  
3 —  $M_1 = 0$ ,  $M_2/M = 0.35$ ,  $m/\Delta\omega_p\eta = 0.2$ ,  $\gamma_{ab}/\Delta\omega_{ab} = 0.58$ ,  $\Delta\omega_{ab}/\hbar u = 0.62$ .

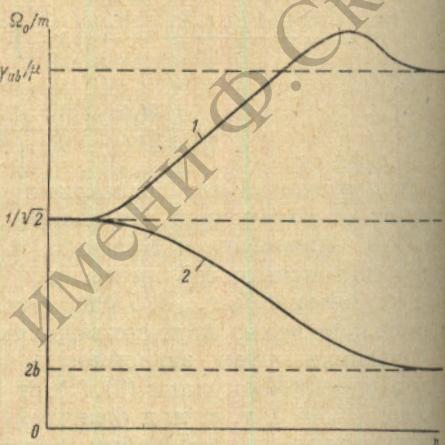


Рис. 2. Качественная зависимость ширины области синхронизации от превышения накачки над порогом.

1 — лазер на чистом изотопе, 2 — лазер на 50% смеси изотопов.

и др. [7] уменьшение ширины полосы синхронизации при уменьшении добротности резонатора, т. е. уменьшении превышения накачки над порогом.

Примерные графики зависимости ширины области синхронизации от превышения накачки над порогом для случая комплексно-сопряженных связей приведены на рис. 2.

Вне области синхронизации интенсивности встречных волн оказываются промодулированными с частотой биений. Расчеты показывают, что в случае комплексно-сопряженных коэффициентов связи коэффициент модуляции интенсивностей равен

$$k = \frac{2m}{\sqrt{\left(\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta} \Delta\omega_p\eta\right)^2 + \Omega^2}}. \quad (10)$$

Отсюда следует, что при  $\Omega \leq (\alpha-\beta)\Delta\omega_p\eta/(\alpha+\beta)$  коэффициент модуляции интенсивностей встречных волн для лазера на чистом изотопе существенно зависит от расстройки  $\mu[(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta) \approx \mu^2/(\mu^2+2\gamma_{ab}^2)]$ . Для лазера

на 50% смеси изотопов коэффициент модуляции интенсивностей во всей области значений  $\Omega$  не зависит от расстройки и равен

$$k = \frac{2m}{\sqrt{(\Delta\omega_p\eta)^2 + \Omega^2}}.$$

В заключение рассмотрим ход частотной характеристики лазера вдали от границы области синхронизации. При  $\Omega \gg \Omega_0$ ,  $\Delta\omega_p\eta$  зависимость частоты биений от скорости вращения лазера имеет вид [6, 8]

$$\Phi = \Omega + \frac{m_1 m_2}{2\Omega} \left( \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) - \frac{b}{\alpha - \beta} \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) \right).$$

Максимальное отклонение частоты биений  $\Phi$  от ее асимптотического значения  $\Omega$  имеет место при условии  $\operatorname{tg}(\vartheta_1 - \vartheta_2) = -b/(\alpha - \beta)$ . Если  $\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) = -b/\sqrt{b^2 + (\alpha - \beta)^2}$ , то отклонение  $\Phi - \Omega > 0$ , если же  $\sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) = b/\sqrt{b^2 + (\alpha - \beta)^2}$ , то  $\Phi - \Omega < 0$ . Максимальная величина девиации частоты биений при изменении разности фаз коэффициентов связи равна

$$\Delta\Phi = \frac{m_1 m_2}{\Omega} \sqrt{1 + \frac{b^2}{(\alpha - \beta)^2}}.$$

Из этой формулы следует, что для лазера на чистом изотопе величина  $\Delta\Phi$  существенно зависит от расстройки  $\mu$ . Для лазера же на смеси изотопов вблизи центра линии усиления  $|b| \ll (\alpha - \beta)$  и, следовательно,  $\Delta\Phi$  практически не зависит от расстройки.

#### Литература

- [1] Ю. Л. Климонович, П. С. Ланда, Е. Г. Ларинцев. ЖЭТФ, 52, 1616, 1967.
- [2] С. А. Бидихов, П. С. Ланда, Е. Г. Ларинцев. Радиотехника и электроника, 15, 529, 1970.
- [3] Б. Л. Желнов, В. С. Смирнов. Опт. и спектр., 23, 331, 1967.
- [4] Ю. Л. Климонтович, В. Н. Курятов, П. С. Ланда. ЖЭТФ, 51, 3, 1966.
- [5] F. Agopowitz, R. J. Collins. J. Appl. Phys., 41, 130, 1970.
- [6] П. С. Ланда, Е. Г. Ларинцев. Радиотехника и электроника, 15, 1214, 1970.
- [7] Э. М. Беленов, Е. П. Маркин, В. Н. Морозов, А. Н. Ораевский. Письма в ЖЭТФ, 3, 54, 1965.
- [8] Б. В. Рыбаков, Ю. В. Демиденков, С. Г. Скроцкий, А. М. Хромых. ЖЭТФ, 57, 1184, 1969.
- [9] Э. Е. Фрадкин. Опт. и спектр., 32, 132, 1971.

Поступило в Редакцию 23 апреля 1971 г.