

УДК 621.314

## Фотоакустическое преобразование в низкоразмерных системах при гармонической модуляции лазерного излучения

Р. М. БУРБЕЛО, А. Г. КУЗЬМИЧ

В работе представлены результаты исследований процесса фотоакустического (ФА) возбуждения упругих волн в низкоразмерных (стержневых) системах при гармонической модуляции лазерного излучения. Получены аналитические выражения, описывающие смещения частиц стержня под действием сосредоточенной силы для случая возбуждения продольных вынужденных колебаний. Экспериментально исследованы условия их возбуждения.

Образец (стержень) и система координат схематически представлены на рис.1. Длина стержня -  $l$ , толщина -  $2h$ , ширина -  $2d$ , начало системы координат выбрано в геометрическом центре образца (точка 0). Сечение стержня считаем прямоугольным с величиной отношения ширины к его толщине  $\approx 1$ .

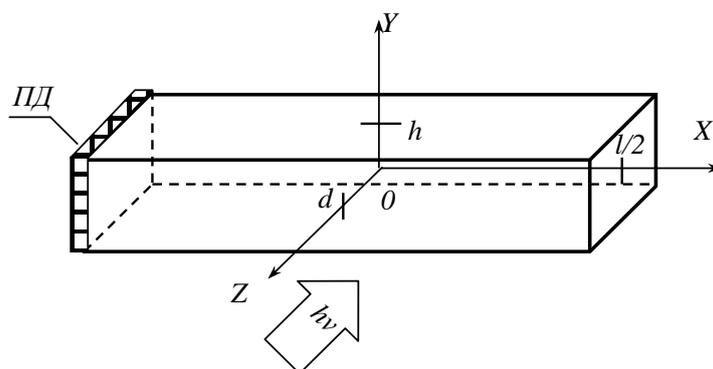


Рисунок 1 – Схема возбуждения и пьезоэлектрической (ПЭ) регистрации акустических колебаний в стержне.

Рассчитаем амплитуду упругих смещений в стержне под действием вынужденной гармонической силы. Уравнение движения теории упругости имеет вид [1]:

$$\rho \frac{d^2 u_i}{dt^2} = \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} + F_i(x_j, t)$$

где  $u_i$  – компоненты вектора перемещения,  $t_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $F_i(x_j, t)$  – компонента вектора вынуждающей силы действующей на единицу объема среды, возникающей вследствие термоупругого эффекта,  $\rho$  – плотность. Для случая гармонической вынуждающей объемной силы  $F_i = F_{0i}(x_i, t) \cdot e^{i\omega t}$  уравнение для амплитуды колебаний можно представить в виде:

$$-\rho \omega^2 u_i = \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} + F_{0i}(x_{0j}, t) \quad (1)$$

где  $\omega$  – частота вынуждающей объемной силы (частота модуляции излучения лазера).

При произвольных размерах стержня задача нахождения вектора смещения и резонансных частот решается численными методами, что достаточно громоздко и сложно для практического применения. Точное решение задачи колебаний стержня в литературе проведено для тонкого стержня (при условии, что  $l \gg h, d$ ) [2 - 4]. В работах рассматривается од-

номерное уравнение для смещений частиц вдоль оси стержня. Возбуждающая сила продольная. Поперечные деформации стержня не наблюдаются и не анализируются. В тоже время при действии поперечных сил (а этот случай будет рассматриваться нами, как имеющий место в реальных экспериментах при ФА возбуждении стержневых систем) поперечные деформации обязательно необходимо учитывать.

Для анализа колебаний, возникающих в стержне при действии поперечной (по отношению к оси стержня) термоупругой силы, используем метод собственных функций [5]. Собственные функций  $U_n$  системы, в этом случае, будем искать из решения уравнения (1) при отсутствии объемной силы  $\vec{F}_{0V}(x, y, z)$ . Смещения стержня под действием вынуждающей силы, в зависимости от координат и частоты  $\omega$ , представим в виде суммы собственных функций системы с весовыми коэффициентами  $A_n$ :

$$\vec{u}(x, y, z, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \vec{U}_n(x, y, z) \quad (2)$$

Подставляя выражение для смещений (2) в уравнение (1) и умножив эти уравнения на ортонормированные собственные функции  $U_m$  и далее интегрируя их по объему, для весового коэффициента  $A_n$ , с учетом условия ортонормировки, получим:

$$A_n = \frac{\Gamma_n}{M_n(\omega^2 - \omega_n^2)}, \quad (3)$$

где  $M_n$  – постоянная ортонормировки,  $\Gamma_n$  – фактор возбуждения колебаний:

$$M_n \delta_{mn} = \rho \int_V (\vec{U}_n \vec{U}_m) dx dy dz, \quad \Gamma_n = \int_V (\vec{F}_{0V} \vec{U}_n) dx dy dz. \quad (4)$$

Таким образом, весовые коэффициенты  $A_n$  зависят то частоты  $\omega$ , собственных частот  $\omega_n$  и не завьсят от координат системы. Для нахождения смещения частиц стержня под действием гармонической силы, необходимо найти его собственные функции колебаний.

Решая уравнение (1) с нулевыми начальными условиями, пренебрегая силами инерции (условие квазистатичности деформации), после преобразований, получаем для собственных функций симметричных  $U_{in}^s$  и антисимметричных  $U_{in}^a$  колебаний:

$$\begin{aligned} U_{xn}^s &= \sin(\omega_n^s/V \cdot x) & U_{xn}^a &= \cos(\omega_n^a/V \cdot x) \\ U_{yn}^s &= -\nu \cdot \omega_n^s/V \cdot y \cdot \cos(\omega_n^s/V \cdot x) & U_{yn}^a &= -\nu \cdot \omega_n^a/V \cdot y \cdot \sin(\omega_n^a/V \cdot x) \\ U_{zn}^s &= -\nu \cdot \omega_n^s/V \cdot z \cdot \cos(\omega_n^s/V \cdot x) & U_{zn}^a &= -\nu \cdot \omega_n^a/V \cdot z \cdot \sin(\omega_n^a/V \cdot x) \end{aligned} \quad (5)$$

где  $V$  – скорость распространения продольных волн в стержне,  $\nu$  – коэффициент Пуассона. Подчеркнем, что представленные выражения получены для случая, когда действие поперечных сил нами не учтено.

Для того чтобы возбуждение колебаний под действием поперечных сил было возможным необходимо в уравнении движения учитывать поперечные инерционные члены. Для удобства будем рассматривать низкочастотную область колебаний, в которой практически существует только, так называемая, стержневая мода. Рассматриваемый случай соответствует нашей экспериментальной ситуации.

В общем виде собственные функции стержневой моды для численного расчета в конкретных материалах приведены в монографии [6]. Представим собственные функции без конкретизации явного вида их распределения по координатам  $Z$  и  $Y$  для симметричных  $U_{in}^s(x, y, z)$  и антисимметричных  $U_{in}^a(x, y, z)$  колебаний следующим образом:

$$\begin{aligned} U_{xn}^s(x, y, z) &= U_{xn}^s(z) \cdot U_{xn}^s(y) \cdot \sin(\omega_n^s/V \cdot x) & U_{xn}^a(x, y, z) &= U_{xn}^a(z) \cdot U_{xn}^a(y) \cdot \cos(\omega_n^a/V \cdot x) \\ U_{yn}^s(x, y, z) &= U_{yn}^s(z) \cdot U_{yn}^s(y) \cdot \cos(\omega_n^s/V \cdot x) & U_{yn}^a(x, y, z) &= U_{yn}^a(z) \cdot U_{yn}^a(y) \cdot \sin(\omega_n^a/V \cdot x) \\ U_{zn}^s(x, y, z) &= U_{zn}^s(z) \cdot U_{zn}^s(y) \cdot \cos(\omega_n^s/V \cdot x) & U_{zn}^a(x, y, z) &= U_{zn}^a(z) \cdot U_{zn}^a(y) \cdot \sin(\omega_n^a/V \cdot x) \end{aligned} \quad (6)$$

где компоненты  $U_{xn}^{s,a}(z)$  та  $U_{xn}^{s,a}(y)$ , как показывает анализ, практически постоянные величины по сечению стержня, а компоненты  $U_{yn}^{s,a}(z, y)$  та  $U_{zn}^{s,a}(z, y)$  нелинейные функции координат, с незначительной величиной нелинейности. Поскольку фактор возбуждения колебаний  $\Gamma_n$  (см. формулу (4)) определяется не только продольными, но и поперечными возбуждающими силами, то учет этой незначительной нелинейности, связанной с инерцией в поперечном направлении, достаточно важен.

С учетом изложенного выше, рассчитаем продольные деформации стержня. При поглощении лазерного излучения модулированного по гармоническому закону происходит нагрев приповерхностного слоя образца и, как результат, возникает термоупругая гармоническая сила, возбуждающая колебания образца. Эта сила является сосредоточенной, направленной вдоль оси  $z$  и может быть записана в виде:  $F_{0V} = F_{0z} \delta(z-h) \delta(x-x_0) \delta(y-y_0)$ , где  $F_{0z}$  – амплитуда действующей силы, а  $\delta(x)$  – функция Дирака. Учитывая свойства функции Дирака ( $\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x) \delta(x-x_0) dx = \Phi(x_0)$ ) для фактора возбуждения получаем:

$$\Gamma_n^{s,a} = \int_v (\vec{F}_{0z} \cdot \vec{U}_n) dx dy dz = F_{0z} U_{zn}^{s,a}(h, x_0, y_0) \quad (7)$$

Как видно, фактор возбуждения  $\Gamma_n^{s,a}$  при действии нормальной к поверхности силы определяется собственными функциями нормальными к поверхности, существующими на этой поверхности. Тогда, вблизи резонансных частот, используя выражение (3), для весового коэффициента  $A_n$ , получим для продольных смещений стержня (случай симметричных колебаний):

$$u_{xn}^s = A_n U_{xn}^s(x, y, z) = \Gamma_n^s / [M_n(\omega^2 - \omega_n^2)] \cdot U_{xn}^s(x, y, z) = F_{0z} U_{zn}^s(h, x_0, y_0) / [M_n(\omega^2 - \omega_n^2)] \cdot U_{xn}^s(x, y, z)$$

Учитывая (6),  $u_{xn}^s$  можно записать в виде

$$u_{xn}^s = -F_{0z} \cdot U_{zn}^s(h) \cdot U_{zn}^s(y_0) \cos(\omega_n^s/V \cdot x_0) / [M_n(\omega^2 - \omega_n^2)] \cdot U_{xn}^s(z) \cdot U_{xn}^s(y) \sin(\omega_n^s/V \cdot x).$$

Тогда окончательно, для продольных смещений стержня на его концах в точке наблюдения  $x = \pm l/2$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ , с учетом, что  $\sin(\omega_n^s/V \cdot l/2) = 1$  и величины  $U_{xn}^s(z)$ ,  $U_{xn}^s(y)$  практически постоянные по сечению стержня, получаем:

$$u_{xn}^s \Big|_{x=\pm l/2} = L_l^s \cdot \cos(\omega_n^s/V \cdot x_0) \quad (8)$$

где  $L_l^s = -[F_{0z} \cdot U_{zn}^s(h) \cdot U_{zn}^s(y_0) / (M_n(\omega^2 - \omega_n^2))] \cdot U_{xn}^s(z) \cdot U_{xn}^s(y)$  - постоянный коэффициент, не зависящий от координат.

Аналогично для антисимметричных колебаний получаем:

$$u_{xn}^a \Big|_{x=\pm l/2} = L_l^a \cdot \sin(\omega_n^a/V \cdot x_0) \quad (9)$$

где  $L_l^a = -F_{0z} \cdot U_{zn}^a(h) \cdot U_{zn}^a(y_0) / [M_n(\omega^2 - \omega_n^2)] \cdot U_{xn}^a(z) \cdot U_{xn}^a(y)$  - постоянный коэффициент, не зависящий от координат.

Таким образом, полученные выше соотношения (8) и (9) описывают зависимость продольных смещений частиц стержня от координат точки воздействия поперечной термоупругой силы.

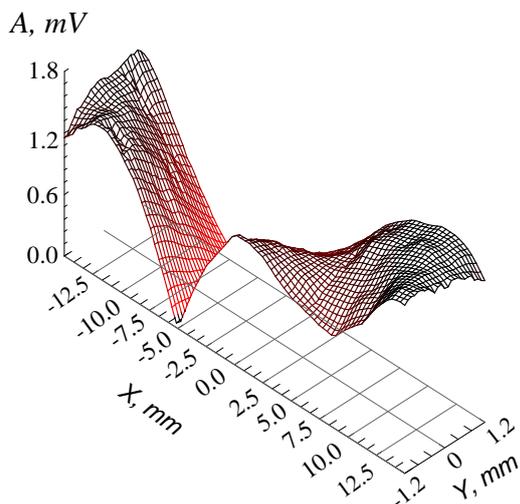


Рисунок 2 – Пространственное распределение амплитуды ФА сигнала в стержне ( $f = 62,3 \text{ kHz}$  – продольные колебания).

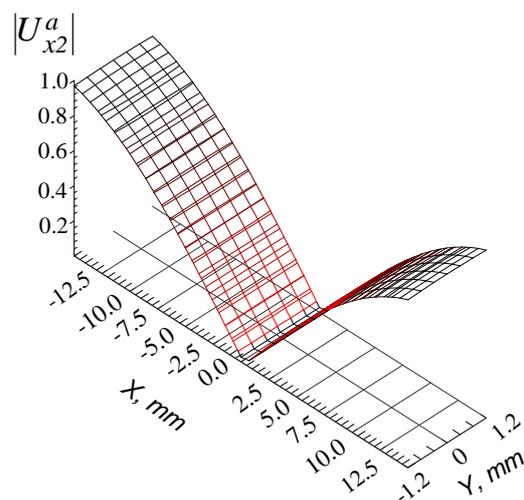


Рисунок 3 – Расчетное распределение величины продольных смещений частиц стержня.

На рис.2 представлены экспериментальные значения пространственного распределения амплитуды ФА сигнала стержня для продольных колебаний. ( $f = 62,3 \text{ kHz}$  – первая антисимметричная мода). На рис.3 соответственно приведено расчетное распределение величины продольных смещений частиц стержня в зависимости от координаты точки возбуждения лазерным излучением. Как видно из этих рисунков наблюдается достаточно хорошее их соответствие.

Авторы благодарны доц. Жабитенко Н.К. за его внимание и ценные советы, которые стали основой для выполнения данной работы.

Работа выполнена при частичной поддержке Украинского Научно Технологического Центра ( УНТЦ ).

**Abstract.** The features of process of elastic wave photoacoustics excitation were experimentally and theoretically investigated in low dimensional (bars) systems under harmonic modulation of laser radiation.

### Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц У.М., Теория упругости. – М.: Наука, 1965. – 204 с.
2. Тимошенко С.П. Курс теории упругости. – Киев: Наукова думка. – 1972. – 501 с.
3. Зеленка И. Пьезоэлектрические резонаторы на объемных и поверхностных акустических волнах. – М.: Мир. – 1990. – 584с.
4. Ультразвуковые преобразователи. Под ред. Е.Кичуци. – М.: Мир, 1972. – 425 с.
5. Булах Г.И., Бурбело Р.М., Гуляев А.Л., Жабитенко Н.К., Кучеров И.Я. Собственные моды колебаний пьезодатчика фотоакустического микроскопа и их вклад в позиционную чувствительность // ЖТФ. – 1992. – 62, вып.10. – С.86-93.
6. Физическая акустика. Под ред У.Мэзона. – М.: Мир, 1966. – Т. 1, часть А. – 592 с.

Киевский национальный университет  
имени Тараса Шевченко

Поступило