

ОПТИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ АТОМОВ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ КВАНТОВОГО ДЕФЕКТА

А. Ф. Шестаков, С. В. Христенко и С. И. Ветчинкин

Упругое рассеяние света на атомах щелочных металлов исследовано в приближении квантового дефекта. При вычислении применен метод функции Грина; обычная в приближении квантового дефекта расходимость устранена в соответствии с методом Бейтса—Дамгаард. Зависимость дипольной динамической поляризуемости $\alpha(\omega)$ от частоты внешнего поля ω выражена в аналитическом виде. Значения $\alpha(\omega)$ для нижних *S*- и *P*-состояний табулированы в широком интервале ω .

В поле, гармонически зависящем от времени, сохраняется квазиэнергия атома. Мы рассмотрим сдвиг термов атомов щелочных металлов в классическом электромагнитном поле. Считаем, что напряженность поля мала в сравнении с атомной напряженностью $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_0 \sim e^2/a_0^2 \sim 10^9$ в/см, длина волны велика в сравнении с боровским радиусом $\lambda \gg a_0 \sim 10^{-8}$ см, а частота ω не слишком близка к частоте поглощения. При этих условиях применимы дипольное приближение и теория возмущений по полю $\mathcal{E}z \cos \omega t$. Штарковский сдвиг

$$\overline{\Delta E}_\nu = -\frac{1}{2} \alpha_\nu(\omega) \mathcal{E}^2 \cos^2 \omega t \quad (1)$$

характеризует среднее за период поля $2\pi/\omega$ положение терма ν с точностью до членов $(\mathcal{E}/\mathcal{E}_0)^4$. Дипольная динамическая поляризуемость равна

$$\alpha_\nu(\omega) = -\langle \nu | z (G(E_\nu + \hbar\omega) + G(E_\nu - \hbar\omega)) z | \nu \rangle, \quad (2)$$

где $G(E)$ — функция Грина для атома.

В атомах щелочных металлов при не слишком высоких частотах ω можно пренебречь влиянием внутренних оболочек и рассматривать взаимодействие света с оптическим электроном. Поле остова считаем центрально-симметричным и пренебрежем тонкой структурой спектра. Тогда, интегрируя в (2) по угловым переменным и усредняя результат по проекциям орбитального момента, найдем

$$\alpha_{nl}(\omega) = \frac{l(l+1) - 3(l+1)^2}{3(2l+1)(2l+3)} \{S_{l+1}(nl; E_{nl} + \hbar\omega) + S_{l+1}(nl; E_{nl} - \hbar\omega)\} + \\ + \frac{l(l+1) - 3l^2}{3(2l-1)(2l+1)} \{S_{l-1}(nl; E_{nl} + \hbar\omega) + S_{l-1}(nl; E_{nl} - \hbar\omega)\}, \quad (3)$$

$$S_l(nl'; E) = \langle R_{nl'} | r g_l(E) r | R_{nl'} \rangle. \quad (4)$$

Здесь $\alpha_{nl} = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{+l} \alpha_{nlm}$, R_{nl} — волновая функция и $g_l(E)$ — функция Грина радиального уравнения Шредингера для оптического электрона. Поляризуемость атома водорода известна; зависимость α_{nlm} от ω выра-

жается через гипергеометрические функции, как получено в [1-3].¹ При вычислении $\alpha_{nl}(\omega)$ для атомов щелочных металлов воспользуемся приближением квантового дефекта. В дальнейшем принята атомная система единиц.

Функция Грина в методе квантового дефекта

В приближении квантового дефекта считают [4, 5], что волновая функция оптического электрона удовлетворяет уравнению Шредингера для атома водорода и граничному условию на бесконечности, $r \rightarrow \infty$

$$rR_{nl} \sim \frac{1}{\sqrt{n^2 \Gamma(n+l+1) \Gamma(n-l)}} \left(\frac{2r}{n}\right)^n e^{-r/n} \quad (5)$$

при $E_{nl} < 0$ и

$$rR_{El} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \sin(\chi(r) + \eta_l), \quad (6)$$

где

$$\chi(r) = kr + \frac{1}{k} \ln 2kr - \frac{\pi l}{2} + \arg \Gamma\left(l + 1 - \frac{i}{k}\right) \quad (7)$$

при $E = k^2/2 > 0$. Здесь n — эффективное квантовое число, а η_l — некулоновская фаза, связанная с квантовым дефектом соотношением [7]

$$\operatorname{ctg} \eta_l = (1 - e^{-2\pi/k}) \operatorname{ctg} \pi \mu_l - i e^{-2\pi/k}. \quad (8)$$

Квантовый дефект $\mu_l(E)$ как функция энергии E определяется по реальному спектру атома. Для построения функции Грина в методе квантового дефекта воспользуемся известной функцией Грина g_l^0 для атома водорода [8] и решением $\frac{1}{r} W_{\nu, l+1/2}$ однородного уравнения Шредингера, регулярным на бесконечности (здесь $W_{\nu, l+1/2}$ — функция Уиттекера). Тогда функция Грина, соответствующая граничным условиям (5), (6), равна [9]

$$g_l(r, r'; E) = g_l^0(r, r'; E) - \frac{\nu}{rr'} \frac{\Gamma(l+1-\nu)}{\Gamma(l+1+\nu)} \frac{\sin \pi(\mu_l + l)}{\sin \pi(\mu_l + \nu)} \times \\ \times W_{\nu, l+1/2}\left(\frac{2r}{\nu}\right) W_{\nu, l+1/2}\left(\frac{2r'}{\nu}\right), \quad (9)$$

где $\nu = (-2E)^{-1/2}$. Существенно, что решения $\frac{1}{r} W_{\nu, l+1/2} \sim r^{-l-1}$ и $g_l \sim (rr')^{-l-1}$ расходятся вблизи ядра атома $r, r' \sim 0$.

Для устранения расходимости в волновой функции, согласно Бейтсу — Дамгаард [4], следует заменить функцию Уиттекера $W_{\nu, l+1/2}$ ее асимптотическим выражением, а в полученном разложении по $1/r$ сохранить члены, конечные вблизи ядра $r \sim 0$. Найденную таким образом волновую функцию необходимо нормировать. Волновые функции связанных состояний [4]

$$rR_{nl}(r) = \frac{1}{\sqrt{n^2 \Gamma(n+l+1) \Gamma(n-l)}} \left(\frac{2r}{n}\right)^n e^{-r/n} \times \\ \times \sum_{t=0}^{[n]} \frac{(-l-n)_t (l-n+1)_t}{(1)_t} \left(-\frac{2r}{n}\right)^{-t} \quad (10)$$

нормированы приближенно; здесь $[n]$ — целая часть числа n , и $(a)_t = \Gamma(a+t)/\Gamma(a)$. Характерные значения $\langle R_{nl} | R_{nl} \rangle$ приведены в табл. 1; мы видим, что отличием нормы от единицы можно пренебречь.

Сингулярность в функции Грина устраним тем же способом, тогда

$$\tilde{g}_l(r, r'; E) = \left(1 + \frac{d\mu_l}{d\nu}\right) \left\{ g_l^0(r, r'; E) - \frac{\pi \nu^3 \sin \pi \mu_l}{\sin \pi \nu \sin \pi(\mu_l + \nu)} R_{\nu l}(r) R_{\nu l}(r') \right\}. \quad (11)$$

¹ Результаты работы Чибисова [6] ошибочны.

Таблица 1

n	$\langle R_{n0} R_{n0} \rangle$	n	$\langle R_{n1} R_{n1} \rangle$	n	$\langle R_{n2} R_{n2} \rangle$
1.5885	1.0076	2.3229	0.9730	2.8539	0.9893
2.5961	1.0024	3.3738	0.9938	3.7970	0.9930
3.5982	1.0009	4.3887	0.9979	4.7692	0.9973

Функция \tilde{g}_l конечна, непрерывна во всем пространстве и обладает следующими аналитическими свойствами. Полюса \tilde{g}_l расположены на действительной отрицательной оси энергии $E < 0$. Положение полюсов соответствует экспериментальным значениям энергии, согласно выбранным $\mu_l(E)$. Вычеты дают волновые функции связанных состояний (10); множитель $(1 + d\mu_l/d\nu)$ учитывает требование нормировки волновых функций. При значениях $E < E_l$, где E_l — энергия нижнего состояния с моментом l , имеется ограниченное число $\sim l$ полюсов, которые соответствуют нефизическим решениям $n < l + 1/2$ в методе квантового дефекта. Как показывают расчеты, влияние этих полюсов пренебрежимо малое. Исключение составляет узкая область значений E в непосредственной близости к нефизическому резонансу, где влияние нефизического полюса следует исключить. В полуплоскости $E > 0$ функция \tilde{g}_l содержит особенность на действительной оси энергии, характерную для кулоновского поля. Мнимая часть функции Грина определяет волновые функции непрерывного спектра $\text{Im } g_l(r, r'; E) = \pm \pi R_{El}(r) R_{El}(r')$ при $E > 0$. Асимптотика найденных таким образом волновых функций непрерывного спектра при $r \gg 1$ совпадает с асимптотикой волновых функций квантового дефекта (6), нормированных по Ситону [5], с точностью до множителя $(1 + ik^3 \frac{d\mu_l}{dE})$. При низких энергиях $k \ll 1$ этим различием можно пренебречь. При нулевом квантовом дефекте \tilde{g}_l переходит в кулоновскую функцию Грина g_l^0 .

Штурмовское разложение функции Грина

В матричном элементе (4) выделим кулоновскую часть

$$S_l^0(nl'; E) = \langle R_{nl'} | r g_l^0(E) r | R_{nl'} \rangle. \quad (12)$$

Для атома водорода $S_l^0(nl'; E)$ выражается через гипергеометрические функции Гаусса [1-3]. Однако в интересующем нас случае нецелых n $S_l^0(nl'; E)$ можно представить лишь в виде бесконечного ряда гипергеометрических функций. При этом удобно воспользоваться разложением кулоновской функции Грина в ряд Штурма [10]

$$g_l^0(r, r'; E) = \frac{1}{2} \sum_{n>l} \frac{1 + \nu/n}{E - \varepsilon_n} \Psi_{nl}(r, \nu^{-1}) \Psi_{nl}(r', \nu^{-1}), \quad (13)$$

где

$$\Psi_{nl}(r, \nu^{-1}) = \frac{(2\nu^{-1})^{2l+1}}{(2l+1)!} \sqrt{\frac{\nu^{-1}(n+l)!}{n(n-l-1)!}} r^l e^{-r/\nu} F(l+1-n, 2l+2; 2r/\nu) \quad (14)$$

и $F(l+1-n, 2l+2; 2r/\nu)$ — гипергеометрическая функция; $\varepsilon_n = -1/2n^2$. Разложение (13) в импульсном пространстве совпадает со швингеровским представлением кулоновской функции Грина [11]. Подставляя (13), (14) в (12) и вычисляя интегралы, получим

$$S_l^0(nl'; E) = \left(1 + \frac{d\mu_l}{d\nu}\right) \frac{\nu^4 \Gamma^2(3+n+l)}{16n^2 \Gamma(n+l'+1) \Gamma(n-l') \Gamma(2l+2)} \left(\frac{2n}{n+\nu}\right)^{2l+6} \times \\ \times \sum_{s=l+1}^{\infty} \frac{1}{1-s/\nu} \frac{(2l+2)_{s-l-1}}{(1)_{s-l-1}} \left\{ \sum_{k=0}^{[n]} \left(\frac{2\nu}{n+\nu}\right)^{n-k} \frac{(-l'-n)_k (l'-n+1)_k}{(-2-n-l)_k (1)_k} \right\} \times \\ \times F\left(l+1-s, 3+n-k+l; 2l+2; \frac{2n}{n+\nu}\right) \quad (15)$$

при $E < 0$. Некулоновская часть матричного элемента (4)

$$S_l(nl'; E) - S_l^0(nl'; E) = \left(1 + \frac{d\mu_l}{d\nu}\right) \frac{\pi\nu^3 \sin \pi\mu_l}{\sin \pi\nu \sin \pi(\mu_l + \nu)} \langle R_{nl'} | r | R_{\nu l} \rangle^2 \quad (16)$$

содержит известные интегралы. Как легко видеть,

$$\langle R_{nl'} | r | R_{\nu l} \rangle = \frac{\left(\frac{2\nu}{n+\nu}\right)^n \left(\frac{2n}{n+\nu}\right)^\nu}{\left(\frac{n+\nu}{n\nu}\right)^2} \times$$

$$\times \frac{\Gamma(n+\nu+2)}{\sqrt{n^2} \Gamma(n+l'+1) \Gamma(n-l') \sqrt{2} \Gamma(\nu+l+1) \Gamma(\nu-l)} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^{[n]} \left(\frac{n+\nu}{2\nu}\right)^k \frac{(-l'-n)_k (l'-n+1)_k}{(1)_k (-n-\nu-1)_k} \sum_{m=0}^{[\nu]} \left(\frac{n+\nu}{2n}\right)^m \frac{(-l-\nu)_m (l-\nu+1)_m}{(1)_m (k-n-\nu-1)_m} \quad (17)$$

при $E < 0$.

Результаты

В численных расчетах мы использовали известные значения квантового дефекта $\mu_l(E)$ [12]. В табл. 2 и 3 представлены величины $\alpha_{nl}(\omega)$ для нижних S - и P -состояний атомов Li, Na, K, Rb и Cs при различных значениях ω , вплоть до третьей резонансной частоты. Аналогичные расчеты $\alpha_{nl}(\omega)$ в приближении квантового дефекта выполнены Давыдкиным, Зоном, Манаковым, Рапопортом [9] с применением иного способа для

Таблица 2

Динамическая поляризуемость $\alpha_{nl}(\omega)$ (ат. ед.)³ S -состояний

ω	α_{Li}	ω	α_{Na}	ω	α_K	ω	α_{Rb}	ω	α_{Cs}
0.000	166.3	0.000	154.9	0.000	271.6	0.000	295.7	0.000	372.5
0.010	169.9	0.010	157.7	0.010	280.5	0.010	306.3	0.008	387.6
0.020	181.7	0.020	166.8	0.020	310.9	0.020	342.7	0.020	441.5
0.030	205.6	0.030	184.3	0.030	377.1	0.030	407.5	0.024	482.8
0.043 *	274.7	0.043 *	229.4	0.043 *	586.0	0.043 *	694.1	0.032	692.1
0.050	358.0	0.050	274.7	0.050	981.1	0.050	1293.0	0.040	1018.3
0.0655 *	2321.8	0.0655 *	561.2					0.043 *	1371.8
		0.070	885.7	0.0655 *	-1294.8	0.0655 *	-1062.9		
0.075	-743.2			0.070	-741.2	0.070	-763.4	0.060	-1090.2
0.086 *	-267.9	0.086 *	-675.7	0.080	-371.0	0.080	-365.1	0.0655 *	-665.2
0.090	-213.0	0.090	-455.1	0.086 *	-283.1	0.086 *	-284.8	0.070	-501.9
0.095	-167.4	0.100	-244.3	0.090	-244.1	0.090	-247.9	0.080	-323.5
0.115	-82.9	0.110	-163.3	0.100	-179.9	0.100	-166.5	0.086 *	-265.5
0.135	-46.9	0.120	-120.4	0.110	-107.1			0.090	-215.6
		0.130	-90.2			0.110	-213.0		
0.146	-43.71			0.115	-160.8	0.112	-176.1	0.102	-227.2
0.150	-39.00	0.142	-90.73	0.118	-137.0	0.115	-156.8	0.105	-247.3
0.154	-35.14	0.146	-78.76	0.121	-127.3	0.118	-146.8	0.108	-182.0
0.158	-31.33	0.150	-72.54	0.124	-121.4	0.121	-139.3	0.110	-176.3
0.162	-26.41	0.154	-67.91	0.127	-116.6	0.124	-112.5	0.111	-173.5
		0.158	-54.49	0.130	-94.5			0.114	-141.1

* Частоты рубинового и неодимового лазеров.

устранения расходимости в волновой функции и в функции Грина. Как видно из табл. 4 для статической поляризуемости основных состояний, полученные нами значения $\alpha_{nl}(0)$ лучше согласуются с известными данными [13-18], чем результаты работы [9]. Найденные значения $\alpha_{nl}(0)$ совпадают с экспериментальными результатами [17, 18] и согласуются (в пределах 30%) с наиболее вероятными значениями $\alpha_{nl}(0)$ [14] для основных состояний Na, K, Rb и Cs. Соответствующие результаты в [9] завышены до 20%. Полученная в [9] разность поляризуемостей атомов лития и натрия $\Delta\alpha = -4.5 \text{ \AA}^3$ не совпадает с известными данными $\Delta\alpha \geq 0$ [13-18] и с нашим результатом $\Delta\alpha = 1.7 \text{ \AA}^3$.

Таблица 3

Динамическая поляризуемость $\alpha_{nl}(\omega)$ (ат. ед.)³ P-состояний

ω	α_{Li}	ω	α_{Na}	ω	α_{K}	ω	α_{Rb}	ω	α_{Cs}
0.000	119.3	0.000	355.0	0.000	679.2	0.000	961.8	0.000	1389.8
0.010	128.4	0.008	367.0	0.004	686.4	0.004	976.2	0.003	1436.6
0.020	135.6	0.010	375.5	0.008	709.1	0.008	1022.6	0.006	1602.6
0.030	151.3	0.016	378.5	0.010	727.1	0.010	1060.7	0.009	2010.9
0.040	184.3	0.024	460.4	0.012	750.6	0.012	1111.9	0.010	2267.2
0.043 *	202.1	0.032	651.7	0.016	818.5	0.016	1270.3	0.012	3295.5
0.050	298.3	0.040	87576	0.020	928.8	0.020	1565.1	0	—
—	—	—	—	0.024	1128.3	—	—	0.019	-1564.7
0.058	-354.6	0.043 *	-4303.6	—	—	0.032	-8663.6	0.022	-589.7
0.060	-112.8	0.045	384.5	0.037	-594.4	0.0323	-6383.1	0.025	-155.6
0.062	-61.1	0.048	785.4	0.0375	4883.8	0.0326	-4779.0	0.028	192.7
0.064	-113.4	0.051	1476.8	0.038	9653	0.0329	-3480	0.031	853.4
0.0655 *	-317.7	0.054	4414	0.0385	22109	0.0332	-2213	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	0.035	-1786.4
0.068	21296	0.060	-1834.4	0.039	-3.144 · 10 ⁵	0.036	-3607.5	0.038	-705.6
0.069	2442.7	0.063	-1126.7	0.043 *	-2966.5	0.040	-1490.8	0.041	-453.2
0.070	1808.6	0.0655 *	-878.6	0.044	-2398.3	0.043 *	-1137.8	0.043 *	-381.6
0.071	1785.1	0.066	-845.6	0.047	-1652.8	0.044	-1080.7	0.044	-364.4
0.072	2092.7	0.069	-721.4	0.050	-1299.4	0.048	-878.6	0.047	-428.5
0.073	3003.5	0.072	-707.4	0.053	-1194.3	0.052	-920.7	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	0.0655 *	395.5
0.086 *	-192.5	0.075	-1231.6	0.0655 *	426.4	0.0655 *	156.6	—	—
—	—	0.086 *	-45.8	0.086 *	-57.8	0.086 *	11.83	—	—

* Частоты рубинового и неодимового лазеров.

Таблица 4

Статическая поляризуемость $\alpha_{nl}(0)$ (Å)³ S-состояний

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Li	24.5	23.0	26.0	23.9	23.9	24.5	24.9	22±2	20±3
Na	22.8	27.5	24.4	23.0	23.3	24.6	22.9	21±2	20±2.5
K	40.0	48.7	41.6	41.0	41.7	41.6	41.4	38±4	36.5±4.5
Rb	43.5	54.0	43.7	44	45	43.8	49.1	38±4	40±5
Cs	53.9	68.8	53.8	53	56	53.7	67.7	48±6	52.5±6.5

Примечание. a — полученные значения, b — расчет с сингулярной функцией Грина [9], c — оценка по экспериментальным силам осцилляторов [13], d — наиболее вероятные значения по [14], e — оценка по силам осцилляторов в приближении квантового дефекта [14], f — то же, с учетом правила сумм [15], g — расчет по методу самосогласованного поля [16], h, i — эксперимент [17, 18].

При $\omega < \omega_1$, где ω_1 — первая резонансная частота, динамическая поляризуемость в приведенных единицах оказывается одинаковой для всех щелочных атомов. Интерполяционная формула

$$\alpha_{nl}(\omega) = \alpha_{nl}(0) \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2} \quad (18)$$

передает результаты табл. 2 при $\omega < \omega_1$ с точностью 4%. Соотношение (18) допускает простую интерпретацию. В щелочных атомах $f_{ns, np} \gg f_{ns, n'p}$, где $f_{ns, np}$ — сила осциллятора для резонансного перехода, поэтому в спектральном разложении для поляризуемости можно пренебречь членами $n' \neq n$ и считать, что вся зависимость от ω определяется максимальным членом $n' = n$. Результат подобной оценки близок к (18). Очевидно, что указанные соображения не применимы для атома водорода.

Динамическая поляризуемость $\alpha_{nl}(\omega)$ возбужденных P-состояний, представленная в табл. 3, вычислена без учета тонкой структуры. Результаты расчета статической поляризуемости $\alpha_{2P^m_j}(0)$ с учетом тонкой структуры приведены в табл. 5. Усредненные по проекциям j динамические поляризуемости $\alpha_{2P^m_j}(\omega) = \frac{1}{2j+1} \sum_{m_j=-j}^{+j} \alpha_{2P^m_j}(\omega)$ ($j = 1/2, 3/2$) для атомов Li,

Таблица 5

Статическая поляризуемость $\alpha_{2Pm_j}(0)$ (\AA)³ P-состояний с учетом тонкой структуры

m_j	Полученные значения			Эксперимент [19, 20]			Метод квантового дефекта [19, 20]			Метод квантового дефекта [21]		
	$\pm 1/2$	$\pm 1/2$	$\pm 3/2$	$\pm 1/2$	$\pm 1/2$	$\pm 3/2$	$\pm 1/2$	$\pm 1/2$	$\pm 3/2$	$\pm 1/2$	$\pm 1/2$	$\pm 3/2$
	1/2	3/2	3/2	1/2	3/2	3/2	1/2	3/2	3/2	1/2	3/2	3/2
Li	17.6	16.3	18.8	—	—	—	—	—	—	14.3	13.3	15.4
Na	52.3	64.2	40.3	—	—	—	—	—	—	49.5	60.7	37.8
K	100	114	86	87±13	114±16	68±10	93	109	80	90.9	104.5	77.3
Rb	141	173	126	112±17	148±23	102±15	116	151	108	79.8	112.2	67.8
Cs	204	297	217	187±29	273±42	196±30	192	246	191	165.8	230	140

Na и K слабо отличаются от величин $\alpha_{nl}(\omega)$, вычисленных без учета тонкой структуры; различие составляет 1—2% в среднем. Таблицы динамической поляризуемости с учетом тонкого расщепления не приводим за недостатком места.

Литература

- [1] S. I. Vetchinkin, S. V. Christenko. Chem. Phys. Lett., 1, 437, 1967.
- [2] С. И. Ветчинкин, С. В. Христенко. Опт. и спектр., 25, 650, 1968.
- [3] M. Gavrilá. Phys. Rev., 163, 149, 1967.
- [4] D. R. Bates, A. Damgaard. Phil. Trans., A242, 101, 1950.
- [5] A. Burgess, M. J. Seaton. Mon. Not. Roy. Astr. Soc., 120, 121, 1960.
- [6] М. И. Чибисов. ДАН СССР, 194, 66, 1970.
- [7] Г. Е. Норман. Опт. и спектр., 12, 333, 1962.
- [8] L. Hostler. J. Math. Phys., 5, 591, 1964.
- [9] В. А. Давыдкин, Б. А. Зон, Н. Л. Манаков, Л. П. Рапопорт. ЖЭТФ, 60, 124, 1971.
- [10] С. В. Христенко, С. И. Ветчинкин. Опт. и спектр., 31, 503, 1971.
- [11] J. Schwinger. J. Math. Phys., 5, 1606, 1964.
- [12] J. Obert. Ann. Sci. Univ. Besan., 11, 27, 1968.
- [13] M. Cohen. Canad. J. Phys., 45, 3387, 1967.
- [14] K. Murakawa, M. Yamamoto. J. Phys. Soc. Japan, 21, 821, 1966.
- [15] A. Dalgaard, A. E. Kingston. Proc. Roy. Soc., 73, 455, 1959.
- [16] R. M. Sternheimer. Phys. Rev., 183, 112, 1969.
- [17] G. E. Chamberlain, J. C. Zorn. Phys. Rev., 129, 677, 1963.
- [18] A. Salop, E. Pollack, B. Bederson. Phys. Rev., 124, 1431, 1961.
- [19] R. Marrus, D. McCollm, J. Jellin. Phys. Rev., 147, 55, 1966.
- [20] R. Marrus, J. Jellin. Phys. Rev., 177, 127, 1969.
- [21] K. Murakawa, M. Yamamoto. J. Phys. Soc. Japan., 20, 1057, 1965.

Поступило в Редакцию 28 июня 1971 г.