

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СИНГУЛЯРНЫХ ПУЧКОВ В КУБИЧЕСКОМ ОПТИЧЕСКИ АКТИВНОМ ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ

Ж.В. Колядко, В.В. Шепелевич, В.В. Давыдовская

Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина, Мозырь, Беларусь

PROPAGATION OF SINGULAR BEAMS IN A CUBIC OPTICALLY ACTIVE PHOTOREFRACTIVE CRYSTAL

Zh.V. Kolyadko, V.V. Shepelevich, V.V. Davydovskaya

I.P. Shamyakin Mozyr State Pedagogical University, Mozyr, Belarus

Исследованы особенности распространения сингулярных пучков с различными знаками топологического заряда в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле среза $(\bar{1}\bar{1}0)$, к которому приложено внешнее электрическое поле. Анализируется зависимость угла поворота сингулярного пучка от величины внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, и знака единичного топологического заряда пучка. Показано, каким образом оптическая активность влияет на распространение сингулярного пучка в кристалле.

Ключевые слова: сингулярный пучок, фоторефрактивный кристалл, оптическая активность.

The features of the propagation of singular beams with various signs of the topological charge in a cubic optically active photorefractive crystal of $(\bar{1}\bar{1}0)$ cut, to which an external electric field is applied, are investigated. The dependence of the angle of rotation of the singular beam on value of external electric field applied to the crystal and sign of unit topological charge of the beam is analyzed. It is shown how the optical activity affects the distribution of singular beam in the crystal.

Keywords: singular beam, photorefractive crystal, optical activity.

Введение

Впервые фазовые сингулярности (дислокации волнового фронта) были описаны в 1974 г. Дж.Ф. Наем и М. Берри в работе [1], где показано, что волновые импульсы, отраженные от шероховатой поверхности, содержат дефекты. Согласно этой работе существуют три типа дислокаций волнового фронта: винтовая дислокация (вихревая дислокация со спиральной фазой), краевая дислокация со сдвигом фазы на π и смешанная винтово-краевая дислокация. Пучки с винтовой фазовой дислокацией, наложенной на светлый фоновый пучок, называют оптическими вихрями («optical vortices»), вихревыми («vortex») или сингулярными («singular») пучками [2]–[4].

Сингулярные пучки представляют собой распространяющееся световое поле, в поперечном сечении которого имеется нуль интенсивности, вокруг которого фаза этого пучка циркулирует, изменяясь при распространении от 0 до 2π . Описанная циркуляция фазы приводит к винтовой структуре волнового фронта. Знак целого числа m (положительный или отрицательный) определяет направление вращения (правое или левое [4] соответственно) винтовой фазовой поверхности.

Так как волновой фронт имеет винтовую форму, то вектор Пойтинга, перпендикулярный поверхности волнового фронта, в каждой его точке имеет ненулевую тангенциальную компоненту, пропорциональную интенсивности пучка.

Происходит «завихрение» энергетического потока [1], [2], [4]. Следствием присутствия потока энергии, обволакивающего ось, направленную в сторону движения сингулярного пучка, является существование орбитального углового момента [3] в пучке.

На сегодняшний день существует много научных работ (см., например [5]), посвященных изучению спонтанного рождения и уничтожения оптических вихрей в лазерных резонаторах, причём физические параметры, связанные с вихрями, которые появляются спонтанно, обычно не контролируются. Наиболее известные способы создания оптических вихрей, физическими параметрами которых можно управлять, заключаются в использовании спиральной фазовой пластинки [6]–[8], винтового зеркала [9], дифракционного оптического элемента, генерированного компьютерной голограммой [10].

Благодаря особым свойствам оптических вихрей известны различные их приложения для лазерных технологий, медицины, микробиологии, метрологии, астрономии и др. Так, например, оптические вихри используют для изготовления оптических «пинцетов», которые применяются для захвата частиц [11], [12]. В астрономии оптические вихри используют для увеличения контрастности астрономических наблюдений в коронографах, которые применяются для поиска внесолнечных планет [13]. Использование сингулярного пучка в сдвиговом интерферометре позволяет определять малые углы поворота

светоделительного элемента [14]. Среди применений оптического вихря можно отметить его использование в оптическом вихревом когерентном фильтре [15].

Одним из наиболее важных приложений оптических вихревых солитонов является их использование для создания перестраиваемых волноводов [16], [17], которые можно применять в оптическом переключении. Впервые оптические вихревые солитоны экспериментально наблюдались в дефокусирующей керровской нелинейной среде с использованием квазивинтовой фазовой маски [18]. Условия формирования оптического вихревого солитона и использования его как волновода в фоторефрактивных кристаллах SBN и LiNbO₃ изучены в работах [19] и [20] соответственно.

Солитоноподобное распространение сингулярных оптических пучков в кубических фоторефрактивных кристаллах (см., например, [21]) исследовано сравнительно мало. Недостаток информации об особенностях распространения таких пучков в кубических фоторефрактивных кристаллах ограничивает эффективность их использования в различных оптических элементах управления оптическим излучением. В частности, не решена задача оптимизации условий квазисолитонного распространения сингулярных пучков с различным топологическим зарядом в этих кристаллах.

Целью настоящей работы является дальнейшее изучение особенностей распространения сингулярных оптических пучков (оптических вихрей) с различными топологическими зарядами в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23. При описании исследования и результатов, полученных в ходе численного эксперимента, будет использоваться только термин «сингулярный пучок», представляющий собой фазовую дислокацию, «насаженную» на фоновый гауссов пучок, который на входе в кристалл линейно поляризован вдоль оси x и имеет радиус перетяжки r_0 .

1 Теоретическая модель

Для исследования распространения сингулярного пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле будем использовать систему скалярных дифференциальных уравнений в частных производных (см. также [22]), полученную в параксиальном приближении на базе уравнений Максвелла, основных уравнений фоторефрактивного эффекта [23] и ковариантных выражений для электрооптического тензора [24]:

$$i \frac{\partial A_x}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} \right) - \frac{k_0 n_0^3}{2} \left[r_{41} \left(\left(E_0 - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) (\mu_1 A_x + \mu_2 A_y) - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{\partial \varphi}{\partial y} (\mu_2 A_x + \mu_3 A_y) \right] - i \rho A_y = 0,$$

$$i \frac{\partial A_y}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \left(\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} \right) - \frac{k_0 n_0^3}{2} \left[r_{41} \left(\left(E_0 - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) (\mu_2 A_x + \mu_3 A_y) - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{\partial \varphi}{\partial y} (\mu_3 A_x + \mu_4 A_y) \right] + i \rho A_x = 0,$$

где r_{41} – электрооптический коэффициент, k_0 – длина волнового вектора в вакууме, n_0 – невозмущенный показатель преломления кристалла,

$$\mu_1 = 3 \sin \theta \cos^2 \theta,$$

$$\mu_2 = \cos \theta (1 - 3 \sin^2 \theta),$$

$$\mu_3 = \sin \theta (1 - 3 \cos^2 \theta),$$

$$\mu_4 = 3 \cos \theta \sin^2 \theta,$$

θ – ориентационный угол, отсчитываемый по часовой стрелке от направления $[1 \bar{1} 0]$ к направлению оси x рабочей системы координат, вдоль которой приложено внешнее электрическое поле с напряженностью E_0 , ρ – удельное вращение плоскости поляризации в кристалле, A_x и A_y – x - и y -составляющие комплексного вектора \vec{A} , характеризующего медленно изменяющуюся вдоль направления z векторную амплитуду напряженности электрического поля светового пучка.

Функция $\varphi(x, y)$ внутри кристалла определяется уравнением:

$$\nabla^2 \varphi + \nabla \ln(1 + I) \cdot \nabla \varphi = E_0 \frac{\partial}{\partial x} \ln(1 + I),$$

$$\vec{E}_{sc} = -\nabla \varphi + \vec{E}_0,$$

где $I = (n_0 / 2\eta_0)(|A_x|^2 + |A_y|^2) / I_d$ – относительная интенсивность светового пучка, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$, μ_0 – магнитная постоянная, ε_0 – диэлектрическая постоянная, I_d – темновая интенсивность (в общем случае она включает также интенсивность подсветки), \vec{E}_{sc} – вектор напряженности электрического поля пространственного заряда, создаваемого световым пучком, φ – переопределенный электрический потенциал, связанный с потенциалом поля пространственного заряда ϕ соотношением [22] $\varphi = \phi + E_0 x$.

X -составляющую комплексного вектора \vec{A} сингулярного пучка можно представить в виде (см., например, [4], [20])

$$A_x = (r / r_0)^{|m|} \cdot \exp(-r^2 / 2r_0^2 + im\alpha),$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, x и y – координаты в поперечной плоскости пучка, $\alpha = \arctg(y / x)$ – азимутальная координата, m – топологический заряд сингулярного пучка.

Пусть сингулярный пучок падает перпендикулярно на фоторефрактивный оптически активный кристалл среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ толщиной $d = 1$ см. Для исследования особенностей распространения сингулярных пучков с длиной волны $\lambda = 0.6328$ мкм и радиусом перетяжки $r_0 = 25$ мкм используются параметры, близкие к электрооптическим параметрам кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$: $n_0 = 2.54$, $r_{41} = 5 \cdot 10^{-12}$ м/В, $\rho = 22$ град/мм.

На рисунке 1.1 (а) показано поперечное сечение сингулярного пучка на входе в кристалл. Если смотреть в направлении, параллельном оси распространения, сингулярный пучок выглядит как темная область в центре яркого концентрического кольца света [10]. В данной работе под внутренним и внешним диаметрами сингулярного пучка будем понимать удвоенные внутренний и внешний радиусы светлого кольца, измеренные на уровне световой интенсивности, уменьшенной в e раз относительно её максимального значения. Внутренний ($x_{\text{вх1}}$) и внешний ($x_{\text{вх2}}$) диаметры сингулярного пучка на входе в кристалл равны 14.2 мкм и 34.8 мкм.

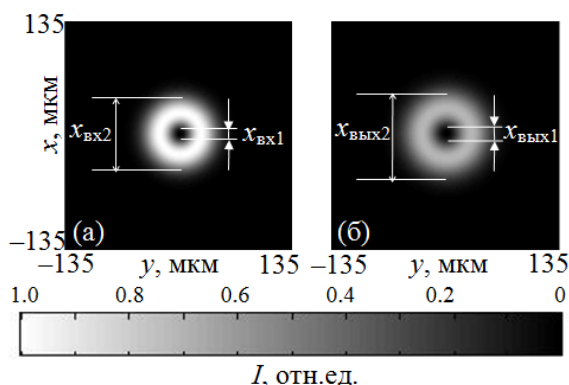


Рисунок 1.1 – Распределение относительной интенсивности ($I_{\text{отн.ед.}} = I / I_{\text{max}}$) сингулярного пучка на входе (а) и выходе (б) из кристалла в отсутствие нелинейности

На рисунке 1.1 (б) показано поперечное сечение сингулярного пучка на выходе из кристалла в отсутствие нелинейности. Видно, что внутренний и внешний диаметры сингулярного пучка увеличиваются наряду с уменьшением его относительной интенсивности. Внутренний ($x_{\text{вых1}}$) и внешний ($x_{\text{вых2}}$) диаметры сингулярного пучка при $E_0 = 0$ равны соответственно 16.4 мкм и 41.1 мкм.

2 Численный эксперимент

Исследуем влияние внешнего электрического поля, приложенного к рассматриваемому кристаллу класса 23, и оптической активности кристалла на распространение сингулярного пучка с топологическими зарядами $m = 1$ и $m = -1$. Рассмотрим случай, когда внешнее электрическое поле параллельно кристаллографическому направлению $[1\bar{1}\bar{1}]$. В этом случае $\theta = 35.3^\circ$.

Численные расчеты показывают (рисунком 2.1, первый и второй столбец), что для сингулярного пучка с топологическим зарядом $m = 1$ при изменении E_0 от -0.5 кВ/см до -4.0 кВ/см происходит сужение темной области сингулярного пучка в направлении, перпендикулярном направлению большой оси деформированного кольца. Изначально круговой симметричный пучок с темным ядром вытягивается и принимает форму, напоминающую эллипс. При этом в ранее однородном светлом кольце в процессе его деформирования наблюдается формирование двух областей с повышенной световой интенсивностью.

Под квазисолитонным распространением сингулярного пучка будем понимать такое его распространение в кристалле, при котором на выходе из кристалла наименьший диаметр x_0 деформированного темного кольца (малая ось эллипса [25]) остаётся таким же, как и при входе, то есть $x_0 = x_{\text{вх1}}$.

В соответствии с этим определением квазисолитонный режим распространения сингулярного пучка с топологическим зарядом $m = 1$ с учетом оптической активности достигается при $E_0 \approx -2.0$ кВ/см, а при «выключении» оптической активности – при $E_0 \approx -2.5$ кВ/см.

Симметричная форма сингулярного пучка разрушается при его распространении в кристалле под действием поперечной анизотропии, которая появляется под влиянием внешнего электрического поля, частично экранированного световым пучком. Относительно разных поперечных направлений пучок находится в различных условиях распространения. В частности, в направлениях, близких к осям y и x соответственно, пучок частично фокусируется и дефокусируется. Анизотропия нелинейности уравновешивает в отдельных поперечных направлениях естественную расходимость сингулярного пучка, ориентируя его под небольшим углом к оси x .

Описанное поведение сингулярного пучка в некоторой степени напоминает поведение двумерного гауссова пучка в фоторефрактивном кристалле, когда при увеличении значения внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, первоначально круговой симметричный пучок становится эллиптическим [22], [26].

Результаты численного моделирования сингулярного пучка с топологическим зарядом $m = -1$ при изменении E_0 от -0.5 кВ/см до -4.0 кВ/см с учетом и без учета оптической активности показаны на рисунке 2.1, третий и четвертый столбец соответственно. В этом случае квазисолитонный режим распространения сингулярного пучка с учетом оптической активности достигается при $E_0 \approx -3.0$ кВ/см, то есть при большем значении внешнего электрического поля, чем для сингулярного пучка с $m = 1$, а при «выключении» оптической активности – при $E_0 \approx -2.5$ кВ/см, то есть приблизительно при таком же поле, как и для сингулярного пучка с $m = 1$.

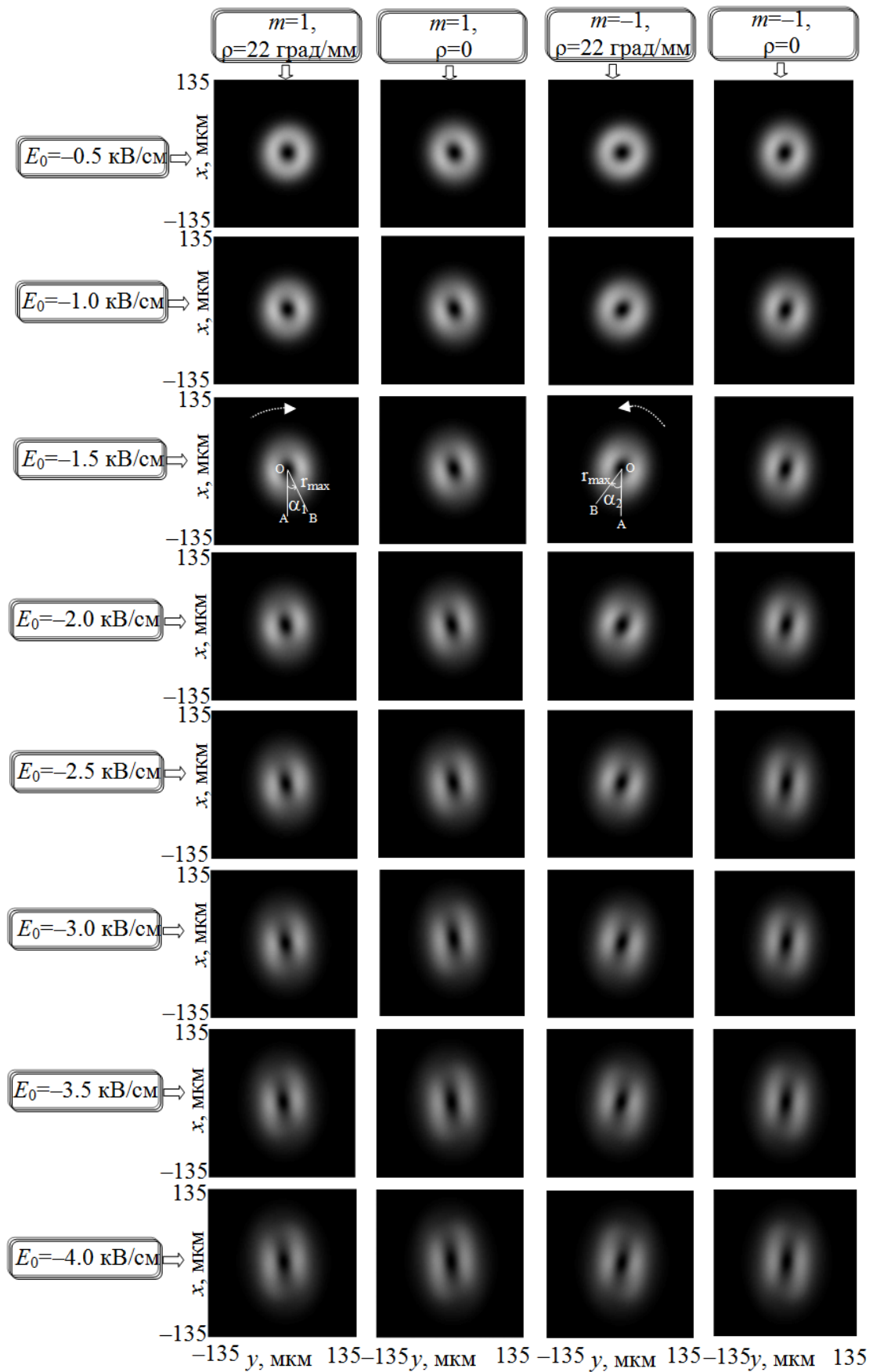


Рисунок 2.1 – Распределение относительной интенсивности сингулярного пучка на выходе из фоторефрактивного кристалла при $\theta = 35.3^\circ$

Введем угол поворота сингулярного пучка α , под которым будем понимать угол между вертикалью, направленной вниз (ОА), и большей осью эллиптического распределения интенсивности ($OB = r_{\max}$) пучка. Углы поворота α , направленные против часовой стрелки, считаются положительными, а углы, направленные по часовой стрелке – отрицательными. Так на рисунке 2.1 через $\alpha_1 \approx 20^\circ$ и $\alpha_2 \approx -27.5^\circ$ (первый и третий столбец, третий ряд) обозначены углы между ОА и r_{\max} сингулярного пучка с топологическим зарядом $m = 1$ и $m = -1$ соответственно.

Как видно из рисунка 2.1 при положительном знаке топологического заряда при постепенном увеличении модуля внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, угол поворота α уменьшается. При этом вращение сингулярного пучка происходит по часовой стрелке (рисунок 2.1, первый столбец, третий ряд, пунктирная стрелка). При отрицательном знаке топологического заряда при постепенном увеличении модуля внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, угол поворота сингулярного пучка α также по модулю уменьшается, однако поворот пучка происходит уже против часовой стрелки (рисунок 2.1, третий столбец, третий ряд, пунктирная стрелка).

Для большей наглядности на рисунке 2.2 показаны зависимости угла поворота сингулярного пучка α с топологическим зарядом $|m| = 1$, полученные с учетом и без учета оптической активности, при различных значениях внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу. При численных экспериментах, которые были выполнены для значений $E_0 = -0.1, -0.5, -1, -1.5, -2, -2.5, -3, -3.5, -4$ кВ/см, получены значения углов α , обозначенные на рисунке 2.2 следующими знаками серого цвета: круги – $m = 1$, $\rho = 22$ град/мм, квадраты – $m = 1$, $\rho = 0$, треугольники – $m = -1$, $\rho = 22$ град/мм, ромбы – $m = -1$, $\rho = 0$. Кривые на рисунке 2.2 были получены в результате интерполяции множества точек, полученных в результате численного эксперимента.

Из рисунка 2.2 видно, что максимальный модуль угла поворота сингулярного пучка при «выключенной» оптической активности наблюдаются при $E_0 = -0.1$ кВ/см, а при увеличении модуля внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, от $|E_0| = 0.1$ кВ/см до $|E_0| = 4.0$ кВ/см модуль угла α постепенно уменьшается. Из анализа рисунка также следует, что «выключение» оптической активности приводит к практически зеркальному расположению кривых 2 и 4 относительно оси E_0 , так как модули значений углов для сингулярного пучка с $m = 1$ (кривая 2 на рисунке 2.2) и $m = -1$ (кривая 4 на рисунке 2.2) почти совпадают. Таким образом, в такой ситуации можно говорить о зеркальном отображении распространения сингулярного пучка с одинако-

выми по значению, но противоположными по знаку топологическими зарядами, что также характерно при распространении оптического вихря в фоторефрактивном кристалле SBN [20], который не обладает оптической активностью.

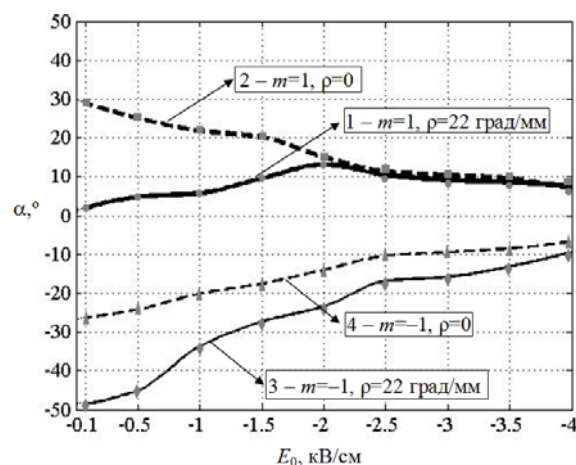


Рисунок 2.2 – Зависимость угла поворота сингулярного пучка α с топологическим зарядом $|m| = 1$ с учетом и без учета оптической активности при различных значениях внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу

При «выключении» оптической активности при $E_0 > -2.4$ кВ/см угол поворота α для сингулярного пучка с $m = 1$ близок к углу поворота, который наблюдается при распространении сингулярного пучка с $m = 1$ с учетом оптической активности, кривые 1 и 2 асимптотически приближаются к значению $\alpha \approx 8^\circ$.

Из рисунка 2.1 трудно определить характер изменения диаметров деформированного темного кольца сингулярного пучка. Поэтому ниже для наглядности построена зависимость эллиптичности k темного деформированного кольца сингулярного пучка от величины внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу. В численных расчетах под эллиптичностью k понималось отношение наименьшего диаметра темного деформированного кольца сингулярного пучка к наибольшему.

Как видно из рисунка 2.3 при увеличении внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, эллиптичность возрастает для всех случаев распространения сингулярного пучка: кривые 1 ($m = 1$) и 3 ($m = -1$) – с учетом и кривые 2 ($m = 1$) и 4 ($m = -1$) – без учета оптической активности. «Волнообразный» характер кривых зависимостей k от E_0 , в частности кривых 1 и 3, свидетельствует о разной скорости изменения k в различных диапазонах значений электрического поля.

При $E_0 \approx -0.45$ кВ/см для сингулярных пучков с $m = 1$ и $m = -1$ эллиптичности, полученные с учетом и без учета оптической активности приблизительно совпадают (точка А на рисунке 2.3 соответственно). При $E_0 \approx -1.2$ кВ/см,

при $E_0 \approx -1.8$ кВ/см и при $E_0 \approx -3.8$ кВ/см для сингулярных пучков с $m = 1$ и $m = -1$ эллиптичности, полученные с учетом оптической активности, также практически совпадают (точки Б, В и Г на рисунке 2.3 соответственно).

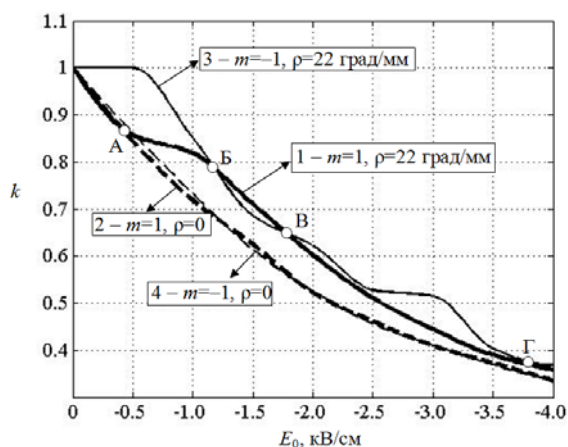


Рисунок 2.3 – Зависимость эллиптичности k сингулярного пучка от величины внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу

Эллиптичности k , полученные при «выключении» оптической активности в среднем принимают меньшие значения, чем эллиптичности k , полученные с учетом оптической активности. Из рисунка 2.3 (кривая 2 ($m = 1$) и кривая 4 ($m = -1$)) также видно, что эллиптичности k , которые были получены при численном моделировании при «выключении» оптической активности, принимают близкие значения.

Для объяснения зависимостей, показанных на рисунках 2.2 и 2.3, следует учитывать одновременное действие оптической активности кристалла и орбитального углового момента сингулярного пучка. Если смотреть в «хвост» распространения пучка (как и показано на рисунке 2.2), оптическая активность поворачивает пучок против часовой стрелки. При этом, как известно, удельное вращение плоскости поляризации приводит к периодическому изменению условий распространения светового пучка. Как было сказано ранее, положительный или отрицательный знак топологического заряда сингулярного пучка определяет направление вращения (против или по часовой стрелке соответственно) орбитально-углового момента в пучке.

При положительном знаке топологического заряда ($m = 1$) удельное вращение плоскости поляризации направлено против часовой стрелки, а угловой орбитальный момент — по часовой стрелке, что приводит к «подавлению» вращения сингулярного пучка. Поэтому при таких условиях распространения угол поворота изменяется незначительно (рисунок 2.2, кривая 1) и достигает максимального значения при $E_0 \approx -2.0$ кВ/см. Отметим, что при таком же значении E_0 наблюдается

квазисолитонный режим распространения сингулярного пучка с $m = 1$.

При отрицательном знаке топологического заряда ($m = -1$) вращение плоскости поляризации и угловой орбитальный момент направлены по часовой стрелке, что приводит к «усилению» поворота сингулярного пучка также по часовой стрелке. При таких условиях распространения модуль угла поворота α имеет наибольшие значения (рисунок 2.2, кривая 3).

При «выключении» оптической активности на распространение сингулярного пучка влияет только орбитальный угловой момент пучка, что приводит к практически одинаковым положениям отдельных точек кривых, которые были получены без учета оптической активности, то есть точек кривых 2 и 4 на рисунке 2.2 и точек кривых 2 и 4 на рисунке 2.3.

Заключение

Установлено, что увеличение нелинейности, связанное с возрастанием величины внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, приводит к нарушению симметричной формы сингулярного пучка: кольцевая форма пучка деформируется, и он принимает вытянутую форму, напоминающую форму эллипса.

Построена зависимость эллиптичности k сингулярного пучка от величины внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу. Установлено, что при увеличении модуля внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, величина k убывает.

Построена зависимость угла поворота α от величины внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу. Показано, что при увеличении модуля внешнего электрического поля происходит поворот сингулярного пучка относительно вертикали и направление этого поворота зависит от знака топологического заряда. Обнаружено, что при «выключении» оптической активности при $E_0 > -2.4$ кВ/см угол поворота α для сингулярного пучка с $m = 1$ близок к углу поворота, который наблюдается при распространении сингулярного пучка с $m = 1$ с учетом оптической активности.

Показано, что «выключение» оптической активности приводит к зеркальному отображению зависимости угла поворота эллиптического распределения интенсивности в пучке с одинаковыми по значению, но противоположными по знаку топологическими зарядами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nye, J.F. Dislocations in wave trains / J.F. Nye, M.V. Berry // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1974. – Vol. 336. – P. 165–190.
2. Spatial correlation singularity of a vortex field / D.M. Palacios [et al.] // Physical Review Let-

- ters. – 2004. – Vol. 92, № 14. – P. 143905–143905-4.
3. *Soskin, M.S.* Singular optics / M.S. Soskin, M.V. Vasnetsov // Prog. Opt. – 2001. – Vol. 42. – P. 219–276.
 4. *Казак, Л.А.* Формирование, суперпозиция и устойчивость вихревых оптических пучков различного порядка / Л.А. Казак, А.Л. Толстик // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2010. – № 2. – С. 3–7.
 5. *He, Y.J.* Fusion of necklace-ring patterns into vortex and fundamental solitons in dissipative media / Y.J. He, H.Z. Wang, B.A. Malomed // Opt. Express. – 2007. – Vol. 15, № 26. – P. 17502–17508.
 6. *Котляр, В.В.* Трех- и четырехуровневые спиральные фазовые пластинки / В.В. Котляр, А.А. Ковалев // Компьютерная оптика. – 2008. – Т. 32, №1. – С. 9–14.
 7. *Ковалев, А.А.* Дифракция Фраунгофера на многоуровневой (квантованной) спиральной фазовой пластинке / А.А. Ковалев, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2007. – Т. 31, №3. – С. 9–13.
 8. *Izdebskaya, Y.* Generation of higher-order optical vortices by a dielectric wedge / Y. Izdebskaya, V. Shvedov, A. Volyar // Opt. Lett. – 2005. – Vol. 30, № 18. – P. 2472–2474.
 9. *Strohoberm, J.* Ultrashort intense-field optical vortices produced with laser-etched mirrors / J. Strohaber, T.D. Scarborough, G.J. Uiterwaal // Appl. Opt. – 2007. – Vol. 46, № 36. – P. 8583–8590.
 10. *Making optical vortices with computer-generated holograms* / A.V. Carpentier [et al.] // Am. J. Phys. – 2008. – Vol. 76, № 10. – P. 916–921.
 11. *Gahagan, K.T.* Optical vortex trapping of particles / K.T. Gahagan, G.A. Swartzlander, Jr. // Opt. Lett. – 1996. – Vol. 21, № 11. – P. 827–829.
 12. *Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner* / N.B. Simpson [et al.] // Opt. Lett. – 1997. – Vol. 22. – P. 52–54.
 13. *Foo, G.* Optical vortex coronagraph / G. Foo, D.M. Palacios, G.A. Swartzlander, Jr. // Opt. Lett. – 2005. – Vol. 30, № 24. – P. 3308–3310.
 14. *Хорошун, А.Н.* Определение малых углов поворота светоделиителя в оптическом вихревом интерферометре сдвига / А.Н. Хорошун, Д.Н. Арцишевский // Письма в ЖТФ. – 2010. – Т. 36, № 8. – С. 75–81.
 15. *Optical vortex filtering for the detection of electromagnetically induced transparency* / N.B. Phillips [et al.] // J. Opt. Soc. Am. B. – 2011. – Vol. 28, № 9. – P. 2129–2133.
 16. *Linear and nonlinear waveguides induced by optical vortex solitons* / A.H. Carlsson [et al.] // Opt. Lett. – 2000. – Vol. 25, № 9. – P. 660–662.
 17. *Law, C.T.* Waveguiding properties of optical vortex solitons / C.T. Law, X. Zhang G.A. Swartzlander Jr. // Opt. Lett. – 2000. – Vol. 25, № 1. – P. 55–57.
 18. *Swartzlander Jr., G.A.* Optical vortex solitons observed in Kerr nonlinear media / G.A. Swartzlander Jr., C.T. Law // Phys. Rev. Lett. – 1992. – Vol. 69. – P. 2503–2506.
 19. *Mamaev, A.V.* Propagation of a mutually incoherent optical vortex pair in anisotropic nonlinear media / A.V. Mamaev, M. Saffman, A.A. Zozulya // J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. – 2004. – Vol. 6. – P. S318–S322.
 20. *Passier, R.* Impact of tensorial nature of the electro-optic effect on vortex beam propagation in photorefractive media / R. Passier, F. Devaux, M. Chauvet // Opt. Express. – 2008. – Vol. 16, № 10. – P. 7134–7141.
 21. *Корниенко, Т.А.* Электрооптические эффекты и самовоздействие гауссовых и сингулярных световых пучков в кристаллах $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ и $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ / Т.А. Корниенко, Ю.И. Миксюк, К.А. Сачеников, А.Л. Толстик // IV Конгресс физиков Беларуси, 24–26 апреля 2013 г.: сборник научных трудов / редкол.: С.Я. Килин (гл. ред.) [и др.] – Минск: Ковчег, 2013. – С. 139–140.
 22. *Давыдовская, В.В.* Влияние оптической активности на оптимальные условия фокусировки одномерных и двумерных световых пучков различных профилей в кубическом фоторефрактивном кристалле / В.В. Давыдовская, Ж.В. Колядко, В.В. Шепелевич // Оптика и спектроскопия. – 2012. – Т. 113, № 3. – С. 598–606.
 23. *Holographic storage in electrooptic crystals. i. steady state* / N.V. Kukhtarev [et al.] // Ferroelectrics. – 1979. – Vol. 22. – P. 949–961.
 24. *Оптические свойства кристаллов* / А.Ф. Константинова [и др.] // Минск: Наука и техника. – 1995. – 302 с.
 25. *Справочник по высшей математике* / М.Я. Выгодский. – М.: АСТ: Астрель, 2006. – 991 с.
 26. *Формирование низкоинтенсивных пространственных солитонов в фоторефрактивном кристалле $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$* / Т.В. Габрусева [и др.] // Известия РАН. Серия физическая – 2006. – Т. 70, № 12. – С. 1775–1747.

Поступила в редакцию 13.03.15.