Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, №6(39), **2**, 2006

УДК: 539.12

Релятивистский потенциал системы кварк-антикварк

В. В. Андреев, А. А. Ючко

В работе предложена методика расчета потенциалов взаимодействия в импульсном пространстве, основанная на точном вычислении лоренц-структур амплитуд взаимодействия. Расчет произведен с учетом аномальных хромодинамических моментов кварков.

1. Кварк-антикварковая система в релятивистской гамильтоновой динамике (РГД)

В пуанкаре-ковариантной кварковой модели “создание” релятивистской связанной системы начинают с построения двухчастичной системы кварков с импульсами $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ и массами m_q и m_Q, которая описывается с использованием унитарных представлений группы Пуанкаре [1]-[4]. Затем вводят взаимодействие $\hat{V}$ таким образом, чтобы выполнялось требование пуанкаре-инвариантности для системы взаимодействующих частиц, реализуемое в виде алгебры Пуанкаре на множестве динамических наблюдаемых системы.

Для разделения относительного движения и движения центра инерции импульсы кварков $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ можно преобразовать к общему импульсу $\mathbf{P}$ и относительному импульсу $\mathbf{k}$

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 , \qquad \mathbf{k} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2\right) + \frac{\mathbf{P}}{M_0}\left(\frac{m_Q^2 - m_q^2 - M_0\left[\omega_{m_Q}\left(p_2\right) - \omega_{m_q}\left(p_1\right)\right]}{\omega_{M_0}\left(P\right) + M_0}\right), \tag{1}$$

где $M_0 = \omega_{m_q}\left(k\right) + \omega_{m_Q}\left(k\right)$, $\left(k = \left|\mathbf{k}\right|\right)$ – инвариантная масса двух невзаимодействующих кварков с функцией $\omega_m\left(p\right) = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$.

Волновая функция связанной системы спинорных кварков в РГД удовлетворяет в общем случае трехмерному интегральному уравнению [7]:

$$\sum_{\lambda_1,\lambda_2} \int < \mathbf{k}, \sigma_1, \sigma_2 \,|\, \hat{V} \,|\, \mathbf{k}', \lambda_1, \lambda_2 > \Psi^{J\mu}_{\mathbf{Q};\lambda_1\lambda_2}\left(\mathbf{k}'\right) d\mathbf{k}' = \left(M_{meson} - M_0\right)\Psi^{J\mu}_{\mathbf{Q};\sigma_1\sigma_2}\left(\mathbf{k}\right) \tag{2}$$

с редуцированным матричным элементом и собственными значениями M_{meson}.

Для получения одномерного радиального уравнения используем разложение Клебша-Гордана группы Пуанкаре. Вычисление ядра выполним в два этапа, так как для аналитического расчета ядра удобно использовать спиральные состояния кварков, а для классификации связанных состояний используют орбитальный момент L, полный спин S и полный момент количества движения J. На первом этапе, в системе центра инерции (СЦИ) $\mathbf{Q} = 0$, построим состояние с квантовыми числами J, μ и со спиральностями кварков λ_1, λ_2, которые формируют базис неприводимого двухчастичного пространства группы Пуанкаре – $\left|\mathbf{Q} = 0, J, \mu, k, \lambda_1, \lambda_2\right\rangle$. На втором этапе с помощью коэффициентов Клебша-Гордана группы вращений $C^{1/2\ 1/2\ S}_{\lambda_1\ -\lambda_2\ \lambda}$ и $C^{L\,S\,J}_{0\,\lambda\,\lambda}$, получим базис состояний с квантовыми числами J, μ, L, S:

$$\left|k, J, \mu, L, S\right\rangle = \sum_{\lambda_1,\lambda_2} \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}}\, C^{1/2\ 1/2\ S}_{\lambda_1\ -\lambda_2\ \lambda}\, C^{L\,S\,J}_{0\,\lambda\,\lambda} \left|k, J, \mu, \lambda_1, \lambda_2\right\rangle . \tag{3}$$

Радиальное уравнение для двухчастичного связанного состояния в СЦИ имеет вид

$$\sum_{L',S'} \int_0^\infty V^J_{L,S;L',S'}\left(k, k'\right) \Psi^{J\mu}_{L',S'}\left(k'\right) k'^2 dk' = \left(M_{meson} - M_0\right)\Psi^{J\mu}_{L,S}\left(k\right), \tag{4}$$

где $V^J_{L',S',L,S}\left(k', k\right) = < k', J, \mu, L', S' \,|\, \hat{V} \,|\, k, J, \mu, L, S >$ определяется соотношением:

$$V^{J}_{L^{'},S^{'};L,S}\left(k^{'},k\right)=\frac{\sqrt{\left(2L+1\right)\left(2L^{'}+1\right)}}{2J+1}\sum_{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_1^{'},\lambda_2^{'}} C^{1/2\ 1/2\ S}_{\lambda_1\ -\lambda_2\ \lambda}\, C^{L\ S\ J}_{0\ \lambda\ \lambda} C^{1/2\ 1/2\ S^{'}}_{\lambda_1^{'}\ -\lambda_2^{'}\ \lambda^{'}}\, C^{L^{'}\ S^{'}\ J}_{0\ \lambda^{'}\ \lambda^{'}} V^{J}_{\lambda_1^{'},\lambda_2^{'};\lambda_1,\lambda_2}\left(k^{'},k\right)\ , \quad (5)$$

а матричный элемент $V^{J}_{\lambda_1^{'},\lambda_2^{'};\lambda_1,\lambda_2}\left(k^{'},k\right)$ получается посредством вычисления интеграла

$$V^{J}_{\lambda_1^{'},\lambda_2^{'};\lambda_1,\lambda_2}\left(k^{'},k\right)=\int_{-1}^{1} d\left(\cos\beta\right)\int_{0}^{2\pi} d\varphi\, D^{J}_{\lambda,\lambda^{'}}\left(\varphi,\beta,-\varphi\right)\left\langle \mathbf{k}^{'},\lambda_1^{'},\lambda_2^{'}\left|\hat{V}\right|\mathbf{k},\lambda_1,\lambda_2\right\rangle\ , \quad (6)$$

где $\lambda=\lambda_1-\lambda_2$ и $\cos\beta=\left(\mathbf{k}\mathbf{k}^{'}\right)/\left(\left|\mathbf{k}\right|\left|\mathbf{k}^{'}\right|\right)$. Функция $D^{J}_{\mu\,\lambda}\left(\varphi_k,\theta_k,-\varphi_k\right)$ задает матрицы неприводимого представления группы $SU\left(2\right)$ индекса J. Явный вид матрицы D^{J} определяется через сферические углы вектора относительного движения.

2. Процедура построения потенциала взаимодействия

С помощью КХД, находим пертурбативную (короткодействующую) часть потенциала посредством вычисления амплитуды упругого рассеяния T_{fi} для частиц составляющих связанную систему (детали этой процедуры можно найти, например, в [10]). Матричный элемент потенциала (5) выражается через амплитуду рассеяния T_{fi} посредством формулы [10]

$$<\mathbf{P},\mathbf{k},\sigma_1,\sigma_2\left|\hat{V}\right|\mathbf{P}^{'},\mathbf{k}^{'},\lambda_1,\lambda_2>=-\left(2\pi\right)^3\delta\left(\mathbf{P}^{'}-\mathbf{P}\right)T_{\mathrm{fi}}\,. \quad (7)$$

Такое вычисление, как правило, делают приближенно, применяя разложение по скоростям υ/c частиц системы. Далее рассчитывают потенциал в координатном пространстве $V(\mathbf{r})$, как преобразование Фурье вышеупомянутой амплитуды рассеяния, которое часто требует дополнительных допущений в связи с появлением расходимостей при вычислениях интегралов. В данном подходе, мы получим точное аналитическое выражение для радиального ядра уравнения релятивистской кварковой системы, тем самым существенно повысив точность последующих численных результатов.

В первом ненулевом порядке теории возмущений вклад в ядро уравнения (2) дает одноглюонный обмен кварк-антикварка. Этот вклад V_{pert} в СЦИ определяется выражением:

$$<\mathbf{k}^{'},\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}\left|\hat{V}_{pert}\right|\mathbf{k},\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}>=\frac{4\pi N_{k,k^{'}}}{\left(2\pi\right)^3}\frac{\alpha_s\left(q^2\right)}{3\,q^2}\bar{u}_{\lambda_{p_1}}\left(p_1\right)\gamma^{\mu}u_{\lambda_{k_1}}\left(k_1\right)\bar{\upsilon}_{\lambda_{k_2}}\left(k_2\right)\gamma_{\mu}\upsilon_{\lambda_{p_2}}\left(p_2\right)\ , \quad (8)$$

где $q=p_1-k_1=k_2-p_2$ – переданный импульс, α_s – постоянная взаимодействия в КХД, $N_{k,k^{'}}=1/\sqrt{\omega_{m_q}\left(k\right)\omega_{m_Q}\left(k\right)\omega_{m_q}\left(k^{'}\right)\omega_{m_Q}\left(k^{'}\right)}$, и

$$k_1=\left(\omega_{m_q}\left(k\right),\mathbf{k}\right),\ p_1=\left(\omega_{m_q}\left(k^{'}\right),\mathbf{k}^{'}\right),\ \ k_2=\left(\omega_{m_Q}\left(k\right),-\mathbf{k}\right),\ p_2=\left(\omega_{m_Q}\left(k^{'}\right),-\mathbf{k}^{'}\right). \quad (9)$$

Получение дальнодействующей (запирающей) составляющей межкваркового потенциала можно провести исходя из анализа лоренц-структуры потенциала и экспериментальных данных по спектру масс мезонов. Анализ приводит к тому, что непертурбативная часть межкваркового потенциала, определяется как сумма векторной ($\sim K_V\left(q^2\right)$) и скалярной ($\sim K_S(q^2)$) запирающих частей:

$$<\mathbf{k}^{'},\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}\left|\hat{V}_{conf}\right|\mathbf{k},\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}>=\frac{N_{k,k^{'}}}{4\left(2\pi\right)^3}\left[K_V\left(q^2\right)\bar{u}_{\lambda_{p_1}}\left(p_1\right)\left(\gamma_{\mu}+\frac{i\kappa_q}{2m_q}\sigma_{\mu\nu}\left(p_1-k_1\right)^{\nu}\right)u_{\lambda_{k_1}}\left(k_1\right)\times\right.$$
$$\left.\bar{\upsilon}_{\lambda_{k_2}}\left(k_2\right)\left(\gamma^{\mu}+\frac{i\kappa_Q}{2m_Q}\sigma^{\mu\nu}\left(k_2-p_2\right)_{\nu}\right)\upsilon_{\lambda_{p_2}}\left(p_2\right)+K_S\left(q^2\right)\bar{u}_{\lambda_{p_1}}\left(p_1\right)u_{\lambda_{k_1}}\left(k_1\right)\bar{\upsilon}_{\lambda_{k_2}}\left(k_2\right)\upsilon_{\lambda_{p_2}}\left(p_2\right)\right] ,\quad (10)$$

где функции $K_{V,S}\left(q^2\right)$ должны "обеспечить" запирание кварков в мезоне. Так же как и в [9], предположим, что кварки обладают аномальным хромодинамическим моментом κ.

3. Вычисление спинорной части межкваркового потенциала

Расчет $< k', J, \lambda_1', \lambda_2' | \hat{V} | k, J, \lambda_1, \lambda_2 >$ (6), посредством которого определяется ядро интегрального уравнения (4) проведем в два этапа. Сначала вычислим спинорную часть потенциала $\left\langle \mathbf{k}', \lambda_1', \lambda_2' | \hat{V} | \mathbf{k}, \lambda_1, \lambda_2 \right\rangle$, а затем проведем интегрирование по угловым переменным.

Спинорную часть уравнений (8),(10) рассчитаем с помощью метода базисных спиноров [11]. В данном подходе фермионная цепочка с оператором Q, который выражается через комбинацию матриц Дирака, может быть представлена в виде:

$$\begin{gathered}\bar{u}_{\lambda_p}\left(p, s_p\right) Q\, u_{\lambda_k}\left(k, s_k\right) = \sum_{\sigma,\rho=-1}^{1} \sum_{A,C=-1}^{1} \bar{u}_{\lambda_p}\left(p, s_p\right) u_{\sigma}\left(b_C\right) \times \\ \left\{\bar{u}_{-\sigma}\left(b_{-C}\right) Q\, u_{\rho}\left(b_A\right)\right\} \bar{u}_{-\rho}\left(b_{-A}\right) u_{\lambda_k}\left(k, s_k\right) = \sum_{\sigma,\rho=-1}^{1} \sum_{A,C=-1}^{1} \bar{s}^{(C)}_{\lambda_p,\sigma}(p)\, \Gamma^{C,A}_{\sigma,\rho}[Q]\, s^{(A)}_{\rho,\lambda_k}(k),\end{gathered} \tag{11}$$

где коэффициенты разложения по базисным спинорам для спиральных состояний определены посредством соотношений

$$s^{(A)}_{\rho,\lambda_k}(k) = \left(-2\,\lambda_k\right) D^{*1/2}_{A\,\rho/2,-\lambda_k}\left(\varphi_k, \theta_k, -\varphi_k\right) W_{m_k}\left(2\,\rho\,\lambda_k \cdot k\right) \tag{12}$$

$$W_{m_k}(\pm k) = \sqrt{\omega_{m_k}(k) \pm k}, \quad \omega^2_{m_k}(k) - |\mathbf{k}|^2 = m_k^2 \,. \tag{13}$$

Конструкция Γ

$$\Gamma^{C,A}_{\sigma,\rho}(Q) \equiv \bar{u}_{-\sigma}\left(b_{-C}\right) Q\, u_{\rho}\left(b_A\right), \tag{14}$$

вычисляется через 4-вектора b_A и $n_\lambda (A, \lambda = \pm 1)$ посредством соотношений [11]:

$$\begin{gathered}\gamma^{\mu} u_{\lambda}\left(b_A\right) = 2\, b_A^{\mu}\, u_{-\lambda}\left(b_{-A}\right) - 2\, A\, n^{\mu}_{-A\times\lambda}\, u_{-\lambda}\left(b_A\right), \\ \gamma_5\, u_{\rho}\left(b_A\right) = \rho\, u_{\rho}\left(b_A\right), \ \ \bar{u}_{\lambda}\left(b_C\right) u_{\rho}\left(b_A\right) = \delta_{\lambda,-\rho}\, \delta_{C,-A} \,.\end{gathered} \tag{15}$$

Векторы b_A и n_λ образуют изотропную тетраду пространства Минковского

$$b_A = 1/2\left(l_0 + A\, l_3\right), n_\lambda = 1/2\left(\lambda\, l_1 + i\, l_2\right), \ \ A, \lambda = \pm 1, \tag{16}$$

где 4-векторы $l_A\left(A = 0,1,2,3\right)$ определяют ортонормированный базис данного пространства с метрическим тензором g т.е. $\left(l_A l_B\right) = g_{AB}$. Заметим, что коэффициенты разложения строятся таким образом, чтобы закон преобразования двухчастичного состояния соответствовал группе Пуанкаре. Это дает возможность применить теорему Вигнера-Эккарта для матричных элементов, определяющих потенциал. В итоге, подинтегральная часть выражения (6) для пертурбативной части потенциала (8), после использования свойств D-функций запишется в виде, где для сокращения записи введены функции $\Upsilon^{\sigma,\, m_q}_{\lambda_1,\, \lambda_2}\left(k, k'\right)$ и $K^{\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}}(\beta)$:

$$\begin{gathered}D^{*\,J}_{\lambda_{k_1}-\lambda_{k_2}, \lambda_{p_1}-\lambda_{p_2}}\left(\varphi, \beta, -\varphi\right) \bar{u}_{\lambda_{p_1}}\left(p_1\right) \gamma^{\mu} u_{\lambda_{k_1}}\left(k_1\right) \bar{\upsilon}_{\lambda_{k_2}}\left(k_2\right) \gamma_{\mu} \upsilon_{\lambda_{p_2}}\left(p_2\right) = \\ 2[\delta_{\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}} K^{-\lambda_{k_1}, \lambda_{k_1}}_{\lambda_{p_1}, -\lambda_{p_2}}(\beta) \left(\sum_{\sigma=-1}^{1} \sigma \Upsilon^{\sigma,\, m_q}_{\lambda_{k_1},\, \lambda_{p_1}}\left(k, k'\right)\right)\left(\sum_{\sigma=-1}^{1} \sigma \Upsilon^{\sigma,\, m_Q}_{\lambda_{k_1},\, \lambda_{p_1}}\left(k, k'\right)\right) + \\ K^{\lambda_{k_1}, -\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1}, -\lambda_{p_2}}(\beta) \sum_{\sigma=-1}^{1} \Upsilon^{\sigma,\, m_q}_{\lambda_{k_1},\, \lambda_{p_1}}\left(k, k'\right) W_{m_Q}\left(2\sigma\lambda_{k_1} k\right) W_{m_Q}\left(8\sigma\lambda_{k_1}\lambda_{k_2}\lambda_{p_2} k'\right)],\end{gathered} \tag{17}$$

$$\Upsilon^{\sigma,\, m_q}_{\lambda_1,\, \lambda_2}\left(k, k'\right) = W_{m_q}\left(2\,\sigma\lambda_1 k\right) W_{m_q}\left(2\,\sigma\lambda_2 k'\right) \tag{18}$$

$$K^{\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}}(\beta) = \sum_{S=0}^{1} \sum_{L=|J-S|}^{J+S} \frac{(2L+1)}{(2J+1)}\, C^{1/2\ \ 1/2\ \ S}_{\lambda_{k_1}\ -\lambda_{k_2}\ \lambda}\, C^{1/2\ \ 1/2\ \ S}_{\lambda_{p_1}\ -\lambda_{p_2}\ \lambda'}\, C^{L\ S\ J}_{0\ \lambda\ \lambda}\, C^{L\ S\ J}_{0\ \lambda'\ \lambda'}\, P_L\left(\cos\beta\right). \tag{19}$$

Таким образом, нам удается разделить угловые переменные и переменные $k = |\mathbf{k}|, k' = |\mathbf{k}'|$. Аналогичную структуру имеют и другие компоненты межкваркового потенциала.

4. Релятивистский потенциал кварк-антикварковой системы.

С помощью соотношений (17) несложно найти ядро (6) в относительно общем виде. После вычисления спинорной части потенциала, остальная часть является функцией квадрата переданного импульса $\Phi\left(q^2\right)$. Квадрат переданного импульса можно привести к виду:

$$q^2=-2k\,k'\left(z-\cos\beta\right),\ z=\frac{\left(\omega_{m_q}\left(k\right)\omega_{m_q}\left(k'\right)-m_q^2\right)}{k\,k'}\geq 1, \tag{20}$$

поэтому для окончательного вычисления потенциала (6) необходимо найти интегралы вида

$$\Phi_L\left(k,k'\right)=\int\limits_{-1}^{1}d\left(\cos\beta\right)\Phi\left(q^2\right)P_L\left(\cos\beta\right), \tag{21}$$

которые определяют коэффициенты разложения функций $\Phi\left(q^2\right)$ по полиномам Лежандра.

Получаем, что релятивистский матричный элемент $V^J_{\lambda_1',\lambda_2';\lambda_1,\lambda_2}\left(k',k\right)$ есть сумма вида

$$V^J_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2};\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}\left(k',k\right)=V_I^J\left(k',k\right)+\frac{\kappa_q\kappa_Q}{4m_qm_Q}V_{II}^J\left(k',k\right)-\frac{\kappa_q\left(1-\kappa_Q\right)}{2\,m_q}V_{III}^J\left(k',k\right)$$
$$-\frac{\kappa_Q\left(1+\kappa_q\right)}{2m_Q}V_{IV}^J\left(k',k\right)+V_S^J\left(k',k\right), \tag{22}$$

где

$$V_I^J\left(k',k\right)=\frac{N_{k,k'}}{2\pi}[G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};\Phi\left(k',k\right))\sum_{\sigma=-1}^{1}\sigma\Upsilon^{\sigma,m_q}_{\lambda_{k_1},\lambda_{p_1}}\left(k,k'\right)\times$$
$$\delta_{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}\sum_{\sigma=-1}^{1}\sigma\Upsilon^{\sigma,m_Q}_{\lambda_{k_1},\lambda_{p_1}}\left(k,k'\right)+G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};\Phi\left(k',k\right))\times$$
$$\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma,m_q}_{\lambda_{k_1},\lambda_{p_1}}\left(k,k'\right)W_{m_Q}\left(2\sigma\lambda_{k_1}k\right)W_{m_Q}\left(8\sigma\lambda_{k_1}\lambda_{k_2}\lambda_{p_2}k'\right)] \tag{23}$$

объединяет пертурбативную часть потенциала и часть векторной части запирающего потенциала (так как они имеют общую структуру). Остальные слагаемые вычисляются так:

$$V_{II}^J\left(k',k\right)=-\frac{N_{k,k'}}{4\pi}\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma,m_q}_{-\lambda_{k_1},\lambda_{p_1}}\left(k,k'\right)\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma,m_Q}_{-\lambda_{k_2},\lambda_{p_2}}\left(k,k'\right)\times$$
$$\left\{\left[k^2+k'^2+\left(\omega_{m_q}\left(k\right)+\omega_{m_q}\left(k'\right)\right)\left(\omega_{m_Q}\left(k\right)+\omega_{m_Q}\left(k'\right)\right)\right]\times\right.$$
$$\left.G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};\Phi^V\left(k,k'\right))+2\,k\,k'\,G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};F^V\left(k,k'\right))\right\}, \tag{24}$$

$$V_{III}^J\left(k',k\right)=\frac{N_{k,k'}}{4\pi}\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma,m_q}_{-\lambda_{k_1},\lambda_{p_1}}\left(k,k'\right)\left\{\sum_{\sigma=-1}^{1}\sigma\Upsilon^{\sigma,m_Q}_{\lambda_{k_2},\lambda_{p_2}}\left(k,k'\right)\times\right.$$
$$\left(\frac{4}{3}k'\right)\left(\lambda_{p_2}G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};\Phi^V\left(k,k'\right))-\lambda_{k_2}G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{3}{2};\Phi^V\left(k',k\right))\right)+$$
$$2\lambda_{k_2}k'\,G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};F^V\left(k',k\right))\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma\,m_Q}_{\lambda_{k_2},\lambda_{p_2}}\left(k,k'\right)+G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};\Phi^V\left(k',k\right))\times$$
$$\left.\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma,m_Q}_{\lambda_{k_2},\lambda_{p_2}}\left(k,k'\right)\left(2\sigma\lambda_{k_2}k+\omega_{m_q}\left(k\right)+\omega_{m_q}\left(k'\right)\right)\right\}, \tag{25}$$

$$V_{IV}^J\left(k,k'\right)=-\frac{N_{k,k'}}{4\pi}\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma,m_Q}_{-\lambda_{k_2},\lambda_{p_2}}\left(k,k'\right)\left\{\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma,m_q}_{\lambda_{k_1},\lambda_{p_1}}\left(k,k'\right)\times\right.$$
$$\left(\frac{4}{3}k'\right)\left(\lambda_{p_1}G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};\Phi^V\left(k,k'\right))-\lambda_{k_1}G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{3}{2},\frac{1}{2};\Phi^V\left(k,k'\right))\right)+$$
$$\sum_{\sigma=-1}^{1}\left[\Upsilon^{\sigma,m_q}_{\lambda_{k_1},\lambda_{p_1}}\left(k,k'\right)\left(2\sigma\lambda_{k_1}\,k+\omega_{m_Q}\left(k\right)+\omega_{m_Q}\left(k'\right)\right)\right]G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};\Phi^V\left(k,k'\right))+$$
$$\left.2k'G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};F^V\left(k,k'\right))\sum_{\sigma=-1}^{1}\sigma\Upsilon^{\sigma,m_q}_{\lambda_{k_1},\lambda_{p_1}}\left(k,k'\right)\right\}, \tag{26}$$

Скалярная часть запирающего потенциала имеет вид:

$$V_S^J\left(k,k'\right)=-\frac{N_{k,k'}}{4\pi}G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}(J,\frac{1}{2},\frac{1}{2};\Phi^S\left(k,k'\right))\left(\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma,m_q}_{-\lambda_{k_1},\lambda_{p_1}}\left(k,k'\right)\right)\left(\sum_{\sigma=-1}^{1}\Upsilon^{\sigma,m_Q}_{-\lambda_{k_2},\lambda_{p_2}}\left(k,k'\right)\right). \tag{27}$$

В соотношениях (23)-(27) введены обозначения

$$G^{\lambda_{k_1},\lambda_{k_2}}_{\lambda_{p_1},\lambda_{p_2}}\left(J,s_1,s_2;\Phi\left(k',k\right)\right)=\sum_{S=|s_1-s_2|}^{s_1+s_2}\sum_{L=|J-S|}^{J+S}\frac{(2L+1)}{(2J+1)}\; C^{s_1\;\;s_2\;\;S}_{\lambda_{k_1}\;-\lambda_{k_2}\;\lambda}\, C^{s_1\;\;s_2\;\;S}_{\lambda_{p_1}\;-\lambda_{p_2}\;\lambda'} C^{L\,S\,J}_{0\,\lambda\,\lambda}\, C^{L\,S\,J}_{0\,\lambda'\,\lambda'}\Phi_L\left(k',k\right), \tag{28}$$

Функции $\Phi_L\left(k',k\right)$ определены следующим образом:

$$\Phi_L\left(k',k\right)=\left(\frac{4}{3}\Phi_L^{pert}\left(k',k\right)+\left(1+\kappa_q\right)\left(1-\kappa_Q\right)\Phi_L^V\left(k',k\right)\right), \tag{29}$$

$$\Phi_L^V\left(k',k\right)=\frac{1}{2L+1}\left((L+1)\Phi_{L+1}^V\left(k',k\right)+L\,\Phi_{L-1}^V\left(k',k\right)\right), \tag{30}$$

$$\Phi_L^{pert}\left(k',k\right)=\int_{-1}^{1}\frac{\alpha_s\left(q^2\right)}{q^2}P_L\left(\cos\beta\right)d\left(\cos\beta\right), \tag{31}$$

$$\Phi_L^{V,S}\left(k',k\right)=\frac{1}{4\pi}\int_{-1}^{1}K_{V,S}\left(q^2\right)P_L\left(\cos\beta\right)d\left(\cos\beta\right). \tag{32}$$

Для вычисления межкваркового ядра в уравнении (4) необходимо воспользоваться соотношением (5). Соотношения (23)-(27) позволяют получить потенциал для синглетного или триплетного состояний системы кварк-антикварк с произвольным угловым моментом J, четностью $(-1)^{L+1}$ с произвольными массами m_q, m_Q.

5. Заключение

В работе построено КХД-мотивированное ядро релятивистской кварк-антикварковой системы для произвольного момента количества движения J с учетом возможного смешивания скалярной и векторной запирающей части потенциала. Ядро рассчитано путем точного вычисления амплитуды одноглюонного обмена и лоренц-структуры запирающей части межкваркового потенциала с учетом аномального хромодинамического момента кварков. В итоге решение спектральной задачи сводится к решению одномерного интегрального уравнения, что существенно упрощает дальнейшее численное решение. Предложенная методика вычислений может быть использована для релятивистских систем с различными взаимодействиями (электромагнитное, сильное).

Abstract. The method of calculation the potential in momentum space with the help of exact analytical evaluation of Lorentz structures of the interaction amplitudes. The QCD-inspired kernel of relativistic quark-antiquark system with the different masses and the arbitrary angular momentum is calculated. We take into account the anomaly chromodynamic moments of quarks.

Литература

1. Bethe H.A., Salpeter E.E. // Phys.Rev.-1951.- v.84. – p.1232-1242.
2. Salpeter E.E. // Phys.Rev.-1952.- v.87. – p.328-342.
3. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. // Nuovo Cim. – 1963. – v.29.- p.380-399.
4. Kadyshevsky V.G. // Nucl.Phys.- 1968.- v. B6.- p.125-148.
5. Todorov I.T. // Phys. Rev.- 1971.- v. D3.- p.2351-2356.
6. Gross F. // Phys.Rev.-1969.- v.186.- p.1448-1462.
7. Keister B.D., Polyzou W.N. // Advances in Nuclear Physics.- 1991.- v.20. -p.225-479.
8. E. Eichten, T. Kinoshita, K. Gottfried et al.//Phys.Rev.Lett.- 1975.- Vol. 34.- p. 369–372.
9. Ebert D., Faustov R.N. and Galkin V.O. // e-Print Archive: hep-ph/9809285.- 1998.
10. Lucha W., Rupprecht H., Schöberl F.// Phys. Rev.- 1991.- Vol. D44.- p. 242–249.
11. Андреев В.В. // Ядерная Физика. -2003.- Т.66, №2. -С.410-420.
12. Godfrey S., Isgur N. // Phys.Rev.– 1985.– V. D32. –p. 189-231.

Гомельский государственный
университет имени Ф. Скорины

Поступило 11.09.06