

## Математическое моделирование смещения винтовой сваи в грунтовом основании

В. Е. Быховцев

### 1 Предпосылки постановки задачи

Многообразие грунтовых условий Белоруссии в плане строительного производства приводит к необходимости исследований по конструированию экономически эффективных фундаментов зданий. При определённых свойствах грунтового основания строительной площадки и способе устройства фундамента здания экономически целесообразным может оказаться фундамент на основе винтовых свай. Такой фундамент и грунтовое основание образуют сложную по структуре и свойствам нелинейную и неоднородную систему деформируемых твёрдых тел. Исследование такой системы возможно только методами компьютерного моделирования и с определённой степенью приближения аналитико-численными методами [2, 4]. В настоящей работе для исследования рассматриваемой системы предлагается оригинальная методика и методы компьютерного объектно-ориентированного моделирования.

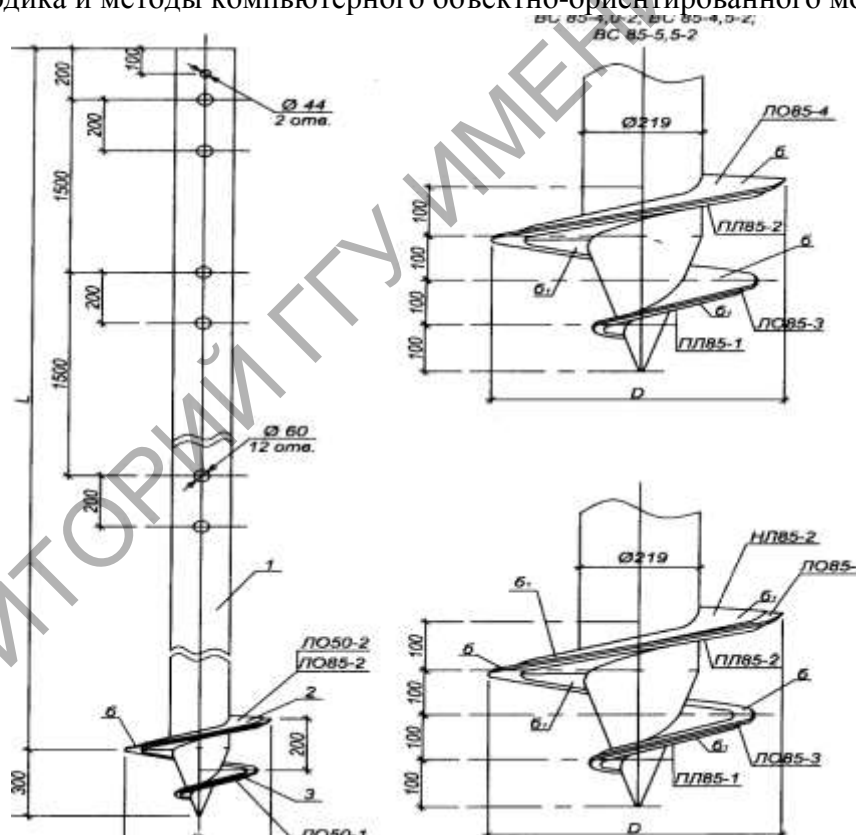


Рисунок 1 – Конструкция винтовой металлической сваи

### 2 Физическая постановка задачи

Конструктивно винтовая свая представляет собой металлическую трубу диаметром  $d_c$  с винтовой лопастью на конце. Диаметр лопасти  $D_l > d_c$ , что показано на рисунке 1. При анализе деформационного процесса грунтового основания винтовой сваи можно выделить два этапа: завинчивание сваи и взаимодействие сваи с грунтовым основанием при действии сжимающей нагрузки. При завинчивании сваи происходит смятие грунта в цилиндрической области диаметра  $D_l$  и его уплотнение вследствие внедрения тела сваи [6]. Наибольшее

уплотнение грунта будет в цилиндрической подобласти с толщиной стенки  $D_d - d_c$ . Уплотнение грунта будет происходить и за пределами указанной подобласти с постепенным убыванием до его начального естественного состояния. В целом винтовая свая с уплотнённой областью грунтового основания образуют сложную по структуре и свойствам неоднородную и нелинейную физическую систему. При действии на винтовую сваю сжимающей нагрузки образуется деформируемая область, которая будет включать и всю уплотнённую зону грунтового основания.

### 3 Результаты экспериментальных исследований

В отделе оснований и фундаментов БелНИИСа были проведены натурные экспериментальные исследования по определению зависимости осадки винтовой сваи в грунтовом основании при действии сжимающей нагрузки [6]. Анализ полученных результатов показал, что для всех поставленных задач зависимость осадки винтовой сваи от указанных исходных данных является нелинейной, что для одной модельной задачи показано на рисунке 2. Этот фактор должен быть определяющим при построении метода определения осадки винтовой сваи в грунтовом основании.

*Данные для проведения испытания сваи статической водавляющей нагрузкой*

Пункт: д. Сосновец Петриковского р-на Гомельской обл.

Объект: «Башни связи СООО «МТС» по трассе М-10 «Гомель-Брест».

Базовая станция № 434 «Сосновец». Материал сваи – сталь С345Д.

Сечение сваи на верхнем и нижнем концах 219x12мм. Диаметр лопасти 500 мм.

Глубина погружения сваи 4,1м.

Краткая характеристика грунта по лобовой и боковой поверхности сваи:

песок мелкий прочный  $E=32\text{МПа}$ ,  $\varphi = 35^\circ$ ,  $c = 3\text{кПа}$ ,  $\gamma = 10,5\text{кН/м}^3$ .

рузки  $P$ .

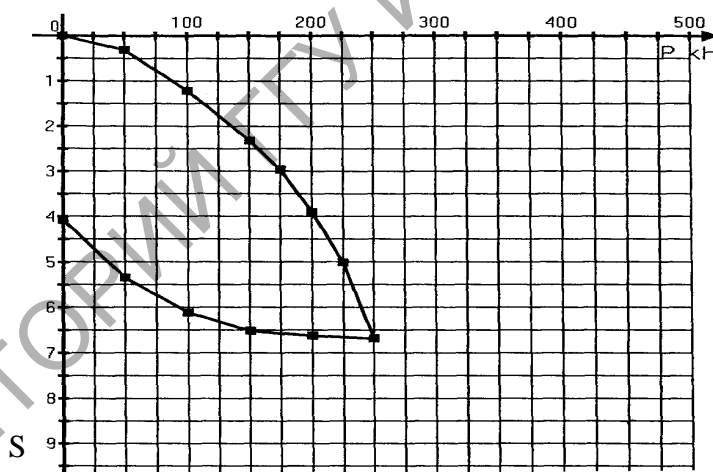


Рисунок 2 – График зависимости осадки  $S$  винтовой сваи от нагрузки  $P$

### 4 Математическая модель системы «Грунтовое основание – винтовая свая»

В соответствии с постановкой задачи свая и грунтовое основание образуют физическую систему, по контактной поверхности сваи с грунтом существует полное сцепление. Необходимо исследовать зависимость осадки сваи от её геометрических характеристик и свойств грунтового основания. При численном исследовании эта система должна быть определена в конечном подпространстве полупространства, на котором задана исходная задача. Это подпространство определяется исходя из условий взаимодействия сваи и грунтового основания. Учитывая симметричность исходной задачи, её решение будем проводить в цилиндрической системе координат и все вычисления можно выполнить только для половины меридиального сечения системы. Учитывая произвольность постановки задачи, решать её лучше методом математического моделирования на основе метода конечных элементов и мето-

дов численного решения нелинейных краевых задач [2–4]. Математическую модель системы оснований и фундаментов построим на основе принципа минимума полной энергии системы. Исходя из сведений о размерах области существования системы, математическую модель исходной задачи можно представить следующим образом:

1) Механико-математическая модель элементов системы

- при линейно – упругом деформировании:  $\sigma_i = E \varepsilon_i$ , (1)
- при нелинейно – упругом деформировании:  $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ , в частности

$$\sigma_i = A \varepsilon_i^m, \quad A > 0, \quad 0 < m < 1, \quad (2)$$

где  $\sigma_i, \varepsilon_i$  – интенсивности напряжений и деформаций,  $E$  – модуль деформации,  $A, m$  – параметры закона нелинейного деформирования.

2) Граничные условия и геометрическая модель области существования исследуемой системы

$$\begin{aligned} U = V = 0 & \text{ при } r = r_{max}, \quad 0 < z \leq z_{max}, \\ U = V = 0 & \text{ при } z = z_{max}, \quad 0 \leq r \leq r_{max}, \\ U = 0 & \text{ при } r = 0, \quad 0 < z \leq z_{max}, \\ Y = 0 & \text{ при } r = 0, \quad 0 < z < z_{max}, \\ Y = P & \text{ при } z = 0, \quad 0 \leq r \leq R, \\ Y = 0 & \text{ при } z = 0, \quad R < r < r_{max}, \\ X = 0 & \text{ при } z = 0, \quad 0 \leq r < r_{max}, \end{aligned}$$

где  $R$  – радиус ствола сваи.

3) Ядро математической модели (условия равновесия системы):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} = 0,$$

$$\text{где } \Pi = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \{U\}^T \{P\},$$

$\Pi$  – полная энергия деформируемой системы,

$\{P\}$  – вектор внешних сил,

$\{\sigma\}, \{\varepsilon\}, \{U\}$  – векторы напряжений, деформаций и перемещений;

$V$  – объём области существования исследуемой системы.

## 5 Исследование математической модели нелинейной физической системы методом энергетической линеаризации

Метод энергетической линеаризации разработан автором и ориентирован для расчёта напряжённо-деформированного состояния изотропных нелинейно – деформируемых твёрдых тел в стадии активного нагружения [2, 3]. Уравнение закона деформирования грунтового основания принимаем в виде (2). Начальное значение модуля деформации  $E = E_0$  и коэффициента Пуассона  $\mu = \mu_0$ .

Твёрдому телу объёма  $V$  с границей  $\Gamma$  и законом деформирования (2) поставим в соответствие геометрически тождественное гипотетическое линейно-упругое тело с законом деформирования

$$\sigma_i^r = E^r \varepsilon_i. \quad (3)$$

Модуль деформации  $E^r$  подлежит определению и должен быть таким, чтобы при тождественных граничных условиях для обоих тел их смещения совпадали. В соответствии с принципом возможных перемещений [1, 2, 7] для всякой сплошной среды

$$\delta \left( \int_V \Pi dV - W \right) = 0, \quad (4)$$

$\Pi$  – потенциал деформации,  $W$  – работа внешних сил.

$$\text{Для единичного элемента } \Pi = \frac{\varepsilon^2}{6k} + \int_0^{\varepsilon_i} \sigma_i d\varepsilon_i, \quad k = \frac{1 - 2\mu}{E},$$

где  $\varepsilon$  – средняя деформация,  $k$  – коэффициент объемного сжатия.

В силу поставленного условия для модуля деформации  $E^r$  гипотетического линейно-упругого тела и тождественности граничных условий для рассматриваемых твёрдых тел можно утверждать, что работы внешних сил на смещениях для исследуемого нелинейно – деформируемого твёрдого тела и гипотетического линейно-упругого тела будут равны, т.е. будем иметь  $W^n = W^r$ , тогда

$$\delta \int_v (\Pi^n - \Pi^r) dV = \delta \int_v (\int \sigma_i^n d\varepsilon_i - \int \sigma_i^r d\varepsilon_i) dV = \delta \int_v (\int f^{(**)} \varepsilon_i d\varepsilon_i - E^r \int \varepsilon_i d\varepsilon_i) dV = 0,$$

$\Pi^n$  – энергия деформации нелинейно-упругого тела,

$\Pi^r$  – энергия деформации гипотетического линейно – упругого тела, индексы “ $n$ ” и “ $r$ ” – признаки нелинейно-упругого и гипотетического линейно – упругого тела.

Полученное выражение представим в следующей форме

$$\delta \int_v (\int f^{(**)} \varepsilon_i d\varepsilon_i - E^r \int \varepsilon_i d\varepsilon_i) dV = \delta \int_v (\varepsilon_i \cdot \varepsilon_i^{-1} \int f^{(**)} \varepsilon_i d\varepsilon_i - E^r \int \varepsilon_i d\varepsilon_i) dV = 0. \quad (5)$$

$$\text{Введём обозначение } F(\varepsilon_i) = \varepsilon_i^{-1} \int f^{(**)} \varepsilon_i d\varepsilon_i,$$

тогда из (5), после ряда несложных преобразований, учитывая (3), получим:

$$\delta \int_v \varepsilon_i (F(\varepsilon_i) - \sigma_i^r / 2) dV = \int_v \delta \varepsilon_i (F(\varepsilon_i) - \sigma_i^r / 2) dV = 0. \quad (6)$$

В соответствии с основной леммой вариационного исчисления из (6) следует:

$$F(\varepsilon_i) - \sigma_i^r / 2 = 0. \quad (7)$$

Если закон деформирования имеет вид (2), то, учитывая, что для линейно-упругих тел напряжённое состояние не зависит от модуля упругости [1, 2, 4, 7], из (7) получим:

$$\sigma_i^n = (1 + m) / 2 \cdot \sigma_i^e. \quad (8)$$

Подставим (8) в уравнение состояния (2) и, учитывая закон Гука  $\sigma_i^e = E \varepsilon_i^e$ , решим его относительно  $\varepsilon_i$ , получим:

$$\varepsilon_i = \left( \frac{1 + m}{2A} E_0 \varepsilon_i^e \right)^{\frac{1}{m}}, \quad (9)$$

$$E^r = \frac{\sigma_i^e}{\varepsilon_i} = E_0 \left[ \frac{2A}{(1 + m) E_0 \varepsilon_i^{1-m}} \right]^{\frac{1}{m}}. \quad (10)$$

Коэффициент Пуассона  $\mu$  также является величиной переменной [1, 2, 4, 7]. Его значение определим исходя из закона изменения объема, согласно которому модуль объемной деформации остается постоянной величиной, как в пределах, так и за пределами упругости:

$$\frac{E_0}{1 - 2\mu_0} = \frac{E^r}{1 - 2\mu^*}; \quad (11)$$

$\mu_0, \mu^*$  – постоянный и переменный коэффициенты Пуассона.

Из полученного выражения следует:

$$\mu^* = 0,5 - (0,5 - \mu) \cdot E^r / E_0.$$

Для значений  $E^r$  и  $\mu^*$  решается еще раз линейная задача. Полученное решение, согласно принятым условиям, будет искомым решением исходной задачи.

Значительной особенностью метода энергетической линеаризации является возможность использования принципа независимости действия сил при решении нелинейных задач. Это возможно вследствие того, что этот метод устанавливает функциональную связь реше-

ний, полученных при условии линейного и нелинейного деформирования элементов исследуемой системы.

### 6 Определение параметров уравнения закона деформирования грунтового основания

Для математического и компьютерного моделирования линейных и нелинейных систем механики грунтов необходимо иметь явно определённый закон деформирования любого элемента физической системы. В настоящем исследовании закон деформирования грунтового основания принят в виде (2):  $\sigma_i = A \varepsilon_i^m$ . Параметры закона деформирования подлежат определению, что рассмотрим на примере модельной задачи, для которой график зависимости осадки от нагрузки приведен на рисунке 2. При этом отметим, что это график зависимости осадки от нагрузки, он может быть использован для построения зависимости (2). Следует также отметить, что этот график отражает деформационный процесс грунтового основания, уплотнённого вследствие завинчивания сваи. Приведенные нормативные характеристики грунтовой площадки определяются по монолитам грунта ненарушенной структуры. Как известно, уплотнение грунтов изменяет значения основных физико-механических характеристик грунтов. Следовательно, использование приведенных значений нормативных характеристик грунтовой площадки без их коррекции при расчёте осадки сваи будет неправомерным. Учёт уплотнения методами математического или компьютерного моделирования приводит к необходимости принятия некоторой модели структуры и свойств рассматриваемой физической системы. В настоящей работе для анализа смещения винтовой сваи при вдавливании строится виртуальная физическая и математическая модели исследуемой системы посредством формирования однородного грунтового основания, эквивалентного по несущей способности реальному неоднородному уплотнённому грунтовому основанию, как показано на рисунке 3.

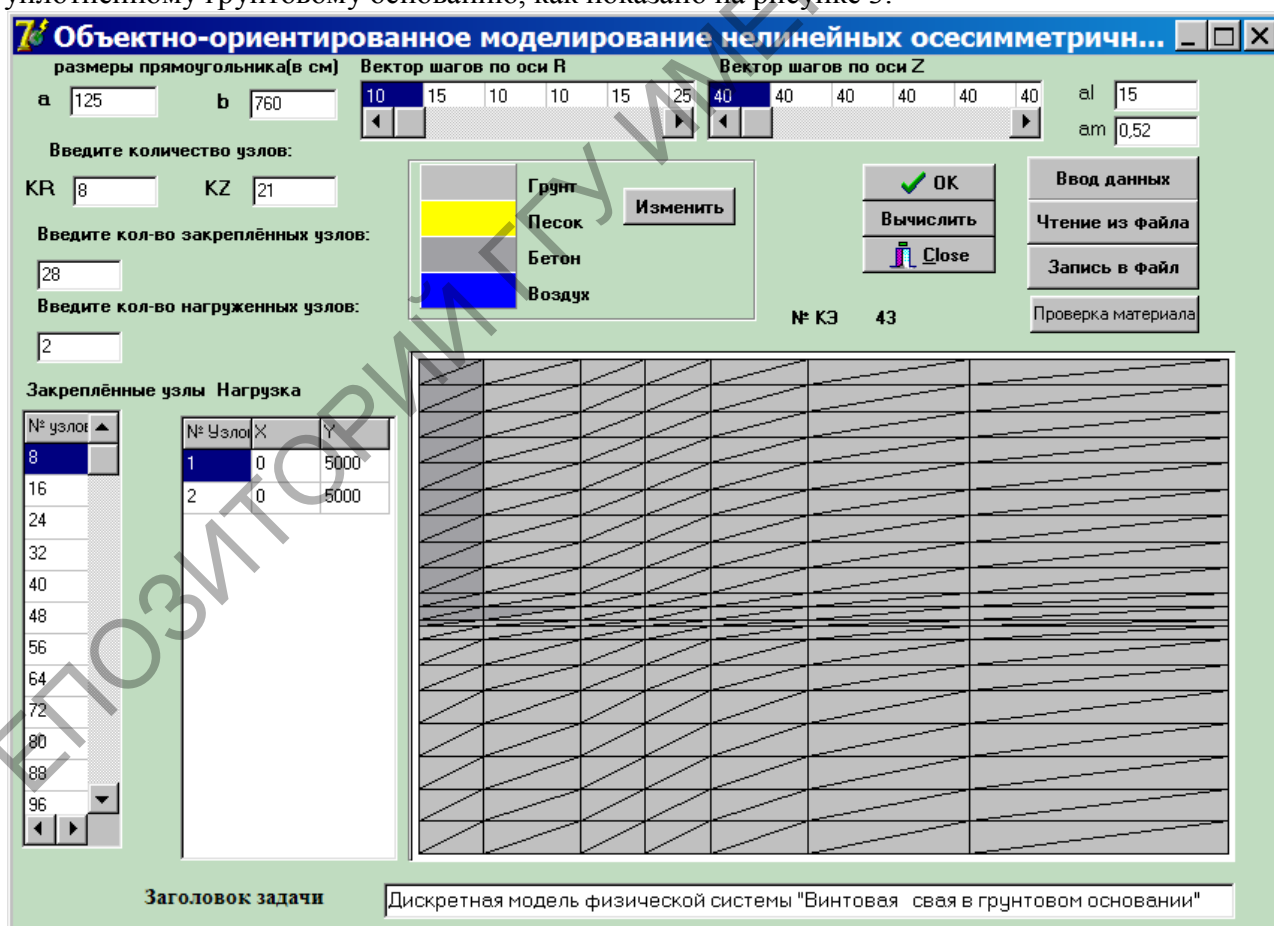


Рисунок 3 – Технология построения виртуальной физической модели системы «Винтовая свая – однородное грунтовое основание»

Значения основных физико-механических характеристик эквивалентного грунтового основания предлагается определять методом наименьших квадратов на основании данных

графика, представленного на рисунке 2, основных определений напряжений, деформаций и бокового давления в грунте в состоянии покоя. Коэффициент  $K$  бокового давления в покое по определению из теории упругости  $K = \mu / (1 - \mu)$ , по формуле Якоби  $K = 1 - \sin \varphi$ ,  $\varphi$  – угол внутреннего трения, нормативная характеристика, отсюда следует  $\mu = \frac{1 - \sin \varphi}{2 - \sin \varphi}$ . Используя

понятия относительного смещения сваи, бокового давления и результаты экспериментальных значений зависимости осадки винтовой сваи от вдавливающей нагрузки построим таблицы и графики для относительного смещения сваи, что приведено в таблице 1 и на рисунке 4.

Таблица 1 – Деформации эквивалентного грунтового основания

$\sigma$	0,0676	0,135	0,204	0,272	0,34
$\varepsilon_{\text{нел}}$	0,0001	0,0003	0,00056	0,001	0,00163
$\varepsilon_{\text{лин}}$	0,00015	0,0003	0,00045	0,0006	0,00075

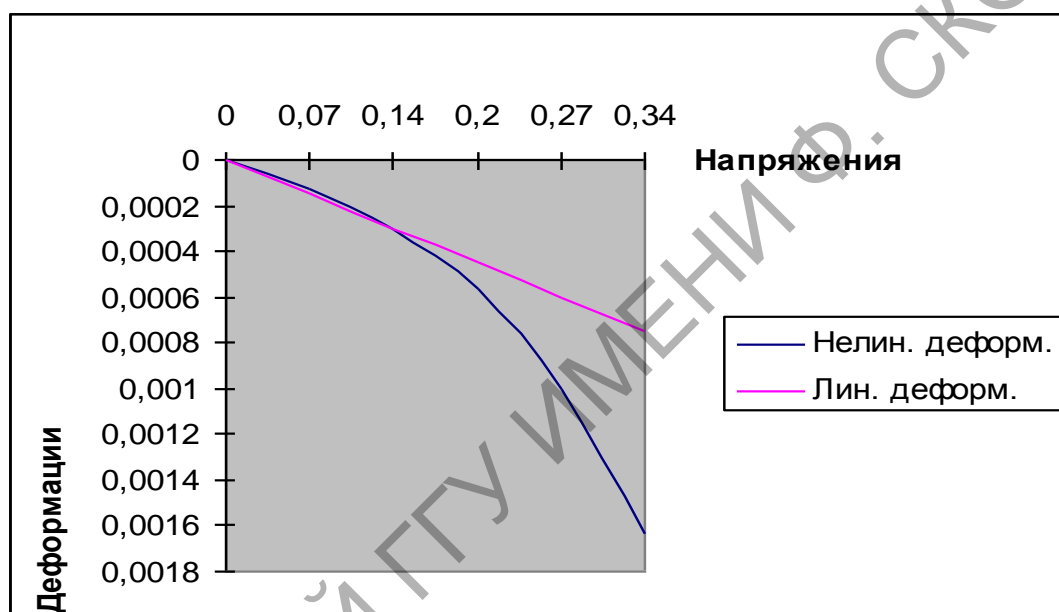


Рисунок 4 – Деформации эквивалентного грунтового основания при линейно-упругом и нелинейно-упругом деформировании

Из анализа полученного графика следует, что достаточно приемлемой моделью деформационного процесса может быть степенная функция. Методом наименьших квадратов для данных таблицы 1 получено  $\sigma_i = 15 \varepsilon_i^{0,52}$ . Из данных таблицы 1 и графика на рисунке 4 определим значение модуля деформации для эквивалентного грунтового основания  $E_{\text{эkv}} = 0,135 / 0,0003 = 450 \text{ (кГ/см}^2\text{)} = 45 \text{ МПа}$ .

### 7 Численный анализ деформирования грунтового основания и осадки винтовой сваи

В настоящих исследованиях рассматривается винтовая свая из стали. Следовательно, по отношению к любому грунтовому основанию сваю можно считать абсолютно твёрдым телом. При исследованиях принято, что проскальзывание грунта по поверхности сваи отсутствует. В силу симметричности конструкции винтовой сваи и нелинейности деформирования грунтового основания поставленная задача классифицируется как осесимметричная краевая задача нелинейной математической физики (механики грунтов). Структура и размеры дискретизированной расчётной области представлены на схеме рисунка 3. В таблице 2 представлены значения перемещений в узлах дискретизированной области, узлы расположены на вертикалях, отстоящих от поверхности сваи на расстояниях (10, 25, 35, 45) см. Решения получены при условии линейно-упругого и нелинейно-упругого деформирования уплотнённого грунтового основания.

Таблица 2 – Вертикальные перемещения в узлах дискретизованной модели грунтового основания винтовой сваи (P=225кН)

r(см) H(см)	Линейное деформирование				Нелинейное деформирование			
	10	25	35	45	10	25	35	45
0	0,38	0,25	0,17	0,12	0,48	0,25	0,13	0,06
40	0,38	0,25	0,17	0,12	0,48	0,25	0,13	0,06
160	0,38	0,25	0,17	0,12	0,48	0,25	0,13	0,05
320	0,38	0,25	0,17	0,12	0,485	0,268	0,13	0,05
360	0,38	0,29	0,19	0,12	0,49	0,35	0,15	0,05
380	0,38	0,38	0,21	0,12	0,49	0,49	0,15	0,046
400	0,38	0,26	0,16	0,1	0,49	0,24	0,1	0,035
410	0,29	0,21	0,14	0,09	0,29	0,17	0,08	0,03
430	0,18	0,14	0,1	0,07	0,11	0,08	0,04	0,02

В данной таблице в первом столбце приведены значения расстояний от выбранных горизонтальных линий дискретизованной расчётной области виртуальной физической модели исследуемой системы. Во втором столбце показаны вертикальные перемещения узловых точек поверхности сваи, см. В трёх последующих столбцах приведены значения вертикальных перемещений в узлах вертикалей, отстоящих от поверхности сваи на расстояниях (25, 35, 45) см. Из таблицы видно, что вертикальные перемещения на каждой вертикали равны до уровня лопасти сваи. Такой эффект называется телескопическим сдвигом. В области лопасти сваи, уровень 380 см., наблюдается уплотнение грунта выше и ниже лопасти и правее её до расстояния 45 см. Отметим, что все эти величины зависят от входных данных конкретной задачи. Перемещения, полученные при условии нелинейно-упругого деформирования, значительно отличаются от соответствующих величин, полученных при условии линейно-упругого деформирования грунтового основания. Из таблицы также видно, что нелинейные деформации затухают быстрее деформаций, полученных при условии линейно-упругого деформирования. Это известный факт, этим решением мы его только подтвердили. Используя эффект телескопического сдвига, автором разработан численно – аналитический метод определения осадки винтовой сваи в грунтовом основании при сжимающей нагрузке.

## 8 Численно – аналитический метод определения осадки винтовой сваи в грунтовом основании при сжимающей нагрузке

### 8.1 Линейно-деформируемое грунтовое основание

Численный анализ вычисленных значений  $U$  и  $W$  показал, что выше плоскости конца винтовой сваи

$$U|_{z \leq L} = (0.01 \div 0.001)W,$$

т.е. смещения грунта вокруг ствола сваи  $W = f(r)$ , это значит, что вокруг ствола винтовой сваи выше плоскости её конца существует, так называемый, телескопический сдвиг грунта. Для прямых свай этот эффект был известен ранее и показан в работах [2, 7], а для свай с уширенным концом эффект телескопического сдвига получен нами впервые. При телескопическом сдвиге  $U = 0$ ,  $W = f(r)$ , следовательно, деформации

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \varepsilon_z = 0, \quad \gamma_{rz} = \partial W / \partial r$$

и состояние равновесия можно представить только одним уравнением:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} = 0;$$

или в более компактной форме

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w}{\partial r} \right) = 0, \quad (12)$$

$r$  – радиус цилиндрической поверхности,  $r \geq r_0$ .

Решение уравнения (12) должно отвечать и физическим условиям задачи, т.е. в решении должны содержаться физические параметры сваи и физико-механические характеристики основания. Решение в виде:

$$W = c_1 \ln \frac{c_2}{r_i}; \quad c_1 > 0; \quad c_2 > r \quad (13)$$

удовлетворяет (12) и поставленным требованиям, если константы  $c_1$  и  $c_2$  будут определены посредством указанных параметров. В случае линейного деформирования основания осадка сваи линейно зависит от нагрузки и обратно пропорциональна модулю сдвига грунта основания и длине сваи. В известных решениях принята именно такая зависимость. Вследствие проведенного вычислительного эксперимента на ПЭВМ при различных значениях  $r_0$ ,  $r_{yu}$ ,  $L$  и  $\mu$  и последующей обработки результатов получено:

- для прямой сваи при учёте радиуса ствола

$$c_1 = \frac{\mu(1+\mu)P}{GL}; \quad c_2 = \frac{(1+\mu)L - 4r_0}{2}; \quad (14)$$

- для прямой сваи при учёте радиуса ствола и уширения на её конце:

$$c_1 = \frac{\mu(1+\mu)P}{GL}; \quad c_2 = \frac{(1+\mu)L - 4r_0}{2(1+2\mu \frac{r_{yu} - r_0}{r_0})} \quad (15)$$

Как видим, (14) является частным случаем (15): при  $r_{yu} = r_0$  (15) трансформируется в (14). Таким образом, для определения осадки прямой одиночной сваи или сваи с уширенным концом будем иметь общую формулу:

$$W = \frac{\mu(1+\mu)P}{GL} \ln \frac{(1+\mu)L - 4r_0}{2(1+2\mu \frac{r_{yu} - r_0}{r_0})r_i}. \quad (16)$$

По физическому смыслу задачи  $r_{yu} \geq r_0$ ,  $W > 0$  и  $c_1 > 0$ , поэтому из (16) следует

$$L > 6r_0 / (1 + \mu).$$

Сравнительный анализ осадок, вычисленных методом конечных элементов и по формуле (16), для свай рассматриваемого типа при различных их длинах и радиусах показал их хорошее соответствие.

Используя полученный результат, принцип независимости действия сил и эффект телескопического сдвига, нетрудно определить осадку различных групп свай на линейно-упругом основании.

## 8.2 Нелинейно-деформируемое грунтовое основание

Будем рассматривать одиночную сваю в однородном нелинейно-деформируемом грунтовом основании. В этом случае условия телескопического сдвига сохраняются, т.е. будет  $U = 0$ ,  $W = f(r)$ , следовательно, деформации

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \varepsilon_z = 0, \quad \gamma_{rz} = \partial W / \partial r \quad (17)$$

и состояние равновесия можно представить только одним уравнением:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} = 0; \quad (18)$$

$U$ ,  $W$  – горизонтальная и вертикальная составляющие вектора перемещения.



Уравнение состояния грунта при упругом деформировании может быть представлено законом Гука:

$$\sigma_i^e = E \varepsilon_i^e, \quad (19)$$

а при нелинейном деформировании любым уравнением кривой параболического типа, но только для соотношения

$$\sigma_i = A \varepsilon_i^m \quad (20)$$

возможны аналитические преобразования и оно позволяет достаточно точно описывать процесс нелинейного деформирования, поэтому в работе уравнение (20) принято в качестве закона деформирования грунта. В выражениях (19, 20)

$\varepsilon_i, \sigma_i$  – интенсивности деформаций и напряжений;

$E$  – модуль упругости;

$A > 1, 0 < m < 1$  – параметры закона деформирования, определяются экспериментально или по приближённым формулам, индекс «е»-признак линейного деформирования.

На основании метода энергетической линеаризации [2, 3]:

$$\varepsilon_i = \left( \frac{1+m}{2} \frac{E}{A} \varepsilon_i^e \right)^{\frac{1}{m}}, \quad (21)$$

где

$$\varepsilon_i^e = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\mu)} \sqrt{(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2 + \frac{3}{2} \gamma_{rz}^2}. \quad (22)$$

Уравнение (21) устанавливает связь между интенсивностями деформаций, полученными при линейном и нелинейном решении исходной задачи.

Выражение (21) при учёте соотношений (17) и (22) примет вид

$$\frac{\partial W}{\partial r} = \left( \frac{1+m}{2} \frac{E}{A} \right)^{\frac{1}{m}} \left( \frac{\sqrt{3}}{2(1+\mu)} \right)^{\frac{1-m}{m}} \left( \frac{\partial W^e}{\partial r} \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (23)$$

При упругом деформировании из уравнения (18) следует

$$\frac{\partial W^e}{\partial r} = \frac{c_1}{r}, \quad \text{где } c_1 = \frac{\mu(1+\mu)P}{GL}, \quad (24)$$

$P$  – нагрузка на сваю,  $L$  – длина сваи.

Интегрируя (23) при учёте (24) получим

$$W = \left( \frac{1+m}{2} \frac{\sqrt{3}}{A} \frac{G}{GL} \frac{\mu(1+\mu)P}{GL} \right)^{\frac{1}{m}} \frac{2(1+\mu)}{\sqrt{3}} \int_{r_{np}}^{\infty} \left( \frac{1}{r} \right)^{\frac{1}{m}} dr + c_2. \quad (25)$$

где  $r_{np} = r_0 K_\phi$ ,  $K_\phi = 1 + \mu \frac{r_{лон} - r_0}{3r_0}$ ,

$K_\phi$  – коэффициент формы винтовой сваи, учитывает влияние лопасти сваи,  
 $r_0, r_{лон}$  – радиусы ствола и лопасти сваи.

В (25) несобственный интеграл будет сходящимся, выполнив интегрирование, получим

$$W = \frac{2m(1+\mu)}{\sqrt{3}(1-m)} \left( \frac{\sqrt{3}(1+m)\mu(1+\mu)P}{2ALr_0\kappa_\phi} \right)^{\frac{1}{m}} r_0 \kappa_\phi. \quad (26)$$

Изложенный подход позволяет сравнительно легко определять осадки отдельных свай в структуре свайных фундаментов на нелинейно-деформируемом основании.

### 9 Сравнительный анализ решений

Сравнение смещения винтовой сваи при действии вдавливающей нагрузки, полученные методом натурного эксперимента, методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования и по разработанному аналитическому решению (26) представлено в таблице 3 и на графиках рисунка 5.

Таблица 3 – Осадка винтовой сваи в эквивалентном грунтовом основании

P(кН)	50	100	150	200	250
$S_{оп}$	0,4	1,2	2,3	4	6,7
$S_{нел}$	0,37	1,1	2,4	4,2	6,4
$S_\phi$	0,32	1,16	2,45	4,1	6,3
$S_{лин}$	0,77	1,5	2,3	3,0	3,8

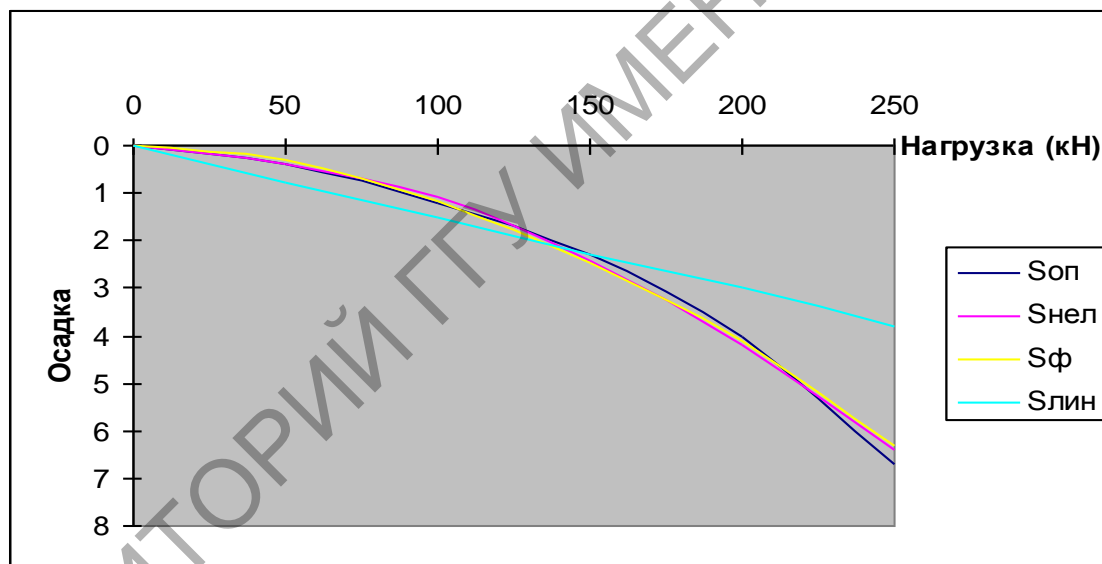


Рисунок 5 – Графики осадки винтовой сваи в эквивалентном грунтовом основании при вдавливании

$S_{оп}$  – опытные значения осадки винтовой сваи с лопастью,  
 $S_{лин}$ ,  $S_{нел}$  – вычисленные значения осадки винтовой сваи при условии упругого и неупругого деформирования эквивалентного грунтового основания,  
 $S_\phi$  – значения осадки винтовой сваи при условии неупругого деформирования эквивалентного грунтового основания, полученные по выведенной формуле.

Из анализа полученных результатов следует:

- 1 Расчёт осадки винтовой сваи при условии линейного деформирования грунтового основания значительно отличается от экспериментальных данных.
- 2 Расчёт осадки винтовой сваи методом компьютерного моделирования и по выведенной формуле при условии нелинейного деформирования грунта отличается от экспериментальных данных на величину  $< 5\%$ .

## 10 Заключение

Разработанные методика, методы, алгоритмы и программный комплекс являются эффективным аппаратом исследования взаимодействия винтовой сваи с грунтовым основанием при условии его линейного и нелинейного деформирования и могут быть использованы в практике проектирования оснований фундаментов на основе винтовых свай.

**Abstract.** The paper presents original technologies, methods, algorithms and a program complex of computer object-oriented modeling of screw pile interaction with a non-linearly deformed foundation bed.

## Литература

1. Безухов, Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н. И. Безухов. – М: Высш. шк., 1968. – 512с.
2. Быховцев, В. Е. Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твёрдых тел / В. Е. Быховцев. – Гомель: УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2007. – 219с.
3. Быховцев, В. Е. Два эффективных метода решения краевых задач нелинейной теории упругости / В. Е. Быховцев // Материалы, технологии, инструменты. - 2002.- № 4.- С. 5-7.
4. Журавков, М. А. Математическое моделирование деформационных процессов в твёрдых деформируемых средах / М. А. Журавков – Мн.: БГУ, 2002.- 456с.
5. Никитенко, М.И. Буроинъекционные анкеры и сваи при возведении и реконструкции зданий и сооружений / М.И.Никитенко. – Мн.: БНТУ, 2007. – 580с.
6. Рекомендации по проектированию и устройству металлических винтовых свай и анкеров для сооружений в грунтовых условиях Республики Беларусь. – МН.: УП «УП Институт БелНИИС», 2006.- 57с.
7. Цытович, Н. А. Механика грунтов / Н. А. Цытович. – М: Стройиздат, 1963. – 542с.

Гомельский государственный  
университет им. Ф. Скорины

Поступило 28.03.09