

ФОРМА ЛИНИИ ПОГЛОЩЕНИЯ АТОМА В ПОЛЕ СИЛЬНОГО ШУМОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

С. Г. Пржибельский и В. А. Ходовой

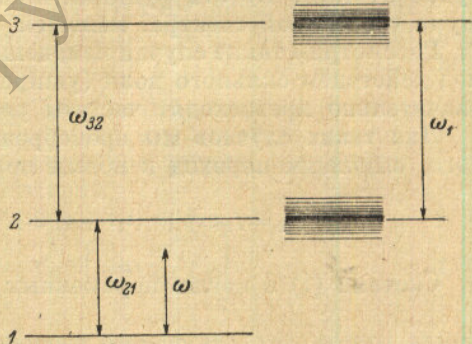
В трехуровневой системе рассмотрено поглощение слабой волны в канале 1—2 в присутствии сильного некогерентного поля излучения. Сильное поле представляет собой промодулированный стационарным гауссовым шумом гармонический сигнал со средней частотой, равной резонансной частоте перехода 2—3 между возбужденными состояниями системы. Показано, что форма линии поглощения в канале 1—2 зависит от способа модуляции сильного поля. В случае частотной (фазовой) модуляции линия расщепляется при больших интенсивностях сильного поля на две компоненты, форма которых повторяет форму спектра сильного поля. При амплитудной модуляции происходит лишь уширение линии поглощения, а ее контур различен в зависимости от отношения максимальной спектральной плотности шума к ширине его спектра.

1. Сильные поля излучения изменяют характер спектра поглощения квантовой системы. В случае резонансного некогерентного излучения происходит расщепление линий поглощения (так называемый высокочастотный эффект Штарка [1]). Действие некогерентного излучения изучалось в рамках модифицированной теории возмущений [2] и для случая медленно меняющихся регулярных полей [3, 4]. Случай воздействия шумов, имеющих характер чисто разрывных марковских процессов исследовался в [5]. В настоящей работе рассмотрено поглощение слабого излучения трехуровневой квантовой системой в присутствии сильного излучения, имеющего характер гармонического сигнала, промодулированного стационарным гауссовым шумом. Такая задача представляет интерес ввиду того, что излучение многомодовых импульсных генераторов с некогерентными фазами отдельных мод представляет скорее шумовое, чем регулярное поле.

В качестве модели исследования выбрана трехуровневая система (см. рисунок). Исследуется поглощение слабого некогерентного излучения в канале 1—2 при одновременном воздействии сильным сигналом частоты $\omega_1 = \omega_{32}$, промодулированным гауссовым стационарным шумом. Разрешенными переходами считаются переходы 1—2 и 2—3, а диагональные матричные элементы энергии взаимодействия излучения с системой тождественно равны нулю. Такая модель близка к экспериментальной, реализованной в [6].

Форма линии поглощения слабого излучения в канале 1—2 в присутствии сильного определяется коэффициентом поглощения $K(\omega)$, который может быть записан в виде [2]

$$K(\omega) = \frac{4\pi\omega}{c} N_0 \alpha(\omega),$$



где ω — частота слабого сигнала, c — скорость света, N_0 — концентрация и $\alpha(\omega)$ — поляризуемость системы на частоте ω слабого сигнала. Наша задача состоит в исследовании зависимости $K(\omega)$ от вида модуляции, мощности и спектра модулирующего шума.

2. Укороченные уравнения для недиагональных элементов матрицы плотности трехуровневой системы в представлении взаимодействия имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{f}_{12} &= if_{13}F_{32} \exp(-i\varepsilon_1 t) + iF_{12} \exp(i\varepsilon t) - \gamma_{12}f_{12}, \\ f_{13} &= if_{12}F_{23} \exp(i\varepsilon_1 t) - \gamma_{13}f_{13}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь $f_{ik} = \rho_{ik} \exp(-i\omega_{ki}t)$ — матричный элемент матрицы плотности в представлении взаимодействия; $\varepsilon = \omega - \omega_{21}$, $\varepsilon_1 = \omega_1 - \omega_{32}$ — нерезонансности слабого и сильного полей соответственно; $\omega_{ki} = \omega_k - \omega_i$ — частоты переходов $k-i$; $F_{23} = \mathbf{d}_{23}\mathbf{E}/\hbar = F_{32}$, $F_{12} = \mathbf{d}_{12}\mathbf{E}_{12}/2\hbar$ — амплитуды вероятностей переходов в каналах 2-3 и 1-2 соответственно; \mathbf{d}_{12} , \mathbf{d}_{23} — матричные элементы дипольного момента переходов 1-2 и 2-3; \mathbf{E}_{12} — амплитуда слабого поля; γ_{12} , γ_{23} — частоты поперечных релаксаций. Уравнения (1) выведены из точных уравнений в приближении а) линеаризации по F_{12} относительно начального состояния $\rho_{11}=1$, $\rho_{22}=\rho_{33}=0$, что соответствует малости изменения заселенности основного состояния под действием слабого излучения; б) вращающегося поля, т. е. отброшены быстро осциллирующие члены вида $\exp[i(\omega_{32} + \omega_1)t]$.

Запишем сильное поле в виде сигнала частоты ω_1 , модулированного шумом

$$\begin{aligned} \delta(t) &= 2e(t) \cos[\omega_1 t + \varphi(t)] = e(t) \exp[i\varphi(t)] \exp i\omega_1 t + \\ &+ e(t) \exp[-i\varphi(t)] \exp(-i\omega_1 t) = E(t) \exp i\omega_1 t + E^*(t) \exp(-i\omega_1 t). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь амплитуда $e(t)$ и фаза $\varphi(t)$ — случайные функции времени. Мы будем считать, что эти функции имеют характер стационарного гауссова шума с шириной спектра, меньшей ω_{21} , ω_{32} и $|\omega_{32} - \omega_{21}|$.

Рассмотрим такие случаи изменения плотности состояния в канале 1-2 под действием сильного поля (уширения, сдвига, расщепления), которые значительно превосходят частоты релаксаций γ_{12} , γ_{13} .

Для таких случаев мы пренебрежем членами с γ_{12} и γ_{13} в (1). Кроме того, выполним переход к новым переменным

$$f_{12} = f_1 \exp[-(\varepsilon_1 t + \varphi)/2i], \quad f_{13} = f_3 \exp[(\varepsilon_1 t + \varphi)/2i]. \quad (3)$$

Система (1) в новых переменных имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{f}_1 - i(\dot{\varphi} + \varepsilon_1)f_1/2 &= iV(t)f_3 + iF_{12} \exp i\left(\varepsilon t + \varepsilon_1 t/2 + \frac{\varphi}{2}\right), \\ \dot{f}_3 + i(\dot{\varphi} + \varepsilon_1)f_3/2 &= iV(t)f_1, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $V(t) = F_{23} \exp(-i\varphi)$ — вещественная величина.

Рассмотрим частные случаи, когда решение (4) можно записать в замкнутом виде. Для этого ограничим рассмотрение случаем $\varepsilon_1 = 0$.

3. Амплитудная модуляция. В случае чисто амплитудной модуляции $\dot{\varphi} = 0$ и решение системы (4) для $f_1 = f_{12}$ имеет вид¹

$$f_{12}(t) = iF_{12} \int_{-\infty}^t \cos\left(\int_{t_1}^t V(t_2) dt_2\right) \exp(i\varepsilon t_1) dt_1. \quad (5)$$

¹ Кинетика изменения заселенности в двухуровневой системе под действием таких шумов рассматривалась в [5].

Решение (5) удовлетворяет системе (4) при адиабатическом условии включения: $f_{12}(-\infty) = 0$.² Проведем усреднение $f_{12}(t)$ по возможным реализациям $V(t)$

$$\langle f_{12}(t) \rangle = iF_{12} \int_{-\infty}^t G(t-t_1) \exp i\omega t_1 dt_1 = iF_{12} \exp(i\omega t) \int_0^{\infty} G(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau. \quad (6)$$

Здесь $G(\tau) = G(t-t_1) = \left\langle \cos \int_{t_1}^t V(t_2) dt_2 \right\rangle$; зависимость от разности $\tau = t - t_1$ обусловлена тем, что шум стационарный. $G(\tau)$ вычислим следующим образом:³

$$\begin{aligned} G(\tau) &= \left\langle \cos \int_0^{\tau} V(t) dt \right\rangle = \left\langle \cos 2 \int_{-\infty}^{+\infty} V_{\omega} \exp(-i\omega\tau/2) \frac{\sin \omega\tau/2}{\omega} d\omega \right\rangle = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n |2^{2n}/(2n)!| \left\langle \left(\int_{-\infty}^{+\infty} V_{\omega} \exp(-i\omega\tau/2) \frac{\sin \omega\tau/2}{\omega} d\omega \right)^{2n} \right\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$V_{\omega} = \frac{1}{2\pi} \int V(t) \exp(i\omega t) dt.$$

Среднее от степени в (7) представим в виде среднего от произведения

$$\begin{aligned} \left\langle \left(\int_{-\infty}^{\infty} V_{\omega} \exp\left(-\frac{i\omega\tau}{2}\right) \frac{\sin \omega\tau/2}{\omega} d\omega \right)^{2n} \right\rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 \dots d\omega_{2n} \langle V_{\omega_1} \dots V_{\omega_{2n}} \rangle \times \\ &\times \exp\left[-\frac{i\tau(\omega_1 + \dots + \omega_{2n})}{2}\right] \left[\frac{\sin \omega_1\tau}{2} \dots \frac{\sin \omega_{2n}\tau}{2} \right] / \omega_1 \dots \omega_{2n}. \end{aligned} \quad (8)$$

В случае гауссова шума среднее от произведения разбивается на сумму произведений средних от всех разных пар. Число таких пар в выражении (7) равно $(2n)!/n!2^n$. Коррелятор гауссова шума имеет вид

$$\langle V_{\omega_k} V_{\omega_l} \rangle = |V_{\omega_k}|^2 \delta(\omega_k + \omega_l). \quad (9)$$

Разбивая (8) на сумму пар, а затем подставляя эту сумму в (7) с учетом (9), получим значение $G(\tau)$ в виде

$$G(\tau) = \exp \left[-2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega |V_{\omega}|^2 \left[\sin^2 \frac{\omega\tau}{2} \right] \frac{1}{\omega^2} \right]. \quad (10)$$

Подстановка (10) в (6) дает следующее выражение для формы линии

$$K(\omega) = \frac{4\pi\omega d_{12}^2 N_0}{3\hbar c} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} d\tau \exp[-i\tau(\omega - \omega_{21})] \exp \left\{ -2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^2} |V_{\omega}|^2 \sin^2 \frac{\omega\tau}{2} \right\}. \quad (11)$$

Проанализируем форму линии поглощения (11) в зависимости от характера спектра шума $|V_{\omega}|^2$.

Рассмотрим случаи узкого, но интенсивного спектра шума, так что выполняется неравенство

$$V_0^2 \gg \Delta, \quad (12)$$

где Δ — ширина спектра шума, а V_0^2 — спектральная плотность в нуле. В этом случае в выражении (10) можно ограничиться первым членом

² В этом случае систему (1) можно решить, не пренебрегая членами, содержащими γ , но полагая $\gamma_{13} = \gamma_{12}$.

³ Здесь рассмотрен случай $\langle V(t) \rangle = 0$. Результаты без труда обобщаются на случай $\langle V(t) \rangle = \text{const} \neq 0$.

разложения $\sin^2(\omega\tau/2)$ в ряд по $\omega\tau$, так как область эффективного интегрирования в (10) ограничивается величиной $\sim\Delta$, а область эффективного интегрирования по τ в (11) ограничивается величиной $\sim(V_0^2\Delta)^{-1/2}$. Форма линии в этом случае гауссова

$$K(\varepsilon) = K_0 \operatorname{Re} \int_0^\infty d\tau \exp(-i\varepsilon\tau) \exp(-V_0^2\Delta\tau^2/2) = K_0 \sqrt{\frac{\pi}{2\Delta V_0^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\Delta V_0^2}\right) \quad (13)$$

(где $K_0 = 4\pi\omega d_{12}^2 N_0 / 3\hbar c$) с шириной, определяемой полной интенсивностью шума $\Delta V_0^2 = \int |V_\omega|^2 d\omega$.

В том случае, когда спектр шума достаточно широк, так что выполняется неравенство, обратное неравенству (12)

$$V_0^2 \ll \Delta, \quad (14)$$

величину $|V_\omega|^2$ в выражении (10) можно считать медленно меняющейся функцией на интервалах $\sim V_0^2$. Область эффективного интегрирования по τ в выражении (11) ограничена $1/V_0^2$, поэтому на интервалах $\sim\Delta$ функция $\sin(\omega\tau/2)$ будет в основном быстро осциллирующей функцией и интеграл в экспоненте (10) можно аппроксимировать выражением $-\pi V_0^2\tau$. Форма линии в этом случае имеет лорентцов вид

$$K(\varepsilon) = K_0 \operatorname{Re} \int_0^\infty d\tau \exp(-i\varepsilon\tau) \exp(-\pi V_0^2\tau) = K_0 \frac{\pi V_0^2}{\varepsilon^2 + (\pi V_0^2)^2} \quad (15)$$

с шириной, определяемой спектральной плотностью шума в нуле.

4. Фазовая модуляция. Рассмотрим теперь случай чисто фазовой модуляции $V(t) = \text{const.}$ ⁴ При этом мы ограничимся рассмотрением шумов, для которых выполняется неравенство

$$\Delta_\varphi \ll V, \quad (16)$$

где Δ_φ — ширина спектра фазового шума. Как показано в Приложении, при выполнении (16) можно пренебречь членами, содержащими $\dot{\varphi}$ в (4). Решение (4) относительно $f_1(t)$ в пренебрежении с $\dot{\varphi}$ имеет вид

$$f_1(t) = iF_{12} \int_{-\infty}^t \cos V(t-t_1) \exp[i\{\varepsilon t_1 + \varphi(t_1)/2\}] dt_1. \quad (17)$$

При решении использовалось условие адиабатического включения: $f_{12}(-\infty) = 0$. Учитывая связь между f_{12} и f_1 , запишем значение среднего $\langle f_{12}(t) \rangle$

$$\langle f_{12}(t) \rangle = iF_{12} \int_{-\infty}^t \cos V(t-t_1) (\exp i\varepsilon t_1) G_\varphi(t-t_1) dt_1, \quad (18)$$

где $G_\varphi(t-t_1) = \langle \exp\{-t[\varphi(t) - \varphi(t_1)]/2\} \rangle$. Знак $\langle \rangle$, как и раньше, обозначает среднее по всем возможным реализациям фаз, а зависимость от разности $t-t_1$ обусловлена стационарностью шума. Переходя к переменной $\tau = t-t_1$ в (18) запишем выражение для формы линии

$$K(\varepsilon) = K_0 \operatorname{Re} \int_0^\infty d\tau \cos V\tau G_\varphi(\tau) \exp(-i\varepsilon\tau). \quad (19)$$

⁴ При ограничениях, рассмотренных ниже, система (4) может быть решена и при $V=V(t)$.

Коррелятор $G_\varphi(\tau)$ для гауссова шума $\varphi(t)$ имеет вид

$$G_\varphi(\tau) = \exp\{-\langle[\varphi(\tau) - \varphi(0)]^2\rangle/8\} = \exp\{-[\Phi_0 - \Phi(\tau)]/4\}, \quad (20)$$

где $\Phi_0 = \langle\varphi^2(0)\rangle = \langle\varphi^2(\tau)\rangle$, а $\Phi(\tau) = \langle\varphi(\tau)\varphi(0)\rangle$.

Проанализируем выражение для формы линии (19) с коррелятором (20) в зависимости от вида спектра шума. Введем величину частоты

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t).$$

Для стационарного шума связь между корреляторами фазового и частотного шума следующая:

$$-\frac{d^2}{d\tau^2} \Phi(\tau) = \Omega(\tau), \quad (21)$$

где $\Omega(\tau) = \langle\omega(t+\tau)\omega(t)\rangle$. Тогда учитывая, что $\dot{\Phi}(\tau=0) = 0$, получим

$$\Phi_0 - \Phi(\tau) = \int_0^\tau d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \Omega(\tau_2), \quad (22)$$

Запишем (22) через спектральную плотность частотного шума Ω_ω в соответствии с теоремой Винера—Хинчина

$$\Omega(\tau) = \int_0^\infty \Omega_\omega \cos \omega\tau d\omega \quad (23)$$

в следующем виде:

$$\Phi_0 - \Phi(\tau) = 2 \int_0^\infty \Omega_\omega \frac{\sin^2 \omega\tau/2}{\omega^2} d\omega. \quad (24)$$

Окончательное выражение для формы линии (19) с учетом (20) и (24) имеет вид

$$\begin{aligned} K(\varepsilon) &= K_0 \operatorname{Re} \int_0^\infty d\tau \cos V\tau \exp \left[-\int_0^\infty \frac{\Omega_\omega \sin^2 \omega\tau/2}{2\omega^2} d\omega \right] \exp(-i\varepsilon\tau) = \\ &= \frac{k_0}{2} \int_0^\infty d\tau [\cos \tau(V+\varepsilon) + \cos \tau(V-\varepsilon)] \exp \left[-\int_{-\infty}^\infty \Omega_\omega \frac{\sin^2 \omega\tau/2}{4\omega^2} d\omega \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Анализ выражения (24) аналогичен анализу, проведенному для амплитудного шума [см. формулу (11)]. Поэтому мы приведем просто выражение для формы линии.

В случае спектрально узкого, но интенсивного шума $\Omega_0 \gg \Delta_\omega$

$$K(\varepsilon) = \frac{K_0}{8} \sqrt{\frac{\pi}{\Delta_\omega \Omega_0}} \{ \exp[-(\varepsilon - V)^2/16\Delta_\omega \Omega_0] + \exp[-(\varepsilon + V)^2/16\Delta_\omega \Omega_0] \}. \quad (26)$$

В случае относительно широкого спектра шума $\Omega_0 \ll \Delta_\omega$

$$K(\omega) = K_0 \frac{\pi \Omega_0}{8} \left\{ \frac{1}{(\varepsilon - V)^2 + (\pi \Omega_0/4)^2} + \frac{1}{(\varepsilon + V)^2 + (\pi \Omega_0/4)^2} \right\}. \quad (27)$$

5. Сравнение выражений для $K(\omega)$ в случае амплитудной (13), (15) и частотной (26), (27) модуляции сильного поля показывает, что амплитудная и частотная модуляции существенно различно изменяют контур линии поглощения слабого сигнала. Предсказываемое теоретически расщепление линии поглощения в сильном монохроматическом поле [1] сохраняется только в случае частотной шумовой модуляции. При этом величина расщепления $2V$ совпадает с ее значением в монохроматическом поле, а контур каждой из компонент расщепления повторяет форму спектра сильного модулированного поля [7].

В случае амплитудной модуляции расщепление линии вообще отсутствует, происходит лишь ее уширение. При заданной величине полной мощности модулирующего шума в случае узкого, но интенсивного спектра ширина линии поглощения определяется полной мощностью шума, тогда как в случае широкого спектра — спектральной плотностью в нуле. Такая картина изменения спектра поглощения может быть интерпретирована следующим образом. В случае широкого спектра $\Delta \gg V_0^2$ уширение линии поглощения определяется сокращением времени жизни состояния 2 в результате относительно медленных по сравнению с Δ переходов в состояние 3. Величина уширения равна вероятности таких переходов в единицу времени πV_0^2 , которая определяется лишь спектральной плотностью V_0^2 возмущения в канале 2—3. При больших спектральных плотностях $V_0^2 \gg \Delta$ система находится как бы в квазимонохроматическом поле с амплитудой возмущения $V(t)$, медленно меняющейся по сравнению с величиной расщепления $V(t)$. За интервал времени $\Delta t \gg \Delta^{-1}$ возмущение $V(t)$ изменяется, проходя все возможные значения, а так как $\langle V(t) \rangle = 0$, то соответственно величина расщепления также принимает все возможные от нуля до максимального значения, что проявляется как уширение линии поглощения в канале 1—2.

В случае частотной модуляции при наложенном ограничении $\Delta_0^2 \ll V^2$ система совершает быстрые переходы между состояниями 2 и 3 в относительно медленно изменяющемся по фазе и постоянном по амплитуде поле. Это означает, что в системе возникает расщепление, величина которого значительно больше уширения расщепленных компонент, создаваемого качением фазы. Характер качения фазы определяет контур расщепленных компонент.

Авторы выражают благодарность В. И. Перелю за полезные советы и обсуждение результатов работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для того чтобы иметь представление о параметре малости отброшенных членов при рассмотрении фазовой шумовой модуляции, мы вычислим поправку первого порядка к решению (18). Как следует из (4) и (3), величина поправки $\langle f_{21}^1 \rangle$ имеет вид

$$\langle f_{12}(t) \rangle = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^t dt_1 \langle \exp[-i\varphi(t)/2] \hat{\varphi}(t_1) f_1(t_1) \rangle, \quad (\text{П.1})$$

где $f_1(t)$ определено выражением (17). Подставляя (17) в (П.1), получим следующее выражение для поправки:

$$\begin{aligned} \langle f_{12}(t) \rangle = & \left(\frac{iF_1}{2} \right) \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cos V(t_1 - t_2) (\exp i\delta t_2) \times \\ & \times \left\langle \hat{\varphi}(t_1) \exp \left\{ -\frac{i[\varphi(t) - \varphi(t_2)]}{2} \right\} \right\rangle. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Значение среднего, входящего в (П.2), вычислим следующим образом:

$$\begin{aligned} \left\langle \hat{\varphi}(t_1) \exp \left\{ -\frac{i[\varphi(t) - \varphi(t_2)]}{2} \right\} \right\rangle = & 2i \frac{d}{dt_1} \left\{ \frac{d}{d\lambda} \left\langle \exp -\frac{i[\varphi(t) - \varphi(t_2) - \lambda\varphi(t_1)]}{2} \right\rangle \right\}_{\lambda=0} = \\ = & 2i \frac{d}{dt_1} \left\{ \frac{d}{d\lambda} \left[\exp \left(-\left[\frac{(\varphi(t) - \lambda\varphi(t_1) - \varphi(t_2))^2}{8} \right]_{\lambda=0} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Здесь учтено, что $\varphi(t)$ распределены по гауссовому закону. Подстановка (П.3) в (П.2) и последующая замена переменных приводит выражение (П.2) к виду

$$\langle f_{12}(t) \rangle = \frac{iF_1}{4} (\exp i\epsilon t) \int_0^{\infty} dz [\exp(-i\epsilon z)] \exp\left\{-\frac{\Phi_0 - \Phi(z)}{4}\right\} \times \\ \times \int_0^z d\tau \cos V\tau \left[\frac{d}{dz} \Phi(z) - \frac{d}{d\tau} \Phi(\tau) \right]. \quad (\text{П.4})$$

Интегрирование по частям внутреннего интеграла в (П.4) дает

$$\langle f_{12}(t) \rangle = \frac{iF_1}{4} (\exp i\epsilon t) \int_0^{\infty} dz [\exp(-i\epsilon z)] \exp\left\{-\frac{\Phi_0 - \Phi(z)}{4}\right\} \times \\ \times \frac{1}{V} \int_0^z d\tau \sin V\tau \frac{d^2}{d\tau^2} \Phi(\tau). \quad (\text{П.5})$$

Перепишем выражение (18), учитывая (19), в удобном для сравнения с (П.5) виде

$$\langle f_{12}(t) \rangle = iF_1 (\exp i\epsilon t) \int_0^{\infty} dz [\exp(-i\epsilon z)] \times \\ \times \left[\exp\left\{-\frac{\Phi_0 - \Phi(z)}{4}\right\} \right] \left(1 - V \int_0^z \sin V\tau d\tau \right). \quad (\text{П.6})$$

Из сравнения (П.5) и (П.6) видно, что поправка мала тогда, когда

$$V^2 \gg \left| \frac{d^2}{d\tau^2} \Phi(\tau) \right|. \quad (\text{П.7})$$

В соответствии с теоремой Винера—Хинчина

$$\left| \frac{d^2}{d\tau^2} \Phi(\tau) \right| = \left| \int_0^{\infty} d\omega \Phi_{\omega} \omega^2 \cos \omega\tau \right| \leq \Delta_{\varphi}^2, \quad (\text{П.8})$$

где $\Delta_{\varphi}^2 = \int_0^{\infty} \Phi_{\omega} \omega^2 d\omega$ — ширина спектра фазового шума. Величину $\frac{d^2}{d\tau^2} \Phi(\tau)$ можно выразить через характеристики частотного шума [см. (21)]

$$-\frac{d^2}{d\tau^2} \Phi(\tau) = \Omega(\tau) = \int_0^{\infty} d\omega \Omega_{\omega} \cos \omega\tau \leq \Omega_0 \Delta_{\omega}, \quad (\text{П.9})$$

где $\Omega_0 \Delta_{\omega} = \int_0^{\infty} \Omega_{\omega} d\omega$ — интенсивность частотного шума.

Таким образом, малость поправки, согласно (П.7), обеспечена условием

$$\Delta_{\varphi}^2 / V^2 \ll 1 \quad \text{или} \quad \Omega_0 \Delta_{\omega} / V^2 \ll 1. \quad (\text{П.10})$$

Отметим, что условие (П.10) налагает ограничение только на ширину спектра фазового шума и поэтому полученные результаты (26), (27) применимы как для плавной модуляции, так и для случая чисто разрывного изменения фазы.

Литература

- [1] А. М. Бонч-Бруевич, В. А. Ходовой. Усп. физ. наук, 93, 71, 1967.
- [2] П. А. Апанасевич, В. А. Ходовой. Ж. прикл. спектр., 12, 848, 1970.
- [3] С. Г. Раутиан, И. И. Собельман. ЖЭТФ, 44, 834, 1963.
- [4] С. Г. Раутиан, Р. И. Соколовский. Сб. «Нелинейные процессы в оптике». Тр. I Вавиловской конф. по нелинейной оптике, 45. Изд. «Наука», Новосибирск, 1970.
- [5] А. И. Бурштейн. ЖЭТФ, 48, 850, 1965.
- [6] А. М. Бонч-Бруевич, Н. Н. Костин, В. А. Ходовой, В. В. Хромов. ЖЭТФ, 56, 144, 1969.
- [7] А. Н. Харкевич. Спектры и анализ. Физматгиз, М., 1962.

Поступило в Редакцию 15 февраля 1971 г.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скоринь