Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, №6(39), **1**, 2006

УДК 06; 07; 12

Кинетика решеток пространственного заряда в фоторефрактивных кристаллах при наличии внешнего электрического поля

Н. А. Гусак

В работе Н.В. Кухтарева [1] впервые теоретически показано, что заряд решетки, возбуждаемой неоднородным распределением освещенности в фоторефрактивном кристалле при наличии внешнего постоянного электрического поля, в процессе перехода к стационарному состоянию совершает ещё и временные колебания.. В работе [2] приведено уравнение второго порядка для электрического поля заряда решетки, содержащее чисто мнимое слагаемое, и даны его частные решения, являющиеся, при этом, комплексными.

В работе [2] также дано общее решение полученного уравнения, которое, как утверждается, и определяет кинетику заряда в зависимости от начального условия. Однако предложенное там выражение для электрического поля заряда решетки, на наш взгляд, не годится для такой цели. Дело в том, что это выражение является комплексным, а электрическое поле суть величина действительная.

Мы сочли необходимым найти адекватное описание эффекта, обнаруженного в работе [1]. Это было важно сделать, поскольку заблуждение автора работы [2] не получило критической оценки в известном обзоре работ по кинетическим процессам в фоторефрактивных кристаллах [3].

В данной работе показано, что исходная система уравнений кроме решений, учитывавшихся ранее, имеет ещё и другие решения. Только вся совокупность частных решений, состоящая не из двух, а из четырех решений, позволяет получить действительное общее решение задачи о кинетике решеток, удовлетворяющее начальному условию и имеющее ясный физический смысл.

Пусть внешнее постоянное электрическое поле с напряженностью E_0 направлено вдоль некоторой оси z фоторефрактивного кристалла. Пусть, далее, в момент времени $t = 0$ в кристалле создается стоячая световая волна, интенсивность которой дается выражением

$$I(z) = I_0 [1 + m \cos(kz)], \tag{1}$$

где I_0 – среднее значение интенсивности, m – коэффициент модуляции и k – волновое число.

Неоднородное освещение вызывает модуляцию в зоне проводимости кристалла концентрации N_e свободных носителей, которую можно задать функцией

$$N_e = N_{e0} [1 + m_1 \cos(kz)]. \tag{2}$$

Здесь m_1 – зависящий от времени коэффициент модуляции концентрации электронов, а N_{e0} – среднее значение N_e..

Появление в кристалле распределения (2) вполне понятно. Однако при наличии внешнего электрического поля необходимо ввести в рассмотрение ещё одно распределение

$$N_e = N_{e0} [1 + m_2 \sin(kz)], \tag{3}$$

где m_2 – коэффициент модуляции концентрации электронов для второй решетки со своей зависимостью от времени. Такое распределение непосредственно не связано с распределением (1). Оно возникает в кристалле опосредованно.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Теоретической основой для исследования кинетических процессов в фоторефрактивных кристаллах является так называемая кухтаревская система уравнений, включающая в себя уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\mathbf{J} = 0, \tag{4}$$

уравнение Пуассона

$$div\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon} \ , \tag{5}$$

выражение для плотности тока

$$\mathbf{J} = e\,\mu\, N_e \mathbf{E} + \mu\, k_B T \nabla N_e \tag{6}$$

и кинетическое уравнение

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = (\beta + SI)(N - N^+) - \gamma N^+ N_e, \tag{7}$$

где ρ – плотность заряда, $\mathbf{E}$ и ∇N_e – векторы напряженности электрического поля и градиента концентрации электронов, ε –диэлектрическая проницаемость среды, μ – подвижность электронов, ε_0 – электрическая постоянная, k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура среды, e – элементарный заряд, β – вероятность тепловой генерации свободных электронов, S – сечение оптического поглощения и γ – коэффициент рекомбинации. Здесь используется модель кристалла донорного типа, концентрации незаряженных и заряженных фоторефрактивных центров которого обозначены через N и N^+, соответственно.

При не очень высоких значениях интенсивности света, когда можно положить $N^+ = N_c$ [4] (N_c – концентрация неактивных акцепторов), на основании (2) – (7) имеем

$$\dot{m}_1 = B - \frac{m_1}{\tau_r} + \frac{m_3}{\tau_M} - \frac{1}{\tau_D}(m_1 - cm_2), \tag{8}$$

$$\dot{m}_2 = -\frac{m_2}{\tau_r} + \frac{m_4}{\tau_M} - \frac{1}{\tau_D}(cm_1 + m_2), \tag{9}$$

$$\dot{m}_3 = -\frac{m_3}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_D}(m_1 - cm_2), \tag{10}$$

$$\dot{m}_4 = -\frac{m_4}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_D}(cm_1 + m_2). \tag{11}$$

где введены обозначения $\dot{m}_1 = \frac{\partial m_1}{\partial t}$, $m_3 = \frac{\rho_3^{(0)}}{eN_{eo}}$ и т.д., причем $\rho_3^{(0)}$ и $\rho_4^{(0)}$ – амплитудные значения плотности заряда решеток, а τ_r – время рекомбинации, $\tau_м$ – время максвелловской релаксации, τ_D – диффузионное время

$$\tau_r = \frac{1}{\gamma N_c},\ \tau_м = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{e\mu N_{e0}},\ \tau_D = \frac{e}{\mu k_B T k^2},\ ф,\ c = \frac{eE_0}{k_B T k}.$$

Непосредственно видно, что в стационарных условиях ($\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_3 = \dot{m}_4 = 0$) эти уравнения дают

$$m_1^c = \tau_r B,\ m_2^c = 0,\ m_3^c = \frac{\tau_M \tau_r}{\tau_D} B,\ m_4^c = c\,\frac{\tau_M \tau_r}{\tau_D} B. \tag{12}$$

Для нахождения решений полученных уравнений удобно перейти к уравнениям, каждое из которых содержит только одну переменную. Они имеют следующий вид:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

$$\ddddot{m}_p + \frac{2}{\tau_c}\dddot{m}_p + \left(\frac{1}{\tau_c^2} + \frac{2}{\tau_M \tau_r} + \frac{c^2}{\tau_D^2}\right)\ddot{m}_p + \frac{2}{\tau_c \tau_M \tau_r}\dot{m}_p + \left(\frac{1}{\tau_M \tau_r}\right)^2 m_p = C_p, \qquad (13)$$

где

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_D},$$

а $p = 1,2,3,4$, причем $C_1 = \frac{B}{\tau_M^2 \tau_r}$, $C_2 = 0$, $C_3 = \frac{B}{\tau_r \tau_M \tau_D}$ и $C_4 = \frac{cB}{\tau_r \tau_M \tau_D}$.

Если решения уравнений (13) искать в виде

$$m_p = A \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + m_p^c, \qquad (14)$$

где A – произвольная постоянная, то для неизвестной величины τ получаются два уравнения

$$\frac{1}{\tau^2} - \left(\frac{1}{\tau_c} \pm i\frac{c}{\tau_D}\right)\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_r \tau_M} = 0, \qquad (15)$$

имеющие в совокупности четыре разных корня

$$\frac{1}{\tau_{1,2,3,4}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_c} \pm i\frac{c}{\tau_D}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau_c} \pm i\frac{c}{\tau_D}\right)^2 - \frac{1}{\tau_r \tau_M}}, \qquad (16)$$

два из которых были найдены ранее в работе [2].

Согласно (14), (16) и (12) решения уравнений (13), удовлетворяющие нулевым начальным условиям, можно записать в виде

$$m_p = m_p^c\left\{1 - \sum_{\ell=1}^{4} a_{p\ell}\exp\left(-\frac{t}{\tau_\ell}\right)\right\}, \quad m_2 = \sum_{\ell=1}^{4} a_{2\ell}\exp\left(-\frac{t}{\tau_\ell}\right), \qquad (17)$$

где $a_{p\ell}$ и $a_{2\ell}$ – некоторые постоянные, первый значок у которых указывает на номер решетки (здесь $p = 1,3,4$), а второй – на номер корня. Они должны удовлетворять соотношениям

$$\sum_{\ell=1}^{4} a_{p\ell} = 1, \quad \sum_{\ell=1}^{4} a_{2\ell} = 0. \qquad (18)$$

Для нахождения явного вида постоянных $a_{p\ell}$ к этим соотношениям нужно еще добавить соотношения между постоянными с разными p, которые получаются после подстановки функций (17) в исходные уравнения (8) – (11). Они имеют вид

$$a_{1\ell} = \frac{a_{3\ell}}{1+ic}\left(1 - \frac{\tau_M}{\tau_\ell}\right), \quad a_{2\ell} = im_1^c a_{1\ell}, \quad a_{4\ell} = -\frac{i}{c}a_{3\ell}. \qquad (19)$$

Все функции (17) по своему физическому смыслу должны быть действительными, а не комплексными. Поэтому важно отметить существенное свойство корней (16). Примем для определенности, что при знаке (+) перед радикалом в (16) вычисляются τ_1 и τ_3. Эти корни являются комплексно сопряженными $\tau_3 = \tau_1^*$. Корни же τ_2 и τ_4 тогда определяются знаком (-) перед радикалом. Они также комплексно сопряженные $\tau_4 = \tau_2^*$. В соответствии со свойствами корней τ_ℓ постоянные $a_{p\ell}$ должны удовлетворять требованию

$$a_{p3} = a_{p1}^*, \quad a_{p4} = a_{p2}^*. \quad (p = 1,2,3,4) \qquad (20)$$

Можно показать, что с учетом равенств (19) соотношения (18) выполняются при соблюдении следующих условий:

$$a'_{31} + a'_{32} = \frac{1}{2}, \qquad (21)$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

$$\frac{a'_{31}}{\tau'_1}+\frac{a'_{32}}{\tau'_2}=\frac{a''_{31}}{\tau''_1}+\frac{a''_{32}}{\tau''_2}, \qquad (22)$$

$$a''_{31}+a''_{32}=\frac{c}{2}, \qquad (23)$$

$$\frac{a''_{31}}{\tau'_1}+\frac{a''_{32}}{\tau'_2}+\frac{a'_{31}}{\tau''_1}+\frac{a'_{32}}{\tau''_2}=0, \qquad (24)$$

где a'_{31}, a'_{32} и a''_{31}, a''_{32}, соответственно, действительные и мнимые части постоянных $a_{31}=a'_{31}+ia''_{31}$, $a_{32}=a'_{32}+ia''_{32}$, а τ'_1, τ'_2 и τ''_1, τ''_2 – аналогичные величины комплексных корней τ_1 и τ_2. Эта система имеет единственное решение. Остальные 28 величин вычисляются в соответствии с равенствами (19) и (20).

Мы не будем здесь приводить явный вид функций m_p. Отметим лишь некоторые их характерные особенности. Оказывается, в не слишком сильном электрическом поле начальная стадия застройки двух решеток свободных носителей осуществляется линейно со временем t. При этом скорость застройки для них оказывается различной. Если для первой решетки эта скорость не зависит от поля, то для второй решетки она пропорциональна величине поля. Характерной особенностью обеих решеток заряда является их медленная застройка на начальной стадии, выражающаяся квадратичной зависимостью от времени. Эти результаты полностью согласуются с соответствующими результатами, полученными в [5,6] для случая отсутствия внешнего поля.

Автор благодарен Н.С. Петрову за ценные замечания и обсуждение результатов работы.

Abstract. Correct describing of building-up of charge gratings excited by the quiet light pattern in the photorefractive crystal at presence of external electrical field is given. It is shown that the process is set forth by the equation of fourth degree. The particular solutions of equation are found and the general solution satisfying to the initial condition is built.

Литература

1. Кухтарев Н.В. // Письма в ЖТФ, **2**, Вып. 24 (1976), 1114–1118.
2. Valley G.C. // IEEE J. Quant. Elect. 1983. QE-19, № 11, 1637–1645.
3. Buse K. // Appl. Physics B., **74** (1997), 273–291.
4. Гусак Н.А., Петров Н.С. // ЖТФ, **71**, Вып. 5. (2001), 131–133.
5. Гусак Н.А. // ЖТФ, **76**. Вып. 2 (2006), 96–101.
6. Гусак Н.А. //Доклады НАН Беларуси, **50,** № 1 (2006), 44–49

Институт повышения квалификации и
переподготовки кадров по новым
направлениям развития техники,
технологии и экономики БНТУ

Поступило __.__.__

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ