

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 535.36

ПРОДОЛЬНЫЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА  
КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, РАССЕЯННОГО  
ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

С. М. Козел и Г. Р. Локшин

Рассматривается продольная корреляционная функция дифракционной картины, возникающей при рассеянии когерентного излучения на диффузной поверхности. Благодаря высокой степени направленности диаграмм излучения лазера обычно реализуются условия, при которых ограниченность размеров освещенного участка рассеивающей поверхности существенным образом влияет на статистику рассеянного излучения. Полученные выражения для продольной корреляционной функции и продольного радиуса корреляции отличаются при этом от соответствующих формул, описывающих рассеяние радио- и акустических волн на неограниченной площадке [1, 2]. Приводится фотография продольного разреза индикаторы рассеяния, качественно подтверждающая проведенный анализ.

Продольная корреляционная функция

$$B_{\Psi} = \langle \Psi(P_1) \Psi^*(P_2) \rangle - \langle \Psi(P_1) \rangle \langle \Psi^*(P_2) \rangle$$

описывает статистическую связь значений рассеянного поля в двух точках наблюдения  $P_1$  и  $P_2$ , находящихся на одном радиус-векторе  $R$ , проведенном из центра освещенной площадки  $D$  в среднюю точку  $P$  (рис. 1). При расчете функции  $B_{\Psi}$  будем исходить из выражения для рассеянного поля  $\Psi(P)$ , полученного в [3]

$$\Psi(P) = -\frac{i\eta}{4\pi R} e^{-ik(R_0+R)} \times$$

$$\times \int E(\mathbf{u}) e^{ik\alpha_m} [S(\mathbf{u}), \mathbf{q}] e^{iq_3 S(\mathbf{u})} d^2 \mathbf{u}, \quad (1)$$

где  $E(\mathbf{u})$  — функция, описывающая распределение амплитуды поля, падающего на рассеивающую поверхность  $D$  (ширина этой функции зависит от диаграммы излучения лазера и определяет размер освещенной площадки  $D$ );  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\eta$  — френелевский коэффициент отражения,  $R_0$  — радиус кривизны падающего волнового фронта. Входящая в выражение (1) функция  $m$  зависит от локальных углов наклона неровной поверхности

$$m[S(\mathbf{u}), \mathbf{q}] = (\mathbf{n}\mathbf{q}) = \frac{\partial S}{\partial u_1} q_1 + \frac{\partial S}{\partial u_2} q_2 - q_3,$$

где  $\mathbf{n}$  — нормаль в данной точке поверхности,  $\mathbf{q}(q_1, q_2, q_3)$  — вектор рассеяния,  $S(\mathbf{u})$  — функция, описывающая форму неровной поверхности. Показатель экспоненты  $k\alpha$  во френелевском приближении есть

$$k\alpha = \frac{1}{2} \frac{k\mathbf{u}^2}{R_0} - \mathbf{u} \cdot \mathbf{q}_\perp, \quad \frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R}; \quad \mathbf{q}_\perp(q_1, q_2, 0).$$

Интегрирование в (1) проводится по координатам подстилающей плоскости  $\mathbf{u}(u_1, u_2)$ .

Как показано в [3], при выполнении условия

$$\frac{\sigma_s D}{\lambda R_0} \ll 1 \quad (2)$$

( $\sigma_s$  — среднеквадратичная высота неровностей) проекция вектора рассеяния  $q_3$  на нормаль к подстилающей плоскости есть константа не зависящая от  $u$ . Условие (2) обычно выполняется в условиях эксперимента с использованием лазерного излучения даже для грубых поверхностей, глубина неровностей которых значительно превосходит  $\lambda$ . Это определяется высокой направленностью излучения лазеров: отношение  $D/R_3$  по порядку величины равно угловой расходности пучка (для  $R_0 \approx R$ ). Даже в отсутствие фокусирующих систем  $D/R_3 \ll 10^{-3}$  и, следовательно, условие (2) будет хорошо выполнятся для поверхностей, у которых глубина неровностей на один-два порядка превосходит длину волн.

Для  $B_\Psi$  получаем, используя (1),

$$B_\Psi = \frac{\eta^2}{16\pi^2 R^2} e^{-ik(R_1-R_2)} \int \int E(u') E(u'') T(u', u'') e^{-ik[\alpha_1(u') - \alpha_2(u'')] d^2 u' d^2 u''},$$

здесь  $T = q_3^2 [f_{2s} - f_{1s}] - \frac{1}{q_3^2} (\nabla q_\perp)^2 f_{2s}$ ,  $f_{2s}$  и  $f_{1s}$  — двухмерная и одномерная характеристические функции гауссовой случайной поверхности  $S(u)$ .

Переходя к переменным  $\rho$  и  $u$  по формулам

$$\rho = u'' - u',$$

$$u = \frac{1}{2} (u'' + u'),$$

а также учитывая, что

$$q_{\perp 1} = q_{\perp 2} = q_\perp \quad \text{и} \quad R = \frac{1}{2} (R_1 + R_2),$$

получим для показателя экспоненты  $k [\alpha_1(u') - \alpha_2(u'')]$ ,

$$k [\alpha_1(u') - \alpha_2(u'')] = \rho q_\perp + \frac{1}{2} k \frac{\xi u^2}{R^2} - k \frac{\rho u}{R_3} - \frac{1}{8} k \frac{\xi \rho^2}{R^2} \quad (3)$$

(предполагается, что  $\xi = R_2 - R_1 \ll R$ ).

Легко показать, что функция  $T(\rho)$  существенно отлична от нуля лишь для значений  $|\rho| \leq a$ , где  $a \approx l$ , если  $q_3 \sigma_s \ll 1$  и  $a \approx l/q_3 \sigma_s$  в случае  $q_3 \sigma_s \gg 1$ , где  $l$  — радиус корреляции неровностей поверхности. Следовательно, последнее слагаемое в (3) может быть отброшено при условии  $a^2 \ll \lambda R$ . Если, кроме того,  $D \gg a$ , то для  $B_\Psi$  получим

$$B_\Psi(\xi) = \left( \frac{\eta}{4\pi R} \right)^2 e^{ik\xi} \int \int E^2(u) M(u) e^{i \frac{1}{2} k \frac{\xi u^2}{R^2}} d^2 u, \quad (4)$$

где

$$M(u) = \int T(\rho) e^{i \left[ q_\perp - \frac{k u^2}{R_3} \right] \rho} d^2 \rho. \quad (5)$$

Функция  $M(u)$  существенно отлична от нуля лишь для значений  $|u| \leq R_3/ka$  (для направлений наблюдения, не слишком далеких от зеркального). Таким образом, функция  $E^2(u) M(u)$  отлична от нуля при  $|u| \leq R_3/ka$ , если  $aD/\lambda R_3 > 1$ ; радиус корреляции  $\xi_0$  в этом случае равен

$$\xi_0 \approx \left( \frac{R_0 + R}{R_0} \right)^2 ka^2.$$

Аналогичный результат получен в [1, 2], где рассматривается рассеяние радиодиапазона на неограниченной шероховатой поверхности. В оптическом диапазоне существенным оказывается ограниченный размер рассеивающей плоскости. При использовании высоко направленного излучения лазера обычно выполняется неравенство

$$\frac{aD}{\lambda R_3} \ll 1. \quad (6)$$

В этом случае в (3) может быть отброшен член  $k(\rho' u'/R_3)$ . При этом для  $B_\Psi$  получим

$$B_\Psi = \left( \frac{\eta}{4\pi R} \right)^2 e^{ik\xi} \int T(\rho) e^{iq_\perp \rho} d^2 \rho \int E^2(u) e^{i \frac{1}{2} k (\xi u^2 / R^2)} d^2 u. \quad (7)$$

Рассеянное поле  $\Psi(P)$ , описываемое выражением (1) при условии (2), имеет нормальный закон распределения [4]. Продольная корреляционная функция интенсивности  $I = \Psi \Psi^*$

$$B_I = \langle I(P_1) I(P_2) \rangle - \langle I(P_1) \rangle \langle I(P_2) \rangle$$

связана в этом случае с  $B_\Psi$  известным соотношением

$$B_I = 2 |B_\Psi|^2.$$

Из (7) находим

$$B_I(\xi) = 2 \left( \frac{\eta}{4\pi R} \right)^4 \left| \int T(\rho) e^{i\mathbf{q}_\perp \cdot \rho} d^2\rho \right|^2 \left| \int E^2(\mathbf{u}) e^{-ik \frac{\xi \mathbf{u}^2}{2R^2}} d^2\mathbf{u} \right|^2. \quad (8)$$

Первый сомножитель  $\left| \int T(\rho) e^{i\mathbf{q}_\perp \cdot \rho} d^2\rho \right|^2$  определяется статистическими свойствами рассеивающей поверхности — он обуславливает ширину и форму огибающей индикатрисы рассеяния. Корреляционная связь значений интенсивности в двух точках  $P_1$  и  $P_2$ , расположенных на данном радиусе  $R$ , определяется вторым сомножителем, который является преобразованием Френеля освещенности  $E^2(\mathbf{u})$  рассеивающей поверхности. Радиус корреляции  $\xi_0$  (величину  $\xi$ , приводящую к существенному изменению  $B_I(\xi)$  можно интерпретировать как характерную длину лепестков индикатрисы рассеяния).

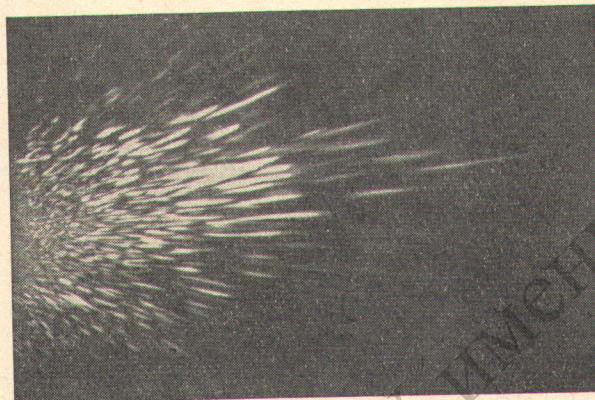


Рис. 2.

Рассмотрим в качестве примера прямоугольное распределение освещенности на рассеивающей поверхности  $E^2(\mathbf{u}) = E_0^2$  при  $|\mathbf{u}| < D/2$  и  $E^2(\mathbf{u}) = 0$  вне интервала  $[-D/2, D/2]$ . При этом

$$F_E(\xi) = \left| \int E^2(\mathbf{u}) e^{-ik \frac{\xi \mathbf{u}^2}{2R^2}} d^2\mathbf{u} \right|^2 = E_0^2 \left| \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} e^{-ik \frac{\xi u^2}{2R^2}} du \right|^2.$$

После замены переменной  $\left(\frac{2\xi}{\lambda R}\right)u^2 = v^2$  последний интеграл записывается в виде

$$F_E(\xi) = \frac{\lambda R^2}{2\xi} \left| \int_{v_1}^{v_2} e^{-\frac{1}{2} i \pi v^2} dv \right|^2 = \frac{\lambda R^2}{2\xi} (C_F^2 + S_F^2),$$

где  $v_2 = -v_1 = \frac{1}{\sqrt{2} p} (\xi/R)^{1/2}$ ,  $C_F$  и  $S_F$  — интегралы Френеля,  $p = \sqrt{\lambda R}/D$  — волновой параметр. Функция  $F_E$  описывает распределение интенсивности при дифракции Френеля ( $p < 1$ ) на щели ширины  $D$ . Количественно характер зависимости  $F_E$  от

$v = v_2 - v_1 = \frac{\sqrt{2}}{p} (\xi/R)^{1/2}$  можно получить с помощью таблиц интегралов Френеля или графически с помощью спирали Корни. Грубая оценка продольного радиуса корреляции может быть сделана, если провести аналогию с френелевской дифракцией на щели. Величина  $v$ , соответствующая переходу из максимума дифракционной картины в минимум, есть [5]  $v = \sqrt{2}$ , откуда для радиуса корреляции получаем

$$\xi_0/R = p^2. \quad (9)$$

Поскольку при выводе формулы (8) использовалось неравенство  $(\xi/R)^2 \ll 1$ , ясно из последнего выражения, что оно справедливо только в ближней зоне ( $p < 1$ ).

С ростом  $p$  продольный радиус корреляции увеличивается (лепестки диаграммы рассеяния удлиняются) и в дальней зоне ( $p \gg 1$ ) он, очевидно, равен бесконечности, так как фазовые соотношения для заданного направления не зависят в этом случае от расстояния до точки наблюдения. Фотография, представленная на рис. 2, иллюстрирует изменение продольной корреляции (длины лепестков индикатрисы рассеяния) при изменении расстояния до рассеивающей поверхности.

При получении фотографии фотопластина располагалась под углом около  $1^\circ$  к плоскости падения. Размер освещенной области на рассеивающей поверхности (дюраль) был порядка  $10^{-3}$  см. Условие (6) в этом эксперименте выполняется на расстояниях порядка и больше 1 см. Следует отметить, что фотография рис. 2 иллюстрирует зависимость от расстояния до рассеивающей поверхности как продольной, так и поперечной корреляции.

В заключение авторы выражают признательность И. П. Мазанько за полезные обсуждения и интерес, проявленный к работе, а также Е. П. Кузнецовой за оказанную помощь.

### Литература

- [1] С. М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику. Изд. «Наука», М., 1966.
- [2] Ю. А. Кравцов, И. М. Фукс, А. Б. Шмелев. Изв. вузов, радиофизика, 1971.
- [3] С. М. Козел, Г. Р. Локшин. Опт. и спектр., 31, 476, 1971.
- [4] R. Beckman, A. Spizzichina. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces. Pergamon Press. New York, 1963.
- [5] Г. С. Горелик. Колебания и волны. Физматгиз, 1959.

Поступило в Редакцию 29 марта 1971 г.

УДК 621.317.794

## ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ РЕГИСТРАТОРОВ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ НЕАДИАБАТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ ЗАСВЕТКИ

Е. А. Пордпальный и В. А. Фабриков

Особенностью тонкопленочных (в частности, магнитных [1-7]) регистраторов оптического излучения, работающих на тепловом принципе действия, является существенная зависимость их чувствительности от длительности регистрируемого импульса. Эта зависимость исключается лишь при адабатическом режиме засветки, реализуемом при длительностях импульса излучения, много меньших времени релаксации температурного поля пленки [8]. В реальных условиях регистрации быстро протекающих процессов, однако, условия адабатического режима засветки могут не выполняться. Поэтому представляет интерес оценка чувствительности тонкопленочных регистраторов при произвольной длительности регистрируемых импульсов излучения. Чувствительность определяется наклоном энергетической характеристики пленки  $\Delta T(E)$  (локальное повышение температуры  $\Delta T$  в зависимости от плотности энергии засветки  $E$ ) в ее начальном участке. Задача заключается в том, чтобы рассчитать эту характеристику.

Вычисление  $\Delta T$  будем проводить для следующей расчетной модели: размеры элемента записываемого изображения велики по сравнению с толщиной  $h$  пленки, что позволяет пренебречь процессами диффузии тепла в плоскости пленки; коэффициент температуропроводности пленки равен соответствующему коэффициенту  $a_2^2$  материала подложки; источники тепла  $f(z, t)$  распределены равномерно по толщине пленки — этим условием компенсируется некоторое завышение теплового сопротивления пленки в направлении нормали  $z$  к ее плоскости, связанное с предыдущим допущением. При расчете пренебрежем процессом теплообмена пленки с окружающей средой в соответствии с результатами исследования, проведенного в работе [8]. Толщину подложки, намного превышающую толщину пленки, для простоты расчета будем полагать бесконечной.

Изменение температуры в различных слоях подложки с течением времени  $\Delta T(z, t)$  удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial t} - a_2^2 \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial z^2} = \frac{1}{c_1 \gamma_1} f(z, t), \quad (1)$$

граничному условию

$$\frac{\partial}{\partial z} \Delta T (z = 0, t) = 0 \quad (2)$$