Известия Гомельского государственного университета
имени Ф.Скорины, №6(51), ч. 2, 2008

УДК 512.542

Относительно решеточные подгрупповые функторы и формации конечных групп

А. Ф. Васильев, И. Н. Халимончик

Введение. В данной работе рассматриваются только конечные группы. Субнормальные подгруппы составляют одну из опорных систем подгрупп непростой группы, знание свойств и взаимного расположения которых позволяет вскрыть строение всей группы.

В 1939 году Виландт [1] установил, что множество всех субнормальных подгрупп образует подрешетку решетки всех подгрупп в любой конечной группе. Естественным обобщением субнормальности является понятие $\mathfrak{F}$-субнормальной подгруппы [2-3]. В монографии [3] Л.А.Шеметковым в 1978 году была поставлена проблема под номером 12: в каких случаях множество всех $\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп группы G образует решетку?

Пусть $\mathfrak{X}$ — непустой класс групп. Формация $\mathfrak{F}$ называется *решеточной* в $\mathfrak{X}$, если для любой $\mathfrak{X}$-группы G множество всех $\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп образует подрешетку решетки всех подгрупп группы G.

В работах [4-6] были описаны наследственные насыщенные (разрешимые наследственные, необязательно насыщенные) формации $\mathfrak{F}$, являющиеся решеточными в классе всех групп (всех разрешимых групп). Полученные в [4-6] теоремы вошли в монографии [7-8]. Естественной является следующая задача: для данного класса $\mathfrak{X}$, отличного от класса всех (разрешимых) групп, описать насыщенные формации $\mathfrak{F}$ являющиеся решеточными в $\mathfrak{X}$.

В связи с результатами работ [4-6] возникает вопрос о существовании в конечных группах других естественных решеток, аналогичных решетке всех субнормальных подгрупп. В работе [9] был предложен другой более общий (функторный) подход развития результата Виландта. Аксиоматизируя основные свойства субнормальных подгрупп (инвариантность при гомоморфизмах, транзитивность, наследственность в подгруппах, решеточные свойства), в [9] было введено понятие естественного транзитивного решеточного функтора (кратко, *ETP*-функтора) и описаны все решетки, индуцируемые такими функторами в конечных разрешимых группах. Как и в случае решеточных формаций, возникает следующая задача: для данного класса $\mathfrak{X}$ описать подгрупповые функторы, являющиеся *ETP*-функторами в классе $\mathfrak{X}$.

В настоящей работе предлагается решение отмеченных выше задач для случая, когда $\mathfrak{X}$ совпадает с классом $\mathfrak{NA}$ или $\mathfrak{N}^n$.

2. Предварительные понятия и результаты. В работе используюся обозначения, определения и результаты из монографий [2-3]. Напомним некоторые из них, существенные для данной работы. Закрепим обозначения за известными классами групп: $\mathfrak{A}$ — класс всех абелевых групп; $\mathfrak{N}$ — класс всех нильпотентных групп; $\mathfrak{S}$ — класс всех разрешимых групп; $\mathfrak{NA}$ — класс всех групп, имеющих нильпотентный коммутант; $\mathfrak{N}^n$ — класс всех разрешимых групп, нильпотентная длина которых не превосходит данное натуральное число n. Если $\mathfrak{X}$ — некоторый класс групп и π — некоторое множество простых чисел, то $\mathfrak{X}_\pi$ — класс всех $\mathfrak{X}$-групп, являющихся π-группами.

Пусть $\mathfrak{F}$ — некоторая непустая формация групп. Если G — группа, то через $G^{\mathfrak{F}}$ обозначается $\mathfrak{F}$-корадикал группы G, т.е. пересечение всех тех нормальных подгрупп N из G, для которых $G/N \in \mathfrak{F}$.

Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$-субнормальной в G, если либо $H = G$, либо существует максимальная цепь подгрупп

$$G = H_0 \supset H_1 \supset \ldots \supset H_n = H$$

такая, что $H_{j-1}^{\mathfrak{F}} \subseteq H_j$ для всех $j = 1, \ldots, n$.

Следующие леммы содержат необходимые нам свойства $\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп.

Лемма 2.1 [7-8]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — непустая наследственная формация. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) если H — подгруппа группы G и $G^{\mathfrak{F}} \subseteq H$, то H $\mathfrak{F}$-субнормальна в G;

2) если подгруппы H_1 и H_2 $\mathfrak{F}$-субнормальны в G, то и подгруппа $(H_1 \cap H_2)$ $\mathfrak{F}$-субнормальна в G;

3) если H $\mathfrak{F}$-субнормальна в группе G и K — подгруппа из G, то $(H \cap K)$ $\mathfrak{F}$-субнормальна в K;

4) если все композиционные факторы группы G принадлежат формации $\mathfrak{F}$, то каждая субнормальная подгруппа группы G является $\mathfrak{F}$-субнормальной в G;

5) если H $\mathfrak{F}$-субнормальна в группе G, то H^x также $\mathfrak{F}$-субнормальна в G для любого $x \in G$.

Лемма 2.2 [7-8]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — непустая формация. Пусть H и N — подгруппы группы G, причем N нормальна в G. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) если H $\mathfrak{F}$-субнормальна в G, то HN $\mathfrak{F}$-субнормальна в G, а HN/N $\mathfrak{F}$-субнормальна в G/N;

2) если $N \subseteq H$, то подгруппа H $\mathfrak{F}$-субнормальна в G тогда и только тогда, когда подгруппа H/N $\mathfrak{F}$-субнормальна в G/N.

3) если подгруппа H $\mathfrak{F}$-субнормальна в K, а подгруппа K $\mathfrak{F}$-субнормальна в группе G, то H $\mathfrak{F}$-субнормальна в G.

Лемма 2.3. *Пусть $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}$ — наследственные формации. Тогда и только тогда $\mathfrak{F}$-подгруппа H $\mathfrak{X}$-группы G является $\mathfrak{F}$-субнормальной в G, когда H $(\mathfrak{F} \cap \mathfrak{X})$-субнормальна в G.*

Лемма 2.4. *Пусть $\mathfrak{F}$ — наследственная формация. Тогда $\mathfrak{F}$ является решеточной в $\mathfrak{F}$.*

Пусть $\mathfrak{X}$ — класс групп. Согласно [7] отображение θ, ставящее в соответствие каждой группе $G \in \mathfrak{X}$ некоторую непустую систему $\theta(G)$ ее подгрупп, называется *подгрупповым функтором* в $\mathfrak{X}$, если $\theta(G))^{\phi} = \theta(G^{\phi})$ для любого изоморфизма ϕ группы G.

Определение 2.5 [7]. *Пусть $\mathfrak{X}$ — гомоморф. Подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор θ называется регулярным (или подгрупповым функтором в смысле Скибы), если*

1) из $H \in \theta(G)$ и $N \lhd G$ всегда следует, что $HN/N \in \theta(G/N)$;

2) из $H/N \in \theta(G/N)$ всегда следует $H \in \theta(G)$.

Определение 2.6 [7]. *Пусть $\mathfrak{X}$ — класс групп. Подгрупповой функтор θ называется:*

1) наследственным в $\mathfrak{X}$, если для любой $\mathfrak{X}$-подгруппы H группы $G \in \mathfrak{X}$ справедливо включение $H \cap \theta(G) \subseteq \theta(H)$.

2) транзитивным $\mathfrak{X}$, если для любой группы $G \in \mathfrak{X}$ всегда из $S \in \theta(H)$ и $H \in \theta(G) \cap \mathfrak{X}$ следует $S \in \theta(G)$.

Комбинируя различные виды функторов можно получать новые типы функторов. Например, если подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор является одновременно наследственным и регулярным, то он называется *естественным*.

Определение 2.7. *Пусть $\mathfrak{X}$ — класс групп. Группа G называется минимальной не $\mathfrak{F}$-группой, если сама G не принадлежит $\mathfrak{X}$, а каждая ее собственная подгруппа принадлежит $\mathfrak{X}$.*

Через $\mathcal{M}(\mathfrak{X})$ обозначается класс всех минимальных не $\mathfrak{X}$-групп.

Определение 2.8 [7]. *Пусть $\mathfrak{X}$ — класс групп. Формация $\mathfrak{F}$ называется формацией Шеметкова в классе $\mathfrak{X}$, если любая минимальная не $\mathfrak{F}$-группа, принадлежащая классу $\mathfrak{X}$, является либо группой Шмидта, либо группой простого порядка.*

3. Основная часть. Приведем основные результаты статьи. Центральными в работе являются следующие понятия.

Определение 3.1. *Пусть $\mathfrak{X}$ — класс групп. Подгрупповой функтор θ назовем:*

1) нижнерешеточным (кратко, P_*-функтором) в $\mathfrak{X}$, если из $G \in \mathfrak{X}, A \in \theta(G)$ и $B \in \theta(G)$ следует, что $A \cap B \in \theta(G)$;

2) верхнерешеточным (кратко, P^*-функтором) в $\mathfrak{X}$, если из $G \in \mathfrak{X}, A \in \theta(G)$ и $B \in \theta(G)$ следует, что $< A, B >\in \theta(G)$;

3) полурешеточным (кратко, P_0-функтором) в $\mathfrak{X}$, если θ является P_*-функтором в $\mathfrak{X}$ и из $G \in \mathfrak{X}$, $A \in \theta(G)$ и $B \in \theta(G)$, где $AB = BA$ следует, что $AB \in \theta(G)$;

4) решеточным (кратко, P-функтором) в $\mathfrak{X}$, если θ является P_* и P^* -функтором в $\mathfrak{X}$ одновременно.

Вначале опишем решеточные насыщенные формации и подгрупповые функторы в классе $\mathfrak{N}\mathfrak{A}$.

В работе [10] была получена следующая теорема из которой следует описание насыщенных формаций, решеточных в классе $\mathfrak{N}\mathfrak{A}$.

Теорема 3.2 [9]. *Пусть $\mathfrak{X}$ — насыщенная наследственная формация. Тогда следующие утверждения эквивалентны:*

1) любая насыщенная формация $\mathfrak{F}$ такая, что $\mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{F}$, является решеточной в $\mathfrak{X}$;

2) $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{N}\mathfrak{A}$.

Рассмотрим теперь задачу описания подгрупповых ETP-функторов в классе $\mathfrak{N}\mathfrak{A}$.

Пусть θ — подгрупповой функтор в $\mathfrak{X}$. Введем следующий класс групп:

$\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta) = (G \in \mathfrak{X} \mid 1 \in \theta(G)$ и $P \in \theta(G)$ для любой силовской подгруппы P из $G)$.

Лемма 3.3. *Пусть $\mathfrak{X}$ — наследственная формация и θ — подгрупповой ETP_* -функтор в $\mathfrak{X}$. Тогда $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ — наследственная формация.*

Напомним [7], что *характеристикой* подгруппового функтора θ называется множество всех тех простых чисел p, для которых $1 \in \theta(Z_p)$.

Лемма 3.4. *Пусть $\mathfrak{X}$ — наследственная насыщенная формация и π — характеристика подгруппового ETP_*- функтора θ в классе $\mathfrak{X}$. Тогда $\mathfrak{N}_\pi \subseteq \Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$.*

Если θ — подгрупповой функтор на $\mathfrak{X}$, то через $S_{\mathfrak{X}}(\theta)$ обозначается класс $(G \in \mathfrak{X} \mid \theta(G) = S(G))$.

Лемма 3.5. *Пусть θ — подгрупповой ETP-функтор в $\mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X}$ — наследственная формация и $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{S}$. Тогда $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta) = S_{\mathfrak{X}}(\theta)$.*

Лемма 3.6. *Пусть $\mathfrak{X}$ — наследственная формация, $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{S}$ и θ — ETP_0-функтор в $\mathfrak{X}$. Тогда $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ — формация Фиттинга в $\mathfrak{X}$.*

Лемма 3.7. *Пусть $\mathfrak{X}$ — насыщенная наследственная формация и $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{S}$. Если θ — подгрупповой ETP_0-функтор в $\mathfrak{X}$, то $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ — насыщенная формация в $\mathfrak{X}$.*

Лемма 3.8. *Пусть $\mathfrak{X}$ — наследственный гомоморф и $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{S}$, а θ — подгрупповой ETP_0-функтор. Если M — $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ -нормальная максимальная подгруппа группы G, то $M \in \theta(G)$.*

Лемма 3.9. *Пусть θ — подгрупповой ETP_0-функтор. Если H является $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$-субнормальной подгруппой в G, то $H \in \theta(G)$.*

Определение 3.10 [7]. *Пусть θ — подгрупповой функтор. Собственная подгруппа H группы G называется θ-максимальной, если $H \in \theta(G)$ и всегда из $H \subseteq K \subseteq G$ и $K \in \theta(G)$ следует, что $K = H$, либо $K = G$.*

Лемма 3.11 [7]. *Пусть θ — регулярный подгрупповой функтор. Если H — θ-максимальная подгруппа группы G, то H — максимальная подгруппа в G.*

Лемма 3.12. *Пусть $\mathfrak{X}$ — наследственная формация и θ — подгрупповой ETP_0-функтор на $\mathfrak{X}$. Если H — собственная подгруппа группы G и $H \in \theta(G)$, то существует такая максимальная цепь подгрупп*

$$H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_n = G,$$

что $H_i \in \theta(G)$ для всех $i = 1, \ldots, n$.

Теорема 3.13. *Пусть $\mathfrak{X}$ — насыщенная формация, $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{N}\mathfrak{A}$ и θ — подгрупповой ETP_0-функтор в $\mathfrak{X}$. Тогда:*

1) класс $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ — наследственная насыщенная формация;

2) $\theta(G) = sn_{\Lambda_{\mathfrak{X}}\theta}(G)$ для любой группы $G \in \mathfrak{X}$;

3) θ — подгрупповой ETP-функтор в $\mathfrak{X}$.

Рассмотрим задачу описания насыщенных формаций и естественных подгрупповых функторов, являющихся решеточными в классе $\mathfrak{N}^n$, где $k \geq 2$. Вначале рассмотрим случай, когда $k = 2$.

Центральную роль в получении такого описания играют формации с условием Шеметкова в классе $\mathfrak{X}$.

Лемма 3.14. *Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация, $\mathfrak{X}$ — локальная наследственная формация, x — ее максимальный наследственный локальный экран и $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$. Тогда $\mathfrak{F}$ является формацией с условием Шеметкова в $\mathfrak{X}$, если $\mathfrak{F}$ имеет локальный x-экран f такой, что*

1) $f(p) = \mathfrak{S}_{\pi(f(p))} \cap x(p)$, для любого $p \in \pi(\mathfrak{F})$;

2) $f(p) = \oslash$ для любого $p \in \pi'(\mathfrak{F})$;

3) $f(p) = \mathfrak{N}_p f(p)$ для любого простого p.

Теорема 3.15. *Пусть $\mathfrak{F}$ — наследственная локальная формация, $\mathfrak{X}$ — наследственная локальная формация с максимальным наследственным локальным экраном x и $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$. Формация $\mathfrak{F}$ тогда и только тогда является формацией с условием Шеметкова в классе $\mathfrak{X}$, когда ее максимальный наследственный локальный экран f удовлетворяет следующим условиям:*

1) $f(p) = \mathfrak{S}_{\pi(f(p))} \cap x(p)$, для любого $p \in \pi(\mathfrak{F})$;

2) $f(p) = \oslash$ для любого $p \in \pi'(\mathfrak{F})$.

Теорема 3.16. *Пусть $\mathfrak{F}$ — насыщенная формация. Тогда следующие утверждения эквивалентны:*

1) формация $\mathfrak{F}$ является решеточной в классе $\mathfrak{N}^2$;

2) $\mathfrak{F}$ является формацией с условием Шеметкова в классе $\mathfrak{N}^2$;

3) существует семейство множеств простых чисел $\{\pi_i \mid i \in I\}$, покрывающее множество $\pi(\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}^2)$ такое, что формацию $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}^2$ можно представить в виде пересечения (возможно бесконечного) формаций вида $\mathfrak{N}_{\pi_i}\mathfrak{N}_{\pi_j}$.

Рассмотрим задачу описания подгрупповых ETP-функторов в классе $\mathfrak{N}^2$.

Теорема 3.17. *Пусть $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}^2$ и θ — подгрупповой ETP_0-функтор в $\mathfrak{X}$. Тогда*

1) класс $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ является наследственной локальной формацией и существует семейство множеств простых чисел $\{\pi_i \mid i \in I\}$, покрывающее множество $\pi(\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta))$ такое, что $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ можно предствить в виде пересечения некоторого числа формаций вида $\mathfrak{N}_{\pi_i}\mathfrak{N}_{\pi_j}$;

2) $\theta(G) = sn_{\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)}(G)$ для любой группы G.

Рассмотрим задачу описания насыщенных формаций и естественных подгрупповых функторов, являющихся решеточными в классе $\mathfrak{N}^n$, где $k \geq 3$.

Теорема 3.18. *Пусть $\mathfrak{F}$ — насыщенная наследственная формация. Тогда следующие утверждения эквивалентны:*

1) формация $\mathfrak{F}$ является решеточной в $\mathfrak{N}^k$, где k — фиксированное натуральное число и $k \geq 3$;

2) существует такое разбиение $\{\pi_i | i \in I\}$ множества $\pi(\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}^k)$, что $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}^k = D_0(\cup_{i\in I}(\mathfrak{S}_{\pi_i} \cap \mathfrak{N}^k))$.

В оставшейся части данного раздела будем считать, что $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}^k$, $k \geq 3$.

Лемма 3.19. *Пусть θ — подгрупповой ЕТР-функтор в классе $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{X}$-группа $G = [P] < A, B >$, где P — p-подгруппа, а $< A, B >$ — q-группа, p и q — различные простые числа. Если $PA \in \Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ и $PB \in \Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$, то $G \in \Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$.*

Лемма 3.20. *Пусть θ — подгрупповой ЕТР-функтор в классе $\mathfrak{X}$ и R — p-замкнутая $\{p, q\}$-группа Шмидта, причем $(R) = 1$. Если $R \in \Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$, то $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ содержит все расширения p-групп с помощью циклических q-групп.*

Теорема 3.21. *Пусть θ — подгрупповой ЕТР-функтор в $\mathfrak{X}$. Тогда*

1) класс $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)$ является наследственной локальной формацией и существует такое разбиение $\{\pi_i \mid i \in I\}$ множества $\pi(\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta))$ такое, что $\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta) = D_0(\cup_{i\in I}\mathfrak{N}^k_{\pi_i})$;

2) $\theta(G) = sn_{\Lambda_{\mathfrak{X}}(\theta)}(G)$ для любой $\mathfrak{X}$-группы G.

4. Заключительная часть. Выбор классов $\mathfrak{N}\mathfrak{A}$ или $\mathfrak{N}^n$ для исследования мотивируется следующими наблюдениями.

Предложение 4.1. *Пусть $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{X}$, Y — наследственные насыщенные формации. Если формация $\mathfrak{F}$ решеточна в $\mathfrak{X}$, а $\mathfrak{X}$ решеточна в Y, тогда $\mathfrak{F}$ решеточна в Y.*

Теорема 4.2. *Пусть $\mathfrak{X}$ — насыщенная наследственная разрешимая формация и $\mathfrak{N}\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{X}$. Формация $\mathfrak{N}\mathfrak{A}$ является решеточной в $\mathfrak{X}$ тогда и только тогда, когда $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}\mathfrak{A}$.*

Теорема 4.3. *Пусть n — натуральное число, $n > 1$ и $\mathfrak{N}^n \subseteq \mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X}$ — насыщенная наследственная разрешимая формация. Формация $\mathfrak{N}^n$ является решеточной в $\mathfrak{X}$ тогда и только тогда, когда $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}^n$.*

Полученные выше результаты позволяют находить новые подрешетки решетки подгрупп в группах. Пусть $\mathfrak{S}_{p'}\mathfrak{N}_p$ — формация всех разрешимых p-нильпотентных групп. Нетрудно показать, что подгруппа H разрешимой группы G является $\mathfrak{S}_{p'}\mathfrak{N}_p$-субнормальной в G тогда и только тогда, когда либо $H = G$, либо существует максимальная цепь подгрупп $G = H_0 \supset H_1 \supset \ldots \supset H_t = H$ такая, что, если $\pi(|H_{i-1} : H_i|) = \{p\}$ для некоторого $i = 1, \ldots, t$, то $H_{i-1} \lhd H_i$. Из теоремы 3.15 получаем следующее

Следствие. *Пусть G — метанильпотентная группа. Тогда множество всех $\mathfrak{S}_{p'}\mathfrak{N}_p$-субнормальных подгрупп образует подрешетку решетки всех подгрупп группы G.*

Abstract. Lattice saturated formations and subgroup functors in the given class of groups are studied.

Литература

1. Wielandt H. Eine Verallgemeinerung der invarianten Untergruppen // Math. Z. 1939. Bd. 45. S. 209-244.

2. Doerk K., Hawkes T.O. Finite Soluble Groups.– Berlin-New York: Walter De Gruyter, 1992.- 892 p.

3. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. М.: Наука, 1978.

4. Васильев А.Ф., Каморников С.Ф., Семенчук В.Н. О решетках подгрупп конечных групп // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические системы. Киев: Ин-т математики АН Украины, 1993. С. 27-54.

5. Ballester-Bolinches A., Doerk K., Perez-Ramos M.D. On the lattice on $\mathfrak{F}$-subnormal subgroups // J.Algebra. 1992. V. 115. P. 393–396.

6. Васильев А.Ф., Каморников С.Ф. К проблеме Кегеля-Шеметкова о решетках обобщенно субнормальных подгрупп конечных групп // Алгебра и логика. 2002. Т. 41. № 4. С. 411-428.

7. Каморников С.Ф., Селькин М.В. Подгрупповые функторы и классы конечных групп. — Мн.: Бел. навука, 2003. — 254 с.

8. Ballester-Bolinches A., Ezquerro L.M. Classes of Finite Groups. — Springer, 2006 - 385 p.

9. Васильев А.Ф., Каморников С.Ф. О функторном методе изучения решеток подгрупп конечных групп // Сиб. мат. журн. 2001. Т.42. №1. С. 30-40.

10. Васильев А.Ф., Халимончик И.Н. Условно решеточные формации конечных групп // Изв. Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины. 2 (47). 2008. С. 50-55.

Гомельский государственный
университет имени Ф. Скорины

Поступило 16.10.08